

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

# THESE

pour obtenir le grade de

## DOCTEUR DE L'INPG

Spécialité : **Mécanique des Fluides et Transferts**

préparée au Laboratoire de Modélisation et Développement de Logiciels (CEA Grenoble)  
dans le cadre de l'Ecole Doctorale "Mécanique et Energétique"

présentée et soutenue publiquement

par

**Alexandre CHATELAIN**

le 7 septembre 2004

---

# Simulation des Grandes Echelles d'écoulements turbulents avec transferts de chaleur

---

Directeur de thèse : Olivier METAIS

### JURY :

M. O.	METAIS	Directeur de thèse
M. F.	DUCROS	Encadrant
M. M.	DEVILLE	Rapporteur
M. E.	LAMBALLAIS	Rapporteur
M. P.	SAGAUT	Examineur
M. F.	NICOUD	Examineur



Je voudrais commencer par remercier très sincèrement **Frédéric Ducros** pour son encadrement tout au long de ces trois années. Nos discussions scientifiques ont toujours été animées, pleines d'idées avec à chaque fois de nouvelles perspectives d'avancées. Tous ces échanges ont aboutis au travail contenu dans ce mémoire. Merci beaucoup Fred de cet encadrement hors pair, du temps que tu as souvent réussi à trouver pour que nous discutions alors que la tempête faisait rage dans l'administration du Laboratoire et du projet Trio.

Merci au Professeur **Olivier Métais**, directeur de cette Thèse, qui m'a beaucoup appris afin d'évoluer dans le monde de la recherche : ses relectures et corrections d'articles, les remarques et corrections concernant ce mémoire ont été indispensables et fort appréciées.

Je tiens également à témoigner toute ma sympathie et ma reconnaissance à MM. **Michel Deville** et **Eric Lamballais** (rapporteurs) ainsi que MM. **Pierre Sagaut** et **Franck Nicoud** (examineurs) pour leurs nombreuses remarques et de l'attention qu'ils ont porté à ce mémoire : le charisme que ces quatre chercheurs véhiculent dans le monde de la LES ne laisse pas un jeune chercheur indifférent. Merci à eux !

Ce fut un honneur pour moi que d'avoir eu un Jury aussi varié et représentatif de la communauté scientifique liée à la turbulence.

Et puis... il y a une foultitude de personnes qui ont souvent été présentes durant ces trois années et qui ont contribué à rendre le quotidien d'un Thésard bien plus que supportable... je dirai même plus : fort agréable !

Valérie Barthel, Patrick Begou, Younes Benarafa (« *Where is Brian ?* »), Sylvie Betin, Ulrich Bieder, Fabien Boulanger, Anne Boulin, Guillaume Brillant (*les cours de combustion...*), Christophe Calvin, Marion Chandesris (*Vas-y moyenne!*), Olivier Cioni, Marc Elmo (*Saint Marc*), Philippe Emonot, Gauthier Fauchet (« *Bon Week-End!* »), Thomas Fortin (*T'as la cheville qui enfle!...*), Emile Garré, Aparicio Henriques (*Um grande abraço meu!*), Didier Jamet (*God fin-geeer...*), Emmanuel Labourasse, Eli Laucoin, Pierre Ledac, Benoît Mathieu (*Monsieur DX*), Fabio Moretti (*Notre italien amateur de pastis*), Pierre Ruyer, Takashi Takata (*So many enthusiastic discussions trying to change the world of CFD...*), Nicolas Tauveron (« *Life is a hard fight...* »), Adrien Toutant, Simone Vandroux-Koenig.

A tous, un grand grand merci pour ces moments passés à travailler (et délirer) ensemble.

Je tiens aussi à remercier un certain nombre de personnes qui humainement et scientifiquement m'ont témoigné beaucoup de confiance et avec qui j'ai eu parfois la chance de travailler : MM. Abdellah Hadjadj (pour m'avoir poussé à faire une Thèse et pour le travail que l'on a fait ensemble!), Luc Vervisch, Abdelkrim Boukhalfa et Gérard Gouesbet. Certains sont un peu « responsables » de la voie que j'ai choisie de suivre après l'INSA. Merci à eux.

Diogo, Catherine, Luïs et Ségolène : Obrigado por tudo o que vocês me deram ao longo destes anos... isso quer dizer muita pachorra !

*Est-ce qu'il y a une vie après la Thèse ? ... On va voir ça bientôt !*

*« La théorie, c'est quand on sait tout et que rien ne fonctionne.  
La pratique, c'est quand tout fonctionne et que personne ne sait pourquoi.  
Ici, nous avons réuni théorie et pratique : Rien ne fonctionne... et personne ne sait pourquoi ! »*  
*Albert Einstein*

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>11</b>
<b>1 Simulation numérique de la turbulence</b>	<b>17</b>
1.1 Simulation des Grandes Echelles ( <i>LES</i> ) des écoulements turbulents . . . . .	18
1.2 Equations de base . . . . .	19
1.2.1 Conservation de la masse . . . . .	19
1.2.2 Navier-Stokes incompressible . . . . .	19
1.2.3 Equation de la chaleur . . . . .	20
1.2.4 Diffusion dans un solide . . . . .	20
1.3 Filtrage et problème de fermeture . . . . .	21
1.4 Modélisation sous-maille . . . . .	22
1.4.1 Contraintes sous-maille . . . . .	22
1.4.2 Flux de chaleur sous-maille . . . . .	27
1.5 Modélisation statistique . . . . .	30
<b>2 Physique et modélisation des écoulements pariétaux anisothermes</b>	<b>33</b>
2.1 Couche-limite dynamique . . . . .	33
2.2 Transferts thermiques en proche paroi . . . . .	35
2.3 Couplage thermique fluide/solide . . . . .	36
2.4 Modèles de paroi pour la dynamique . . . . .	41
2.4.1 Loi standard logarithmique . . . . .	42
2.4.2 Loi de Werner et Wengle . . . . .	42
2.4.3 Approche TBLE . . . . .	43
2.4.4 Modèle ODT de Schmidt <i>et al.</i> . . . . .	43
2.5 Modèles de paroi pour les transferts thermiques . . . . .	44
2.5.1 Principe général . . . . .	44
2.5.2 Modèle de résistance thermique . . . . .	46
2.5.3 Modèle standard . . . . .	47
<b>3 Algorithme de résolution et schémas numériques</b>	<b>49</b>
3.1 Contraintes numériques associées à la LES . . . . .	49
3.2 Principe de discrétisation en maillage structuré . . . . .	49
3.3 Schémas de convection . . . . .	51
3.4 Schémas temporels . . . . .	51
3.4.1 Schéma de Runge-Kutta d'ordre 3 . . . . .	51
3.4.2 Pas de temps de stabilité . . . . .	52
3.5 Algorithme de résolution . . . . .	53

<b>4</b>	<b>Schémas pour le transport de scalaire passif</b>	<b>55</b>
4.1	Introduction et motivations . . . . .	55
4.2	Résumé de l'article présenté à la section 4.3 . . . . .	56
4.3	Réflexion sur les schémas numériques pour la convection de scalaires . . . . .	57
4.3.1	Introduction . . . . .	57
4.3.2	Literature survey . . . . .	59
4.3.3	Modeling framework . . . . .	59
4.3.4	Results . . . . .	62
4.3.5	Interpretations . . . . .	81
4.3.6	Conclusions . . . . .	82
4.3.7	Description of the grid arrangement and convection schemes . . . . .	84
<b>5</b>	<b>Problématique des problèmes couplés</b>	<b>87</b>
5.1	Introduction . . . . .	87
5.2	Configurations d'intérêt . . . . .	87
5.3	Impact des modèles de parois classiques pour l'étude du couplage thermique fluide/solide en présence de couches limites thermiques . . . . .	92
5.3.1	Introduction . . . . .	92
5.3.2	Conjugate heat transfer physical parameters . . . . .	93
5.3.3	Governing equations, numerics and physical modeling . . . . .	93
5.3.4	Wall function strategy . . . . .	94
5.3.5	Numerical results . . . . .	95
5.3.6	Conclusions . . . . .	98
<b>6</b>	<b>SWIFT : une reconstruction « multi-grille » proche paroi</b>	<b>99</b>
6.1	Introduction et motivations . . . . .	99
6.2	Une méthode de reconstruction de fluctuations proche paroi . . . . .	100
6.2.1	Introduction . . . . .	101
6.2.2	Literature survey . . . . .	102
6.2.3	SWIFT : a local refinement method for CHT problems . . . . .	106
6.2.4	Results and discussion . . . . .	112
6.2.5	Application to a local spatial development . . . . .	123
6.2.6	Conclusions . . . . .	127
6.3	Estimation de coût et faisabilité de la méthode sur une application industrielle . . . . .	128
6.4	Conclusion . . . . .	130
<b>7</b>	<b>Tentative de modélisation basée sur la variance de température</b>	<b>131</b>
7.1	Introduction à la méthode proposée . . . . .	131
7.2	Principe général du modèle . . . . .	132
7.2.1	Décomposition du signal ( <i>Etape 1</i> ) . . . . .	133
7.2.2	Fluctuations de température à l'interface fluide/solide . . . . .	136
7.2.3	Equation de transport de la variance de température . . . . .	139
7.2.4	Conditions aux limites . . . . .	142
7.2.5	Evolution du champ de température moyen (filtré) ( <i>Etape 2</i> ) . . . . .	143
7.2.6	Evolution de la variance de température ( <i>Etapes 3 et 4</i> ) . . . . .	144
7.2.7	Reconstruction du champ de température à la paroi ( <i>Etapes 5 et 6</i> ) . . . . .	144
7.3	Etude de sensibilité de la modélisation à divers paramètres . . . . .	145
7.3.1	Effets des nombres de Prandtl et de Reynolds . . . . .	145

7.3.2	Effet de séparation fréquentielle du signal . . . . .	150
7.4	Validation dans le cas de couches limites thermiques ( <i>Config 1</i> ) . . . . .	154
7.4.1	Conditions de paroi isotherme . . . . .	154
7.4.2	Calculs couplés . . . . .	156
7.5	Canal plan couplé et pulsé en température ( <i>Config 2</i> ) . . . . .	164
7.6	Conclusions . . . . .	171
<b>8</b>	<b>Conclusions et Perspectives</b>	<b>173</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>177</b>





# Nomenclature

## Grandeurs :

$u_i$	: composante $i$ de la vitesse (non filtrée)
$T$	: température (non filtrée)
$p$	: pression
$\alpha$	: diffusivité thermique ( $= \lambda/\rho C_p$ )
$\mu$	: viscosité dynamique
$\nu$	: viscosité cinématique
$\rho$	: masse volumique
$\lambda$	: conductivité thermique
$C_p$	: capacité thermique à pression constante
$b$	: effusivité ( $= \sqrt{\lambda\rho C_p}$ )
$K$	: rapport d'activité thermique
$\tau_{ij}$	: tenseur des contraintes visqueuses
$S_{ij}$	: tenseur des taux de déformations
$\bar{\tau}_{ij}$	: tenseur sous-maille
$\bar{\Theta}_i$	: flux de chaleur sous-maille
$\tilde{q}$	: variance de température
$\alpha_t$	: diffusivité turbulente
$\nu_t$	: viscosité turbulente
$\chi$	: constante de Von Karman (0.415)
$Pr_t$	: nombre de Prandtl sous-maille ( $= \nu_t/\alpha_t$ )
$u_\tau$	: température de frottement ( $u_\tau^2 = \nu du/dy _w$ )
$\mathcal{R}$	: résistance thermique
$R$	: rapport des fluctuations de température $T_{rms}^K/T_{rms}^\phi$
$R_q$	: rapport des échelles temporelles de la dynamique et de la température ( $R_q = \tau_\theta/\tau_u$ )
$Q$	: terme source ou puits (uniforme)
$g_i$	: composante $i$ du champ gravitationnel
$d$	: épaisseur de solide
$d_{eq}$	: distance équivalente modélisée par le modèle de paroi thermique
$y$	: direction normale à la paroi
$Pr$	: nombre de Prandtl ( $= \nu/\alpha$ )
$Re$	: nombre de Reynolds ( $= Uh/\nu$ )

**Indices :**

$f$	:	fluide
$s$	:	solide
$\tau$	:	grandeur d'adimensionnement pariétale
$w$	:	grandeur prise à la paroi
$_{rms}$	:	écart-type

**Exposants :**

$( )^+$	:	grandeur rendue adimensionnelle en unités de paroi ( <i>eg.</i> $y^+ = yu_\tau/\nu$ )
$( )^{++}$	:	épaisseur de solide adimensionnée pour un couple fluide/solide
$\overline{( )}$	:	quantité filtrée
$( )$	:	quantité statistique
$( )''$	:	champ sous-maille
$( )'$	:	fluctuation résolue
$( )^*$ et $( )^{**}$	:	grandeurs adimensionnelles

**Abréviations :**

DNS	:	<b>D</b> irect <b>N</b> umerical <b>S</b> imulation (Simulation Numérique Directe)
LES	:	<b>L</b> arge <b>E</b> ddy <b>S</b> imulation (Simulation des Grandes Echelles)
ODVM	:	<b>O</b> ne <b>D</b> imensional <b>V</b> ariance <b>M</b> odel
SWIFT	:	<b>S</b> olved near- <b>W</b> all <b>I</b> ntermediate <b>F</b> luctuations of <b>T</b> emperature
TBLE	:	<b>T</b> hin <b>B</b> oundary <b>L</b> ayer <b>E</b> quation
THI	:	<b>T</b> urbulence <b>H</b> omogène <b>I</b> sotrope

# Introduction

La simulation numérique en mécanique des fluides est devenue un outil intégrant les processus de développement de systèmes innovants dans divers domaines de l'industrie (transports, énergie, chimie des procédés...). Ses applications sont nombreuses et couvrent un large spectre allant de la conception et l'optimisation de systèmes énergétiques (composants de centrales de production d'électricité ou de turbines à gaz par exemple) jusqu'aux études de sûreté. Nombre de ces systèmes sont notamment le siège d'écoulements turbulents anisothermes.

L'utilisation d'outils de simulation numérique pour l'étude d'écoulements dans le cadre d'applications industrielles n'a cessé d'augmenter durant les 30 dernières années. Cette progression a en partie été rendue possible grâce à la constante augmentation de la rapidité des processeurs, et de la réduction des coûts de composants électroniques à performances égales.

La simulation numérique relative à ces écoulements fait intervenir des modélisations physiques et numériques des phénomènes thermiques, pour lesquels il est éventuellement nécessaire de tenir compte du couplage avec la structure. En effet, certaines études portent par exemple sur l'étude de la tenue des matériaux soumis à des contraintes extérieures, phénomène dont la connaissance et la prévision vont dépendre des modélisations adoptées lors de la simulation.

Dans ce cadre, le but principal de la simulation numérique consiste à déterminer le comportement physique du système soumis à des transferts de chaleur pouvant être importants et instationnaires. Un matériau, s'il est soumis à de fortes variations de température, est amené à se dilater de façon tridimensionnelle. Sous l'effet de ces chargements thermiques, la structure peut éventuellement se déformer et conduire à des phénomènes de faïençage, de fissuration ou de rupture s'ils s'opèrent de façon répétée. La fatigue thermique des matériaux intéresse beaucoup les acteurs industriels, mais c'est indéniablement dans les domaines de l'énergétique (turbines) et de l'aéronautique que la majorité des travaux ont été réalisés. Deux exemples empruntés à ces domaines d'application sont illustrés sur les figures 1 et 2. Ces deux figures illustrent chacune un degré avancé des conséquences de phénomènes de fatigue thermique. L'une montre la destruction d'un élément de turboréacteur soumis à des chocs de température répétés au niveau du bord d'attaque (figure 1). L'autre représente la coupe d'un matériau présentant des fissurations de surface après son utilisation dans un four industriel (figure 2).

Concernant les systèmes composés d'un écoulement de fluide turbulent anisotherme et d'une structure solide, les problématiques liées à la fatigue thermique font intervenir des caractéristiques importantes, autres que les champs moyens de température, comme les spectres fréquentiels et les amplitudes de fluctuations de température. Ces fluctuations de température dépendent principalement de la configuration physique investiguée (pouvant être très complexe), du régime d'écoulement (*i.e.* nombre de Reynolds), du nombre de Prandtl et de la nature du couplage thermique entre le fluide et le solide.

Dans cette démarche, plusieurs niveaux de modélisation de la turbulence permettent d'obtenir des résultats intéressants suivant les configurations envisagées et l'investissement en temps de calcul. En ne considérant que des cas d'écoulements à nombre de Reynolds élevés, la première

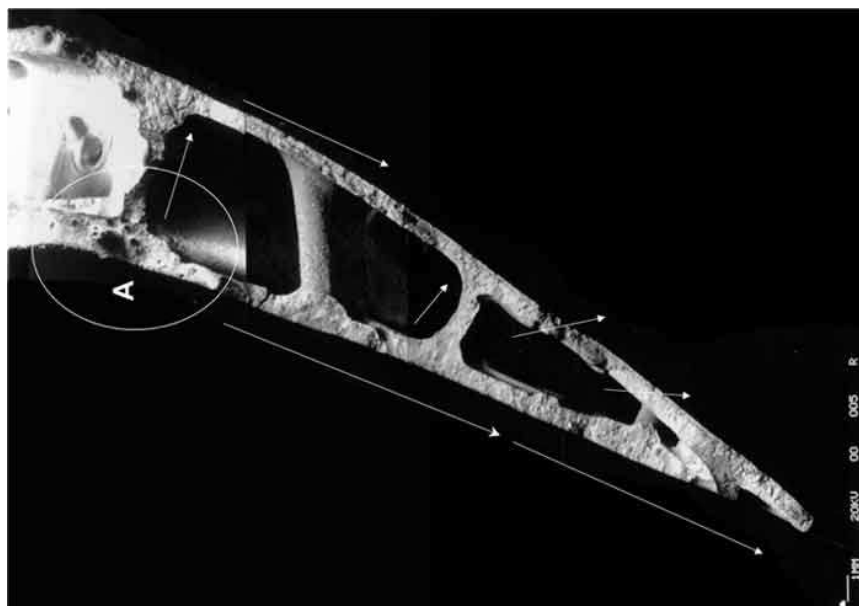


FIG. 1 – Coupe d'un aubage de turboréacteur suite à une rupture par fatigue thermique. La zone A correspond à la région d'impact soumise à une fatigue importante. Les flèches désignent les directions prédominantes des fissurations initiées par la suite. Tiré de [http://www.atsb.gov.au/aviation/tech-rep/turbo\\_fan/](http://www.atsb.gov.au/aviation/tech-rep/turbo_fan/)

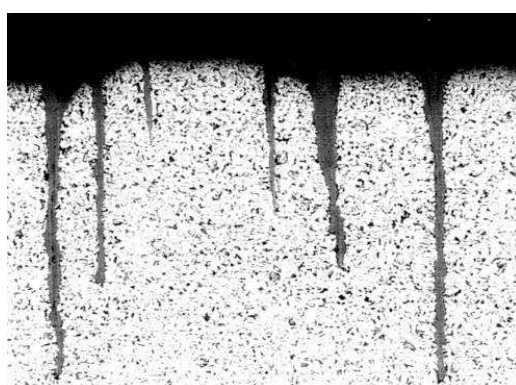


FIG. 2 – Fissuration de surface par fatigue thermique d'un élément de four industriel. Tiré de <http://iiw-wg5.cv.titech.ac.jp/case/BOFhood.htm>

approche historique consiste à modéliser entièrement les comportements liés à la turbulence et à considérer leurs effets sur l'écoulement moyen. Ce dernier étant généralement considéré comme stationnaire, les coûts de calcul des méthodes dites moyennées (appelées RANS pour Reynolds Averaged Navier-Stokes, voir page 30) de ce type sont très abordables dans une optique d'industrialisation. Peu coûteuse en temps de calcul, ces approches sont maintenant intégrées dans les processus de *design* et de conception (surtout dans le domaine de l'industrie aéronautique), mais permettent uniquement le traitement d'écoulements stationnaires et fournissent uniquement des informations concernant la dynamique du champ moyen. D'autre part, les fermetures associées à la modélisation de la turbulence dans ce cadre ci restent peu universelles et requièrent l'ajustement de constantes suivant la géométrie et l'écoulement considéré : le calcul de jets impactants et des transferts thermiques associés est par exemple très délicat à traiter avec des modélisations RANS [37].

Un niveau de complexité (et de coût de calcul) supplémentaire peut-être introduit en considérant des approches moyennées RANS instationnaires (U-RANS) ou DES [93] (pour Detached Eddy Simulation), permettant de tenir compte d'instationnarités dues soit à des instabilités hydrodynamiques (couches de mélanges, sillages...), soit à des phénomènes transitoires (injections à un instant donné). Ces approches sont présentées comme un bon compromis entre temps de calcul, précision des résultats et généralité des modélisations. Cependant, la détermination de certaines grandeurs d'intérêt, comme les fréquences caractéristiques d'instabilités présentes dans l'écoulement, l'amplitude de fluctuations de pression ou de température, ne peuvent être prises en compte par ces approches. L'utilisation de la Simulation Numérique Directe (DNS)<sup>1</sup> ne pouvant être envisagée dans un cadre industriel afin de répondre à la problématique des configurations complexes à haut nombre de Reynolds, la Simulation des Grandes Echelles (LES)<sup>2</sup> apparaît comme un outil particulièrement adapté à l'estimation des champs fluctuants. Cette approche de la simulation de la turbulence repose sur différents points de modélisation (numériques ou physiques) dont la capacité de chacun à représenter correctement la physique mise en jeu doit être clairement identifiée.

La **modélisation des effets des échelles non résolues** tant pour les contraintes que pour les flux de chaleur sous-maillages a déjà fait l'objet de nombreuses études [86]. Celles-ci ont montré la capacité de telles modélisations à représenter correctement la dynamique des échelles sous-maillages et ses effets dissipatifs dans une grande variété d'écoulements, aussi bien académiques que complexes, sans toutefois avoir été poussée jusqu'à « banaliser » leur application dans des configurations industrielles.

Les effets de la **discrétisation numérique des flux convectifs** dans l'équation de Navier-Stokes (dans le cas incompressible) a elle aussi fait l'objet d'études ayant montré l'importance de l'utilisation de schémas centrés pour la quantité de mouvement afin de préserver l'énergie cinétique turbulente contenue dans les échelles résolues. Cependant, peu d'attention a été portée sur le choix de schémas de convection pour le transport de scalaires passifs dans le but de prédire précisément les champs de fluctuations de température.

Les écoulements industriels à haut nombre de Reynolds présentent des couches limites (dynamiques et thermiques) très minces près des parois. Ces couches limites sont le siège de transferts de chaleur ainsi que de frottements par viscosité induisant des pertes de charge au système. La résolution de ces couches limites nécessiterait des maillages extrêmement fins près des parois

---

<sup>1</sup>La DNS consiste à simuler explicitement toutes les échelles présentes dans l'écoulement en adoptant des maillages de calcul extrêmement fins

<sup>2</sup>La LES consiste à ne simuler que les structures de l'écoulement pouvant être capturées par le maillage, qui peut être alors beaucoup plus grossier, en introduisant une modélisation appropriée

afin de correctement calculer ces transferts, mais dont le coût est prohibitif à l'heure actuelle. On fait donc appel à des *modèles de parois* permettant de calculer correctement, même en présence de grosses mailles de calcul, les transferts pariétaux (frottement et flux de chaleur). Par exemple, la résolution nécessaire au calcul sans modèle de paroi d'un Té de mélange à un nombre de Reynolds de l'ordre de  $10^6$  reste hors de portée (environ  $10^{10}$  mailles de calcul), sachant que les plus gros calculs menés à l'heure actuelle dans un cadre industriel ont nécessité des résolutions de l'ordre de  $10^7/10^8$  mailles. Ce même calcul peut être réalisé à l'aide d'un maillage grossier et d'une modélisation de paroi permettant de réduire ainsi le coût de calcul d'un facteur  $10^3$ , voir  $10^5$ . La majorité des modélisations de parois proposées à ce jour proviennent de l'expérience obtenue dans le domaine des méthodes statistiques (RANS) et ne sont pas directement adaptées à la LES, en particulier elles semblent inaptes à représenter correctement les fluctuations en proche paroi. Les modèles de paroi doivent réduire substantiellement les temps de calcul et permettre de représenter le plus fidèlement possible la physique des écoulements en proche paroi (impacts, décollements...).

Ce travail tente d'apporter des réponses à ces questions dans la perspective de l'utilisation de ces outils de simulation numérique de la turbulence intégrés dans un code de calcul à vocation industrielle pour l'industrie nucléaire.

Le premier chapitre de ce mémoire concerne la présentation du cadre théorique de cette thèse : les équations résolues et hypothèses de travail y sont introduites, pour la simulation d'écoulements turbulents incompressibles avec transfert de chaleur et couplage avec une paroi solide.

Dans un deuxième temps (Chapitre 2) il est fait mention de la physique essentiellement traitée dans ce mémoire, notamment la dynamique des fluctuations (de vitesse et de température) des zones de proche paroi ainsi que différentes modélisations proposées par différents auteurs en tant que modèles de parois.

On présente au Chapitre 3 la méthode de résolution numérique des équations de Navier-Stokes utilisés ici, de même que le cadre numérique lié à l'approche structurée/décalée considérée.

L'étendue des configurations industrielles d'intérêt pour l'industrie nucléaire, ainsi que leurs complexités, ne permettant pas de réaliser des études paramétriques et de valider de façon systématique les approches proposées, on traitera des cas tests dits « académiques », représentatifs de certaines configurations d'intérêt. En effet, dans le cadre d'études industrielles, on peut relever plusieurs écoulements types particulièrement complexes dont la mise en œuvre est rédhibitoire dans le cadre d'une thèse. On distingue parmi ceux-ci :

- le mélange de fluides à températures différentes dans un Té de mélange (voir figure 3) ou lors d'une injection de fluide qui est un écoulement présentant des couches de mélange, des couches limites dynamiques, des recirculations...
- les impacts de jet (voir figure 4) qui présentent des éjections, un point d'arrêt, un jet qui s'épanouit spatialement...

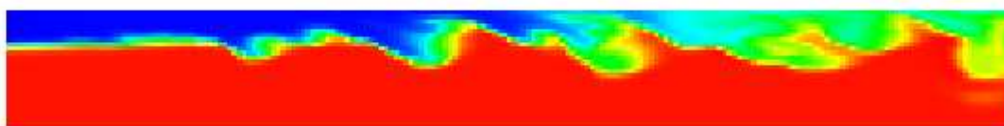


FIG. 3 – Couche de mélange turbulente en aval d'une jonction dans un Té de mélange (calcul LES parallèle, 3D, instationnaire,  $Re \propto 10^6$ ) : coupe de température instantanée. L'écoulement se fait de gauche à droite.

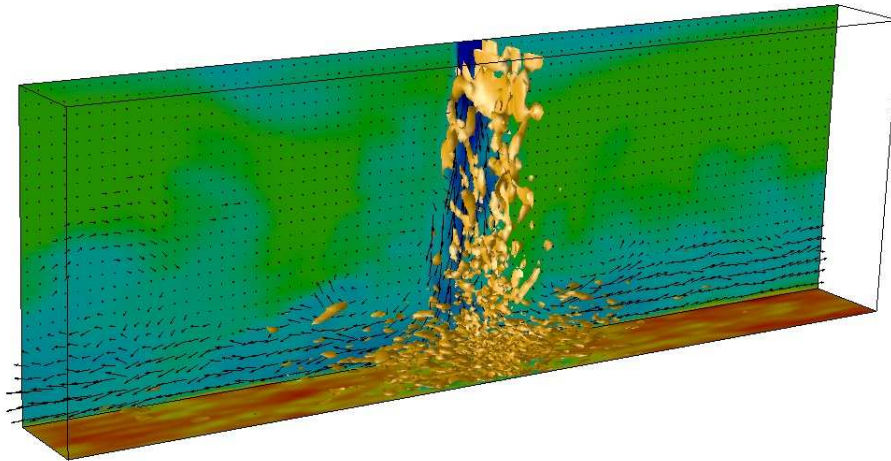


FIG. 4 – Exemple de la topologie d'un jet (froid) impactant sur une paroi plane (chaude) (calcul LES finement résolu, 3D, instationnaire) : coupes de température suivant la hauteur et en proche paroi avec vecteurs de vitesse et développement de structures tourbillonnaires (visualisées par le critère  $Q$  [58]) le long du jet et dans la zone d'impact. Le jet s'écoule du haut vers le bas.

Pour toutes ces raisons, les différents cas tests proposés dans cette thèse tentent de reproduire séparément certains de ces phénomènes, afin de déterminer les éléments de modélisation intervenants dans chacun d'eux. On distinguera :

- La Turbulence Homogène Isotrope (THI) de scalaire passif en décroissance libre (écoulement anisotherme en milieu de conduite) qui permettra de tester la capacité des schémas de convection à conserver l'énergie cinétique et la variance de température liée à la turbulence.
- L'écoulement de canal plan bi-périodique à parois isothermes (couches limites dynamiques et thermiques) validera les schémas de convection vis à vis de la détermination des flux de chaleurs moyens et des champs fluctuants.
- L'écoulement anisotherme de canal plan bi-périodique avec couplage thermique fluide/parois solides (dynamique proche paroi du couplage thermique fluide/solide) permettra d'investiguer le couplage thermique fluide/solide dans le cadre de simulations fines à faible Reynolds et à haut Reynolds à l'aide de modèles de parois.
- L'écoulement de canal plan spatial avec couplage thermique avec des parois solides présentant des oscillations de température basse fréquence en entrée de domaine sera une « représentation artificielle » d'instabilités hydrodynamiques entraînant des fluctuations de température basses fréquences et sans flux de chaleur moyen normal à la paroi.

Le chapitre 4 propose ensuite une réflexion sur les schémas de convection de scalaire appliqués à la Simulation des Grandes Echelles dans le but de prédire efficacement aussi bien les champs moyens que fluctuants. En particulier, l'utilisation d'un schéma décentré d'ordre élevé (avec limiteur de pente) semble être le meilleur compromis entre robustesse (bornes physiques respectées) et diffusion numérique dans les configurations investiguées : turbulence homogène isotrope en décroissance libre et écoulement de canal plan périodique.

Après avoir mis en évidence certains défauts inhérents à l'utilisation de modèles de parois « standards » pour des calculs couplés fluide/solide (voir Chapitre 5), on propose deux ap-

proches conceptuellement très différentes l'une de l'autre pour l'estimation des fluctuations de température en proche-paroi.

Une première approche générale de résolution proche paroi est proposée au Chapitre 6. Cette méthode (de type « multi-grille ») repose sur la résolution locale des équations régissant l'écoulement turbulent tridimensionnel et instationnaire en proche paroi. Ayant donné de bons résultats à Reynolds modéré dans l'appréhension de la dynamique pariétale (fluctuations, champ moyen), on montre que la modélisation proposée trouve certaines limites dans les nombres de Reynolds élevés de par son coût.

Une tentative d'approche alternative est proposée (Chapitre 7), tentant de concilier des contraintes de temps de calcul et de précision dans l'estimation des fluctuations de température à l'interface fluide/solide à haut Reynolds. Cette modélisation repose sur la résolution (mono dimensionnelle) d'une équation de couche limite pour la température moyenne (ou basse fréquence) et d'une équation de variance de température provenant d'une approche statistique de la turbulence. Le forçage des fluctuations de température à l'interface fluide/solide s'opère alors par une décomposition du signal de température provenant du premier point de calcul et par une reconstruction de ce même signal, en accord avec la résolution des deux équations précitées. Cette approche, nécessitant beaucoup plus d'hypothèses que la précédente, n'a pu être complètement validée, et n'est ici mentionnée qu'au titre des nouvelles perspectives à éventuellement poursuivre.



# Chapitre 1

## Simulation numérique de la turbulence

Ce chapitre pose les problématiques associées à la simulation numérique d'écoulements turbulents ainsi que les concepts liés à la turbulence et qui permettent de proposer des modélisations adaptées et performantes. On introduit de même les équations régissant nos écoulements dans le cadre de cette thèse et après avoir posé les problèmes de fermeture en LES, quelques approches de modélisation sous-maille sont passées en revue.

La majeure partie des écoulements de fluides présents aussi bien dans la nature (océans, atmosphère, fleuves, avalanches...) que dans l'industrie (aéronautique, automobile, réacteurs chimiques...), présente un caractère turbulent. Bien que la question d'une définition précise et générale de la turbulence soit toujours ouverte, on reconnaît à ces écoulements quelques propriétés générales et universelles. On admet généralement l'imprédictibilité de l'écoulement et son caractère aléatoire, mais on ne lui attribue pas une complète désorganisation ou un caractère totalement chaotique. En effet, on constate que le mode naturel d'écoulement turbulent d'un fluide visqueux tend vers une organisation instationnaire et tridimensionnelle en structures cohérentes (tourbillons) entretenue par des mécanismes d'échange d'énergie entre structures répartis sur une large gamme d'échelles spatiales et temporelles (voir Chassaing [18] ou Lesieur [58]).

En considérant que l'équation de Navier-Stokes est valable dans le cadre des échelles et régimes considérés, la résolution numérique des équations régissant l'écoulement fluide permet de simuler et d'avoir une vue de sa dynamique (décollement, recollement turbulent, phénomènes instationnaires...).

Une résolution numérique réaliste d'un écoulement turbulent peut donc prétendre, en conséquence de ce qui est mentionné ci-dessus, représenter toute la gamme d'échelles spatio-temporelles présentes dans l'écoulement. Une telle approche, consistant à résoudre explicitement toutes les échelles caractéristiques de l'écoulement est appelée Simulation Numérique Directe ou DNS (DNS, pour *Direct Numerical Simulation* en anglais). De tels calculs nécessitent des discrétisations extrêmement fines permettant de capturer toutes les structures de l'écoulement en jeu dans les transferts énergétiques intrinsèques à la topologie de l'écoulement. Dans le cadre d'écoulements turbulents, on retient en général deux échelles extrêmes. La première représente la taille des plus grandes structures énergétiques présentes dans l'écoulement et dépendant de la configuration étudiée (échelle intégrale  $L_i$ ). La deuxième, correspond à l'échelle des plus petites structures dissipatives  $l_d$  est appelée échelle de Kolmogorov. Le rapport de ces deux échelles

$$\frac{L_i}{l_d} = Re^{3/4}$$

donne une estimation du nombre de points de discrétisation dans une direction donnée de l'espace permettant de calculer toutes les structures présentes dans l'écoulement.  $Re$  représente un nombre de Reynolds basé sur une échelle de vitesse et une échelle de longueur des plus grosses structures de l'écoulement ; La turbulence étant tridimensionnelle, l'effort de maillage est proportionnel à  $Re^{9/4}$ . Limitée actuellement par la puissance des ordinateurs, cette approche n'est possible que dans des configurations simples, académiques et à faibles nombres de Reynolds, c'est à dire limitée à des écoulements présentant une gamme d'échelles spatio-temporelles relativement étroite. Ainsi, Moin et Kim [66] estiment à  $10^{20}$  le nombre de degrés de liberté nécessaires à la résolution numérique de l'écoulement autour d'un avion complet. Cependant, lorsqu'elle peut être mise en œuvre, la DNS permet une description fine et déterministe de l'écoulement et de ses caractéristiques d'intérêt (fluctuations, champs moyen, topologie) puisque la résolution directe des équations ne dépend d'aucune modélisation.

Face à ce constat, une première approche de modélisation statistique de la turbulence a été proposée afin de simuler des écoulements de fluides turbulents. Partant du fait que ces écoulements obéissent à des propriétés particulières, une approche consiste à introduire une modélisation de toutes les échelles de la turbulence. Les approches RANS, pour *Reynolds Averaged Navier-Stokes*, sont basées sur un moyennage des équations régissant l'écoulement et s'appuient sur la décomposition du champ total en un champ moyen et un champ fluctuant. La solution découlant de la résolution des équations issues de méthodes RANS présente les caractéristiques moyennes de l'écoulement. Le principal avantage d'une telle méthode est sa rapidité de calcul. Dans le cas d'écoulements possédant une ou plusieurs directions d'homogénéité, le nombre de degrés de liberté peut-être diminué substantiellement. De plus, l'aspect temporel n'intervenant pas dans son formalisme, le problème peut-être simplifié par sa dimension temporelle. En outre, toutes les échelles de la turbulence étant modélisées, l'utilisation de maillages plus lâches qu'en DNS peut-être envisagée puisqu'ils ne doivent pas prendre en compte les plus petites structures dissipatives de l'écoulement. Cependant, toutes les échelles de la turbulence étant modélisées, la représentation du caractère turbulent de l'écoulement repose intégralement sur la capacité du modèle à les reproduire correctement. Ainsi, la tendance générale se dégageant de ce genre d'approche est le manque de généralité des modèles développés et l'ajustage de nombreuses constantes de fermeture en fonction de l'écoulement traité. Ces méthodes statistiques qui ont connu des développements importants (eg. modélisations au second ordre, multi-échelles... [18]) font aujourd'hui partie du domaine public et sont largement utilisées dans la plupart des logiciels de CFD commerciaux.

## 1.1 Simulation des Grandes Echelles (*LES*) des écoulements turbulents

Une des approches ayant reçu une large part de développements ces 40 dernières années est la Simulation des Grandes Echelles (en anglais LES pour *Large Eddy Simulation*) [59] [86]. L'initiateur de cette approche, Smagorinsky, propose dans son article fondateur de 1963 [92] de considérer les contributions aux grandes échelles (eg. les grands courants atmosphériques) comme étant explicitement calculées, et de modéliser les effets des structures dont la taille caractéristique est inférieure à la maille de calcul de la discrétisation considérée.

Ceci fait apparaître la notion de filtrage (implicite) des échelles présentes dans l'écoulement et pose les bases nécessaires au développement de modélisations pour les échelles sous-maille. Celles-ci représentent les échelles dont la taille est inférieure à la largeur du filtre passe-bas ap-

pliqué aux équations régissant l'écoulement turbulent. L'avantage de cette approche est qu'elle laisse une faible part à la modélisation puisqu'une partie réduite des échelles (celles dont le caractère est le plus universel) est modélisée alors que les échelles dont la taille est supérieure au filtre associé au maillage sont explicitement calculées par les équations d'évolution. Le caractère universel de la modélisation sous-maille est un avantage indéniable de l'approche qui est apte à simuler tout type d'écoulement. De même que son formalisme qui tend naturellement vers une DNS lorsque le raffinement de maillage (taille caractéristique du filtre) permet de résoudre toutes les échelles du spectre d'énergie de l'écoulement jusqu'à l'échelle de Kolmogorov [58].

Ce travail repose sur une approche de la simulation de la turbulence basée sur la LES, dont le formalisme et les fermetures sont détaillés dans les paragraphes suivants.

## 1.2 Equations de base

Deux équations d'évolution sont utilisées pour décrire l'écoulement d'un fluide incompressible dans son mouvement. L'une traduit la conservation de la masse localement (ou, dans sa forme intégrale, dans un volume de contrôle) l'autre la conservation de la quantité de mouvement. Une troisième équation intervient pour tenir compte des transferts de chaleur dans le cas d'écoulements anisothermes : l'équation d'énergie.

Les formes de ces équations sont différentes suivant les hypothèses faites sur le type d'écoulement et de fluide considérés. Dans cette étude, on suppose un fluide *incompressible*, à *propriétés thermodynamiques constantes* ( $\mu = cte$ ,  $\rho = cte$ ,  $\lambda = cte$ ,  $C_p = cte$ ). Les écoulements considérés ne tiendront pas compte des forces de gravité et les transferts thermiques seront considérés suffisamment faibles pour que la température soit considérée comme un scalaire passif.

### 1.2.1 Conservation de la masse

L'équation de continuité s'écrit dans le cas des écoulements incompressibles à masse volumique constante :

$$\boxed{\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0} \quad (1.1)$$

Cette expression de la conservation de la masse est justifiée dès lors que les vitesses sont faibles devant la vitesse de propagation du son (faible nombre de Mach).

### 1.2.2 Navier-Stokes incompressible

La forme générale de l'équation de Navier-Stokes traduisant la conservation de la quantité de mouvement s'écrit (à masse volumique constante) :

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad (1.2)$$

$f_i$  désigne éventuellement une force volumique. Dans le cadre des fluides visqueux newtoniens, on considère que le tenseur des contraintes visqueuses  $\tau_{ij}$  est relié au tenseur des taux de

déformation  $S_{ij}$  par une loi linéaire de la forme :

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \delta_{ij} \quad (1.3)$$

On note le tenseur des taux de déformation :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.4)$$

En faisant intervenir l'équation de continuité pour le calcul de  $\tau_{ij}$ , et en se plaçant en régime de convection forcée (c'est à dire que l'on néglige les forces de flottabilité dues à la gravité  $g_i$  et à de grands écarts de masse volumique), l'équation de Navier-Stokes incompressible s'écrit finalement sous la forme suivante :

$$\boxed{\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\nu S_{ij}) + \frac{f_i}{\rho}} \quad (1.5)$$

### 1.2.3 Equation de la chaleur

En présence d'écoulements de fluides anisothermes, il est nécessaire de poser les équations d'évolution locale de quantités telles que le champ de température ou bien l'énergie totale du fluide.

La formulation en énergie totale est plus particulièrement utilisée dans le cadre des écoulements compressibles [36], alors que la formulation via l'équation de la chaleur pour la température est plus communément utilisée en thermohydraulique pour les écoulements incompressibles ou faiblement dilatables.

Dans le cadre de cette étude, on considérera que la température est un scalaire passif, c'est à dire que le scalaire convecté n'a aucune incidence sur le champ transportant, via par exemple la dilatabilité ( $\rho(T)$ ) ou les effets de gravité. Il n'y a alors aucune rétroaction du champ de température sur l'équation de Navier-Stokes. L'équation d'énergie s'écrit finalement sous la forme suivante :

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \alpha_f \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + Q_f} \quad (1.6)$$

$\alpha_f = \lambda/\rho C_p$  désigne la diffusivité thermique du fluide et  $Q_f$  représente un terme source (positif ou négatif) de dégagement de puissance thermique.

### 1.2.4 Diffusion dans un solide

Pour l'étude d'écoulements anisothermes en contact avec des parois, l'utilisation de conditions aux limites idéales (de type température imposée ou flux de chaleur imposé) n'est pas toujours possible. De plus, le champ de température se développant dans une structure (température moyenne, fluctuations) ou tout simplement la prise en compte de façon réaliste des transferts pariétaux et des temps caractéristiques d'établissement du système fluide/solide dans des configurations transitoires est souvent la principale motivation de l'investigation du problème thermique couplé fluide/solide.

L'équation de diffusion dans un solide [85] est alors classiquement donnée par :

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \alpha_s \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + Q_s} \quad (1.7)$$

$\alpha_s$  désigne la diffusivité thermique du solide (constante et indépendante de la température) et  $Q_s$  un dégagement de chaleur.

### 1.3 Filtrage et problème de fermeture

Le formalisme de la LES reposant sur un filtrage passe-bas des équations de bilan, on introduit un filtre  $\mathcal{G}$  de largeur  $\Delta$ . La plus petite longueur d'onde qui puisse alors être reproduite entièrement correspond au nombre d'onde :  $k_c = \pi/\Delta$ . Le produit de convolution correspondant au filtrage d'une variable  $f(\vec{x}, t)$  s'écrit dans l'espace physique [56] :

$$\bar{f}(\vec{x}, t) = \mathcal{G} * f(\vec{x}, t) = \iiint_{\mathbb{R}^3} f(\vec{y}, t) \mathcal{G}(\vec{x} - \vec{y}) d\vec{y} \quad (1.8)$$

$\bar{f}$  correspond aux échelles de taille supérieure à  $\Delta$  et associées aux nombres d'onde inférieurs à  $k_c$ .  $f''$ , champ sous-maille, est inconnu et correspond aux échelles de taille inférieure à  $\Delta$ . Il est défini par rapport au champ total  $f$  par :

$$f'' = f - \bar{f}$$

Le filtre défini doit vérifier les propriétés suivantes : linéarité et commutation avec les opérateurs de dérivation temporelle et spatiale (voir Ghosal [33]). Cette dernière propriété n'est généralement pas vérifiée mais il est souvent admis que les erreurs commises sont négligeables [87].

La largeur du filtre  $\Delta$  issu de la discrétisation des équations sur une grille de calcul est généralement donnée dans le cas de maillages cartésiens orthogonaux (ce qui sera le cas ici) par :

$$\Delta = \sqrt[3]{\Delta x \Delta y \Delta z} \quad (1.9)$$

$\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$  étant les pas de maillage suivant les trois directions de l'espace (dans le cas de maillages cartésiens).

En réalité, on peut considérer que le filtrage opéré sur le champ total résulte de plusieurs paramètres [32] :

- le filtre (implicite) associé à la taille de maille et qui est de largeur  $2\Delta$  (si la taille caractéristique du maillage est  $\Delta$  dans l'espace physique).
- le filtre induit par les erreurs numériques (schémas de convection, d'avancée en temps)
- le filtrage associé aux erreurs de modélisation.

En appliquant un filtrage passe-bas aux équations de bilan et avec les hypothèses précédentes, on obtient le système d'équations filtrées à résoudre dans une approche LES :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j \bar{u}_i) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\nu \bar{S}_{ij} + \bar{\tau}_{ij}) \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{u}_i \bar{T}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha_f \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} + \bar{\Theta}_i \right) \quad (1.12)$$

$\bar{S}_{ij}$  correspond au tenseur des taux de déformations résolus donné par :

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

Les nouveaux termes  $\bar{\tau}_{ij}$  et  $\bar{\Theta}_i$  issus du filtrage représentent respectivement le tenseur des contraintes sous-maille (ou tenseur de Reynolds) et les flux de chaleur sous-maille, et sont définis par :

$$\bar{\tau}_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \overline{u_i u_j} \quad (1.13)$$

$$\bar{\Theta}_i = \bar{T} \bar{u}_i - \overline{T u_i} \quad (1.14)$$

Ces deux tenseurs correspondent à de nouvelles inconnues dont on cherche à modéliser les effets qu'ils ont sur les grandeurs filtrées. La résolution du système d'équations défini par les équations (1.10), (1.11) et (1.12) permet de résoudre le problème posé au niveau des échelles résolues, et doit reposer sur une modélisation des termes sous-maille ci-dessus afin de constituer un système d'équations fermées [58].

## 1.4 Modélisation sous-maille

La modélisation sous-maille en LES de la turbulence repose sur l'hypothèse d'universalité des mouvements à petite échelle. Cette hypothèse est généralement vérifiée loin des parois et de possibles interfaces (bulles, surface libre...) [87].

### 1.4.1 Contraintes sous-maille

On présente dans cette section quelques approches de modélisation des contraintes sous-maille données par l'équation (1.13).

Dans le cadre de ce travail, la modélisation des contraintes sous-maille  $\bar{\tau}_{ij}$  se base sur une hypothèse de viscosité sous-maille (hypothèse de Boussinesq) en reliant les contraintes sous-maille au tenseur des taux de déformation résolus  $\bar{S}_{ij}$  :

$$\bar{\tau}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \bar{\tau}_{kk} = 2\nu_t \bar{S}_{ij} \quad (1.15)$$

L'équation (1.11) s'écrit alors sous la forme :

$$\boxed{\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j \bar{u}_i) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\bar{p} - \frac{1}{3} \rho \bar{\tau}_{kk})}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2(\nu + \nu_t) \bar{S}_{ij})} \quad (1.16)$$

Le modèle de Smagorinsky [92] est basé sur une hypothèse de longueur de mélange dans laquelle on considère que la viscosité sous-maille est proportionnelle à une échelle de longueur (ici associée au filtrage des équations, à savoir la taille caractéristique du maillage) notée  $\Delta$ , et une échelle de vitesse déterminée par le produit  $\Delta \|\overline{S}\|$  où  $\|\overline{S}\|$  est la norme du tenseur des taux de déformation résolus défini par :

$$\|\overline{S}\| = \sqrt{2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij}} \quad (1.17)$$

Finalement, l'écriture du modèle de Smagorinsky se fait de la façon suivante :

$$\boxed{\nu_t = (C_s \Delta)^2 \|\overline{S}\|} \quad (1.18)$$

La constante  $C_s$  est déterminée d'après l'hypothèse d'équilibre local entre production et dissipation de l'énergie cinétique turbulente. En considérant une turbulence homogène isotrope, le spectre d'énergie cinétique turbulente est un spectre de Kolmogorov. Ce modèle de spectre  $E(k)$  est défini par trois hypothèses (voir [63]) :

- L'énergie turbulente  $k$  est principalement portée par les grands tourbillons qui ne répondent pas directement aux effets de la viscosité  $\nu$ .
- La viscosité moléculaire n'influence que les plus petites structures responsables de la majeure partie de la dissipation.

Ce spectre d'énergie cinétique turbulente peut s'écrire sous la forme :  $E(k) \propto k^a \varepsilon^b$ , et des considérations dimensionnelles permettent d'avoir la forme du spectre conduisant à la loi de Kolmogorov en  $k^{-5/3}$  (Kolmogorov, 1941) :

$$E(k) = C_k \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$$

où  $C_k = 1.4$  est la constante de Kolmogorov.

En supposant que la coupure se place dans la zone inertielle du spectre, la valeur théorique de la constante du modèle de Smagorinsky peut être calculée dans le cadre d'une turbulence suivant un spectre de Kolmogorov, ayant alors pour valeur :  $C_s = 0.18$ . Bien qu'une valeur théorique puisse être donnée pour cette constante, dans la pratique cette valeur est modifiée afin de d'obtenir de meilleurs résultats : Deardoff [24] préconise par exemple la valeur de  $C_s = 0.1$  (pour des écoulements cisailés libres, écoulements de canal, marche descendante).

Le modèle de Smagorinsky possède deux défauts :

- d'une part, en ne faisant intervenir que la partie symétrique du tenseur des taux de déformations résolus,  $\overline{S}_{ij}$ , on ne tient compte que des taux de déformation sans tenir compte des taux de vorticités  $\overline{\Omega}_{ij}$ , eux aussi responsables d'étirements tourbillonnaires et donc de dissipation turbulente.
- d'autre part, ce modèle est d'ordre  $o(1)$  à la paroi (*i.e.* il tend vers une valeur non nulle lorsque l'on s'approche de la paroi) à cause de l'emploi du tenseur  $\overline{S}_{ij}$  qui est lui-même d'ordre  $o(1)$  vers la paroi [73].

Pour palier à ce défaut, on utilise pour ce genre de modèle des fonctions d'amortissement permettant de ramener la valeur de  $\nu_t$  à la paroi à 0.

Un exemple de fonction d'amortissement est la fonction de Van Driest qui se met sous la forme :

$$1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right) \text{ avec } A^+ = 25$$

$y^+$  étant la distance à la paroi exprimée en unités de parois ( $y^+ = yu_\tau/\nu$ ). L'inconvénient de ce genre de fonction d'amortissement est qu'elle nécessite de connaître la distance à la paroi en tout point du domaine de calcul, ce qui est difficile à définir dans certaines configurations ou en maillage non structuré.

L'estimation de la longueur de coupure associée au maillage  $\Delta$  est relativement complexe à déterminer dans le cas de maillages non uniformes, non homogènes ou non structurés. De nombreux auteurs ont proposé des calculs de  $\Delta$  en tenant compte par exemple des facteurs d'aplatissement. On se limitera dans notre cas à un calcul simple de  $\Delta$  qui sera donné par :

$$\Delta = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$$

où  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$  sont les pas du maillage dans les trois directions de l'espace dans un maillage orthogonal structuré.

Une façon élégante de faire tendre  $\nu_t$  à la paroi est de construire un opérateur basé sur les deux tenseurs  $\overline{S}_{ij}$  et  $\overline{\Omega}_{ij}$  et de les combiner afin d'obtenir un bon comportement asymptotique au voisinage des parois en  $o(y^3)$ .

C'est ce qui a été entrepris par Nicoud *et al.* [73] qui ont proposé le **modèle WALE** (Wall-Adapting Local Eddy-Viscosity) afin de modéliser la viscosité sous-maille sous la forme :

$$\nu_t = (C_w \Delta)^2 \frac{\overline{OP}_1}{\overline{OP}_2 + \varepsilon} \quad (1.19)$$

où :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 10^{-6} \\ \overline{OP}_1 &= (s_{ij}^d s_{ij}^d)^{3/2} \\ \overline{OP}_2 &= (\overline{S}_{ij} \overline{S}_{ij})^{5/2} + (s_{ij}^d s_{ij}^d)^{5/4} \\ s_{ij}^d &= \frac{1}{2} (\overline{g}_{ij}^2 + \overline{g}_{ji}^2) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \overline{g}_{kk}^2 \\ \overline{g}_{ij} &= \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} \end{aligned}$$

La constante du modèle,  $C_w = 0.5$ , a été déterminée à partir de résultats de décroissance de turbulence homogène isotrope.

Le choix des exposants intervenant dans les deux opérateurs est lié au fait que l'on souhaite faire tendre le modèle vers zéro à la paroi avec la bonne décroissance en  $o(y^3)$  (voir [73] pour détails), ainsi qu'afin d'obtenir la bonne dimension pour  $\nu_t$  (dont la dimension est  $[\nu_t] = m^2 s^{-2}$ ).

Ce modèle sous-maille a donc les propriétés suivantes :

- il tend (par construction) vers 0 près de la paroi ;
- il reproduit correctement la transition laminaire-turbulent (il s'annule lorsque la topologie de l'écoulement est bidimensionnelle) ;
- il ne nécessite pas d'information quant à la position et l'orientation d'une paroi, ce qui est particulièrement intéressant dans le cas de maillages non structurés.



Les différents modèles à base de **fonction de structure** s'appuient tous sur une transposition dans l'espace physique du concept de viscosité turbulente spectrale (voir Lesieur et Métais [59] et [64]).

Celle-ci peut alors s'écrire [64] :

$$\nu_t(\vec{x}, \Delta) = \frac{2}{3} C_k^{-3/2} \left[ \frac{E_{\vec{x}}(k_c)}{k_c} \right]^{1/2}$$

$E_{\vec{x}}(k_c)$  désigne le spectre d'énergie cinétique local avec  $k_c = \pi/\Delta$ . L'estimation de  $E_{\vec{x}}(k_c)$  se fait par l'intermédiaire de la fonction de structure d'ordre deux du champ de vitesse filtré [59], celle-ci étant évaluée à l'échelle  $\Delta$  et est donnée par :

$$\overline{F_2}(\vec{x}, \Delta, t) = \left\langle \|\vec{u}(\vec{x}, t) - \vec{u}(\vec{x} + \vec{r}, t)\|^2 \right\rangle_{\|\vec{r}\|=\Delta} \quad (1.20)$$

Pour un spectre d'énergie qui suit la loi de Kolmogorov, le modèle de la fonction de structure s'écrit :

$$\boxed{\nu_t(\vec{x}, t) = C_{fs} \Delta \sqrt{\overline{F_2}(\vec{x}, \Delta, t)}} \quad (1.21)$$

où :  $C_{fs} = 0.105 C_k^{-3/2}$ .

Pratiquement,  $\overline{F_2}$  est typique de la différence de vitesse entre deux points d'un tourbillon distants de  $\|\vec{r}\|$  et est déterminée par une moyenne locale du carré des différences des vitesses entre  $\vec{x}$  et ses six points voisins (voir Ackermann [1]) :

$$\overline{F_2}(\vec{x}, \Delta) = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^3 \overline{F_2}^{(i)} \left( \frac{\Delta}{\Delta x_i} \right)^{2/3}$$

avec :  $\overline{F_2}^{(i)} = \|\vec{u}(\vec{x}) - \vec{u}(\vec{x} + \Delta x_i \vec{e}_i)\|^2 + \|\vec{u}(\vec{x}) - \vec{u}(\vec{x} - \Delta x_i \vec{e}_i)\|^2$  et où  $\vec{e}_i$  est le vecteur unité dans la direction  $x_i$ .

Le terme  $\left( \frac{\Delta}{\Delta x_i} \right)^{2/3}$  constitue une adaptation de la fonction de structure à des maillages non uniformes. L'exposant  $2/3$  est donné par des considérations énergétiques concernant la loi de Kolmogorov, permettant d'affirmer que la fonction de structure d'ordre deux de la vitesse est proportionnelle à  $(\varepsilon r)^{2/3}$  [59].

Le développement de la **version sélective du modèle de la fonction de structure**, par David [22] a été motivé par le comportement trop dissipatif du modèle de la fonction de structure de base dans des situations quasi-bidimensionnelles ou en transition.

Ainsi, la forme sélective consiste à faire agir la viscosité sous-maille uniquement dans les régions où l'écoulement est fortement tridimensionnel. Le critère adopté pour capter l'aspect tridimensionnel est basé sur l'angle  $\alpha$  entre la vorticité locale r solv e  $\vec{\omega}(\vec{x}, t)$  et la vorticité moyenne  $\langle \vec{\omega}(\vec{x}, t) \rangle$  au voisinage du point  $\vec{x}$  :

$$\begin{aligned} \langle \vec{\omega}(\vec{x}, t) \rangle &= \frac{1}{6} [\vec{\omega}(\vec{x} + \Delta \vec{x}_1, t) + \vec{\omega}(\vec{x} - \Delta \vec{x}_1, t) \\ &\quad + \vec{\omega}(\vec{x} + \Delta \vec{x}_2, t) + \vec{\omega}(\vec{x} - \Delta \vec{x}_2, t) \\ &\quad + \vec{\omega}(\vec{x} + \Delta \vec{x}_3, t) + \vec{\omega}(\vec{x} - \Delta \vec{x}_3, t)] \end{aligned}$$

Une grande valeur de  $\alpha$  signifie que la direction de la vorticité varie beaucoup d'un point à l'autre, ce que l'on interprète comme un indicateur de turbulence à petite échelle.    l'inverse, une petite valeur de  $\alpha$  montre une tendance à l'alignement de la vorticité sur un certain voisinage, ce qui est le cas en régime laminaire ou au début de la transition, avant que l'écoulement n'ait développé de structures tridimensionnelles. L'expression de  $\nu_t$  pour la fonction de structure sélective est alors donnée par :

$$\nu_t(\vec{x}, t) = C_{f_{ss}} \Phi_{\alpha_0}(\vec{x}, t) \Delta \sqrt{F_2}(\vec{x}, \Delta x, t) \quad (1.22)$$

avec :

$$\Phi_{\alpha_0}(\vec{x}, t) = \begin{cases} 1 & \text{si } \alpha \geq \alpha_0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les valeurs  $C_{f_{ss}} = 0.104$  et  $\alpha_0 = 20^\circ$  ont été déterminées par David *et al.* [22] :  $\alpha_0$  correspond à l'angle le plus probable déterminé à partir de simulations de turbulence homogène isotrope (sur des résolutions de  $(32)^3$  et  $(48)^3$ ). Le modèle de la fonction de structure sélective a montré de bons résultats pour des écoulements de couche limite obtenus par Ackermann [1] (qui a aussi proposé une version modifiée de ce modèle[2]) ainsi que pour de nombreuses autres applications (LES de canaux chauffants par Salinas Vasquez *et al.* [88] entre autres).

De nombreuses autres possibilités de modélisation sont possibles à l'heure actuelle [87]. On dénombre des modèles dynamiques (Germano *et al.* [31]) permettant une détermination dynamique de la constante suivant l'écoulement en tenant compte de la topologie de l'écoulement par des approches Lagrangienne (Meneveau *et al.* [62]) ou Eulérienne (Brillant [12]).

Peng *et al.* [77] ont entre autre développé des modélisations sous-maille afin de tenir compte d'effets de flottabilité sur la turbulence sous-maille.

Des modélisations ont aussi été développées afin de tenir compte du phénomène de *backscatter* (transfert d'énergie des petites échelles vers les grandes) (voir Piomelli *et al.* [81], ou Germano [31]).

**Discussion :** *Il est à noter que l'utilisation de maillages lâches et fortement anisotropes (i.e. de type « industriel ») ne permet pas de vérifier a priori l'hypothèse affirmant que la coupure s'effectue dans une zone inertielle. En effet, les modèles développés pour la LES sont la plupart du temps calés sur des configurations de turbulence homogène isotrope ou en considérant que la coupure du filtre associé au maillage s'opère dans la zone inertielle du spectre d'énergie cinétique turbulente. Or, plus une discrétisation est grossière, plus la part de modélisation sera importante pour le champ sous-maille et on ne peut plus dans certains cas considérer que la coupure s'opère dans la zone inertielle compromettant a priori la validité du modèle. Les défauts et dérives observés à haut nombre de Reynolds (voir Cabot *et al.* [13]) reflètent sans doute les limitations des modélisations sous-maille actuelles, souvent basées sur des validations à faible Reynolds (sauf en THI) et sur des maillages fins. Des auteurs tels que Magnient *et al.* [61] ou Benarafa *et al.* [9] tentent de répondre à ce genre de problématique.*

Une autre approche de la simulation d'écoulements turbulents en LES appelée **MILES** (pour Monotone Integrated LES) [75] [29] est aussi fréquemment mise en œuvre. Cette approche est basée sur l'hypothèse que les effets de la turbulence sous-maille sont essentiellement diffusifs. Introduite par Boris *et al.* [11], elle est essentiellement motivée par le fait que la dissipation induite par les schémas numériques dissipatifs (ou décentrés) est de même nature que celle

induite par les modélisations sous-maille généralement utilisées. La méthode MILES est surtout utilisée pour des géométries complexes et/ou nécessitant des méthodes numériques robustes, en faisant un outil particulièrement intéressant dans le cadre d'applications industrielles. On discerne quelques techniques intéressantes dans ce cadre et qui varient suivant les auteurs :

- utilisation de schémas de convection purement décentrés (MUSCL, TVD, QUICK...) [29] de manière à dissiper de l'énergie de façon numérique
- utilisation de méthodes d'éléments finis comportant un caractère stabilisateur (ou diffusif) par construction (voir notamment Sagaut [87] pp. 144 pour une revue des différentes méthodes et auteurs).

### 1.4.2 Flux de chaleur sous-maille

La modélisation des flux de chaleur sous-maille donnés par l'équation (1.14) repose souvent sur une approche fickienne, tout comme l'hypothèse de Boussinesq pour la modélisation du tenseur  $\bar{\tau}_{ij}$ .

Par analogie à la loi de Fourier, le flux de chaleur sous-maille est relié au gradient de température résolue à l'aide d'une diffusivité sous-maille,  $\alpha_t$  :

$$\bar{\Theta}_i = \alpha_t \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \quad (1.23)$$

On introduit la notion de Prandtl sous-maille,  $Pr_t$ , qui est défini par :

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t} = \frac{\bar{\tau}_{ij} \partial \bar{T} / \partial x_i}{\bar{\Theta}_i \partial \bar{u}_i / \partial x_j} \quad (1.24)$$

Le **modèle à Prandtl sous-maille constant** est la modélisation la plus simple permettant de calculer  $\alpha_t$ . Généralement, la valeur admise pour  $Pr_t$  est proche de 1 et varie suivant les auteurs entre 0.5 et 1.1. On prendra dans notre cas  $Pr_t = 0.9$ , valeur motivée par des auteurs tels que Lyons *et al.* [60], Nicoud *et al.* [71] Kim *et al.* [48] ou encore Kasagi *et al.* [43].

Ce modèle fait l'hypothèse que le flux de chaleur sous-maille est colinéaire et parfaitement corrélé au gradient de température résolue ce qui n'a pas été confirmé par les expériences ou par Simulations Numériques Directes.

Ainsi, on peut être amené à introduire des modèles pour les flux de chaleur sous-maille autorisant une dépendance suivant les trois composantes du gradient de température résolue (par l'intermédiaire d'une diffusivité tensorielle) et un découplage entre le champ dynamique et thermique : il s'agit de la catégorie des modèles non fickiens.

Le **modèle de similarité d'échelles** [68] est une extension du modèle de Bardina [6] à un scalaire passif. On considère que les interactions entre les échelles résolues et les échelles sous-maille s'effectuent principalement dans les plus petites échelles résolues ( $(\bar{T})''$  ou  $(\bar{u})''$ ) et les plus grandes échelles sous-maille ( $(T'')$  ou  $(u'')$ ). La figure 1.1 illustre le principe du modèle de similarité d'échelles.

Il est alors possible d'estimer le tenseur  $\bar{\Theta}_i$  par un deuxième filtrage du champ résolu. On suppose ainsi que le tenseur sous-maille peut-être évalué directement à partir du champ à grande

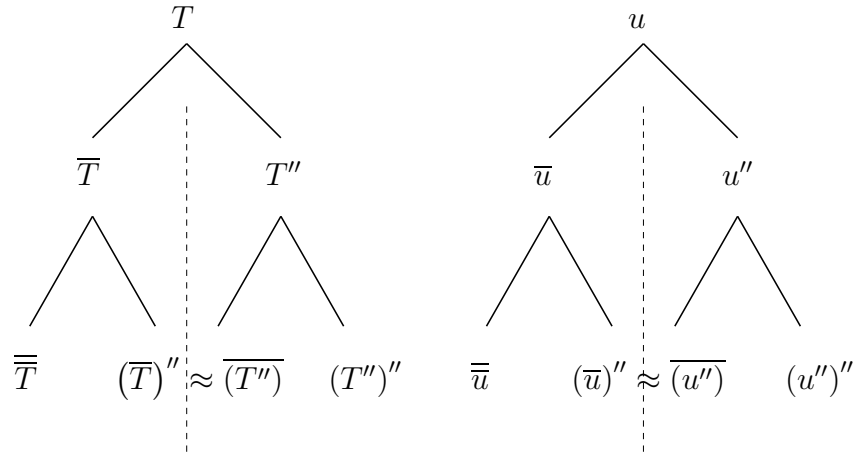


FIG. 1.1 – Principe du modèle de similarité d'échelles [67].

échelle en remplaçant  $u_i$  et  $T$  par  $\bar{u}_i$  et  $\bar{T}$  dans l'expression (1.14) pour laquelle on obtient finalement :

$$\boxed{\bar{\Theta}_i = \bar{\bar{T}} \bar{\bar{u}}_i - \bar{\bar{T}} \bar{\bar{u}}_i} \quad (1.25)$$

Cette relation n'implique pas la colinéarité et autorise a priori le transfert de chaleur des échelles sous-maille vers les échelles résolues (transfert inverse). C'est une modélisation donnant de bons résultats dans la représentation des flux de chaleur sous-maille mais qui ne conduit pas à assez de dissipation pour des Simulations des Grandes Echelles [63]. Afin de remédier à ce problème, il est possible de développer des *modèles mixtes* pour lesquels on a une partie non fickienne (type similarité d'échelles) et une partie fickienne [68].

Des modélisations plus sophistiquées à *équations de transport* ont aussi été développées (voir Montreuil [67]), tel que le modèle algébrique explicite de Deardoff [24] qui transporte dans sa totalité 11 équations d'évolution pour : le tenseur des contraintes sous-maille (6 composantes), le flux de chaleur sous-maille (3 composantes), la variance de température sous-maille (1 composante) et l'énergie cinétique sous-maille (1 composante). Une telle modélisation fait intervenir 9 constantes...

Des *modèles dynamiques pour les flux de chaleur sous-maille* ont été développés afin de prendre en compte l'adaptation de la constante d'un modèle sous-maille en fonction de l'écoulement. Cette méthode de calcul local de la constante a entre autres été investiguée par Meneveau [62] qui a développé des méthodes de calcul et de stabilisation de la constante par deux approches : Lagrangienne et Eulérienne. Brillant [12] a comparé différentes approches dynamiques pour les flux de chaleur sous-maille inspirées du modèle dynamique pour les contraintes sous-maillages de Meneveau [62]. G. Brillant conclut sur la faible dépendance des résultats quant à l'approche choisie pour calculer la constante. L'auteur constate aussi que les comportements asymptotiques de la diffusivité sous-maille  $\alpha_t$  en proche paroi ne suivent pas tout à fait ceux attendus par la théorie et préconise l'utilisation de modélisations plus simples donnant approximativement les mêmes résultats en configuration de canal plan anisotherme.

Le principe des modèles dynamiques thermiques est le même que pour les modèles dynamiques pour la vitesse. On définit deux filtres (voir figure 1.2) :

- le premier filtre  $(\overline{\quad})$  qui est défini par la discrétisation du maillage et de longueur d'onde  $k_c$  ;
- un filtre test  $(\widehat{\quad})$  de longueur de coupure  $k_{c2}$  supérieure à la longueur de coupure  $k_c$  associée au maillage. Généralement, la largeur de ce filtre est prise dans l'espace physique égale à :  $\widehat{\Delta} = 2\Delta$ .

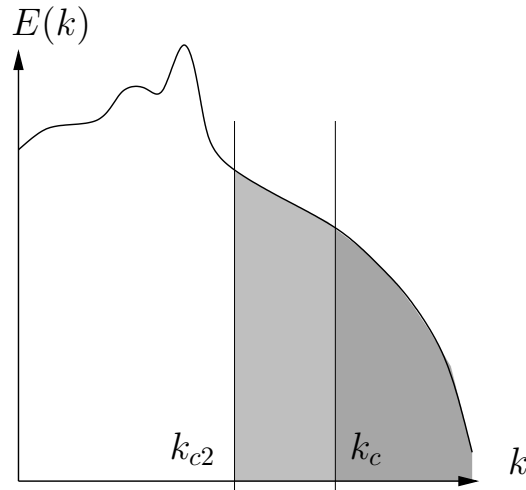


FIG. 1.2 – Illustration du double filtrage introduit dans les modèles dynamiques : spectre de variance de température (ou d'énergie cinétique turbulente).  $k_c$  correspond à l'échelle de coupure du maillage ( $\pi/\Delta$ ),  $k_{c2}$  correspond à l'échelle de coupure du filtre test  $\widehat{\mathcal{G}}$ .

Les flux de chaleur sous-maille correspondant aux deux filtres s'expriment selon :

$$\begin{cases} \overline{\Theta}_i = \overline{T u_i} - \overline{T} \overline{u_i} \\ \mathfrak{S}_i = \widehat{T u_i} - \widehat{T} \widehat{u_i} \end{cases} \quad (1.26)$$

En utilisant l'hypothèse de Boussinesq pour la diffusivité sous-maille, et en supposant que la constante  $C$  est la même pour les deux filtres considérés, il vient :

$$\begin{cases} \overline{\Theta}_i = -2C^2 \overline{\Delta}^2 \|\overline{\mathcal{F}}\| \overline{\mathcal{F}}_i \\ \mathfrak{S}_i = -2C^2 \widehat{\Delta}^2 \|\widehat{\mathcal{F}}\| \widehat{\mathcal{F}}_i \end{cases} \quad (1.27)$$

avec  $\mathcal{F}_i = \partial T / \partial x_i$ . Les flux de chaleur résolus  $\mathcal{L}_i$  sont définis par :

$$\mathfrak{L}_i = \widehat{T} \widehat{u_i} - \widehat{T} \widehat{u_i} \quad (1.28)$$

et vérifient la relation :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_i &= \mathfrak{S}_i - \overline{\Theta}_i \\ &= \left( 2C^2 \overline{\Delta}^2 \|\overline{\mathcal{F}}\| \overline{\mathcal{F}}_i \right) - 2C^2 \widehat{\Delta}^2 \|\widehat{\mathcal{F}}\| \widehat{\mathcal{F}}_i \end{aligned} \quad (1.29)$$

En supposant que la constante du modèle varie peu sur la largeur des filtres on peut extraire la constante de l'opérateur de filtrage et exprimer la relation précédente selon :

$$\mathcal{L}_i = 2C^2 \mathcal{M}_i \quad (1.30)$$

avec  $\mathcal{M}_i$  défini par :

$$\mathcal{M}_i = 2 \left[ \left( \widehat{\Delta^2} \parallel \widehat{\mathcal{F}} \parallel \widehat{\mathcal{F}}_i \right) - \widehat{\Delta}^2 \parallel \widehat{\mathcal{F}} \parallel \widehat{\mathcal{F}}_i \right] \quad (1.31)$$

Une méthode d'estimation par minimisation de résidu est alors mise en place sur la base de la relation (1.30). On définit la fonction erreur par :

$$\mathcal{E}_i = \mathcal{L}_i - C^2 \mathcal{M}_i \quad (1.32)$$

et la minimisation par la méthode des moindres carrés  $\left( \frac{\partial \mathcal{E}_i \mathcal{E}_i}{\partial C^2} = 0 \right)$  aboutit à l'expression de la constante du modèle suivante :

$$C^2 = \frac{\mathcal{L}_i \mathcal{M}_i}{\mathcal{L}_k \mathcal{M}_k} \quad (1.33)$$

La constante calculée n'est pas bornée puisque définie au moyen d'une fonction dont le dénominateur peut s'annuler [78]. D'autre part, la constante ainsi calculée peut prendre des valeurs négatives. Par conséquent, une méthode de stabilisation doit être mise en place. Dans le cas d'un écoulement dont la turbulence possède une direction d'homogénéité (c'est à dire que les propriétés statistiques sont invariantes par translation dans cette direction donnée), on peut réaliser une moyenne suivant cette direction d'homogénéité (voir Germano *et al.* [31]) D'autres auteurs utilisent une moyenne en temps et une limitation de la constante par des bornes [79]. Si la méthode de moyennage sur les plans d'homogénéité donne de bons résultats, elle est cependant difficilement applicable avec des maillages non structurés et n'est plus envisageable pour des géométries complexes.

Une autre méthode dynamique, dite procédure dynamique lagrangienne, a été proposée par Meneveau [62]. Cette méthode consiste en une minimisation d'erreur le long de la trajectoire des particules fluides. L'erreur dépend alors implicitement du temps et des positions prises par la particule auparavant selon l'expression : Brillant [12] a développé des modèles dynamiques pour les flux de chaleur sous-maille basés sur différentes méthodes de stabilisation de la constante : moyenne sur plan d'homogénéité, moyenne eulérienne, lagrangienne ou moyenne sur les plus proches éléments voisins.

Il n'existe pas d'études comparatives systématiques de toutes les modélisations présentées ci-dessus dans les cas qui nous intéressent (LES d'écoulements anisothermes avec ou sans couplage fluide/solide). Cependant, certaines études [12] ainsi que quelques éléments rapportés par la suite montrent que l'effet du modèle sous-maille (sur les résultats) est d'importance moindre que les problèmes auxquels on s'attache (schémas de convection, modèles de parois).

## 1.5 Modélisation statistique

La modélisation statistique de la turbulence permet le calcul des grandeurs moyennes d'un écoulement turbulent, où toutes les échelles de la turbulence sont modélisées.

Un opérateur de moyenne  $\langle \rangle$  est introduit qui vérifie les propriétés suivantes [18] :

- $\langle \Phi \rangle (\vec{x}, t)$  est la valeur moyenne de  $\Phi(\vec{x}, t)$
- $\Phi'(\vec{x}, t) = \Phi - \langle \Phi \rangle$  est la fluctuation de  $\Phi$
- linéarité, commutativité, idempotence (*i.e.*  $\langle \langle f \rangle \rangle = \langle f \rangle$ )

L'opérateur statistique ainsi défini et appliqué aux équations bilan d'un écoulement de fluide incompressible, celles-ci font apparaître le tenseur des contraintes de Reynolds  $R_{ij}$  et le tenseur des flux de chaleur turbulents  $\Theta_i$  :

$$R_{ij} = - \langle u'_i u'_j \rangle \quad (1.34)$$

$$\Theta_i = - \langle u'_i T' \rangle \quad (1.35)$$

dans les équations moyennées suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\langle u_j \rangle \langle u_i \rangle) &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\nu \langle S_{ij} \rangle + R_{ij}) \\ \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\langle u_i \rangle \langle T \rangle) &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha_f \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i} + \Theta_i \right) \end{aligned}$$

Le problème de fermeture de ces équations a été largement étudié ces cinquante dernières années, mais le modèle statistique qui est sans aucun doute le plus répandu est le modèle de Launder *et al.* [54] souvent désigné par le « **modèle  $k - \varepsilon$**  ». Ce modèle fait l'hypothèse de viscosité turbulente, et s'appuie sur la détermination d'une échelle de longueur et une échelle de vitesse en résolvant deux équations de transport : une pour l'énergie cinétique turbulente  $k$  et une autre pour la dissipation d'énergie cinétique turbulente  $\varepsilon$  définis par [36] :

$$k(\vec{x}, t) = \frac{1}{2} \langle u'_i u'_i \rangle \quad (1.36)$$

$$\varepsilon(\vec{x}, t) = \nu \left\langle \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right) \right\rangle \quad (1.37)$$

et dont les équations de transport s'écrivent sous la forme (dans la version haut-Reynolds) :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \langle u_i \rangle \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + 2\nu_t \langle S_{ij} \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} - \varepsilon \quad (1.38)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \langle u_i \rangle \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \left[ 2\nu_t \langle S_{ij} \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} \right] - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (1.39)$$

les différentes constantes du modèle étant données par :  $c_{1\varepsilon} \simeq 1.4$ ,  $c_{2\varepsilon} \simeq 1.92$ ,  $\sigma_k \simeq 1$  et  $\sigma_\varepsilon \simeq 1.3$ . La viscosité turbulente est alors évaluée par la relation suivante :

$$\boxed{\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}} \quad (1.40)$$

où  $C_\mu \simeq 0.09$ .





## Chapitre 2

# Physique et modélisation des écoulements pariétaux anisothermes

L'objectif de ce chapitre est de fournir quelques éléments de compréhension de la physique des écoulements turbulents anisothermes près de la paroi, afin d'en envisager la modélisation par des modèles de parois ou d'en tenir compte lors de simulations de référence fines.

### 2.1 Couche-limite dynamique

Afin de mener l'étude systématique et phénoménologique de couches limites dynamiques, on est amené à introduire des grandeurs sans dimension, basées sur des caractéristiques de l'état de turbulence. On définit pour cela une vitesse caractéristique  $u_\tau$ , appelée vitesse de frottement, et une longueur caractéristique  $l$  [18] :

$$u_\tau = \sqrt{\left(\nu \frac{\partial u}{\partial x_n}\right)_w} \quad \text{et} \quad l = \frac{\nu}{u_\tau}$$

$x_n$  désignant la direction normale à la paroi.

Les grandeurs rendues sans dimension telles que la vitesse (notée  $u^+$ ) et les distances ( $y^+$ ) seront exprimées en *unités de paroi* par :

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad \text{et} \quad y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}$$

A partir de cet adimensionnement, on peut aussi exprimer un temps caractéristique de la turbulence de paroi par :  $t_\tau = \nu/u_\tau^2$  et un nombre de Reynolds turbulent tel que :  $Re_\tau = h u_\tau/\nu$ ,  $h$  étant une longueur caractéristique (demi-hauteur d'un canal, ou rayon d'un tuyau par exemple).

Des grandeurs caractéristiques étant définies, on peut caractériser les couches limites turbulentes canoniques par 4 zones distinctes [90] :

- une sous-couche visqueuse :  $u^+ = y^+$ , pour  $y^+ \lesssim 5$
- une région logarithmique :  $u^+ = 1/\chi \ln y^+ + C$ ,  $\chi \simeq 0.415$  désigne la constante de Von Karman et  $C \simeq 5.5$ . Cette zone s'étend à partir de  $y^+ \simeq 30$ .
- une zone tampon, complexe, entre les deux régions précédentes.

Dans la sous-couche visqueuse, les effets visqueux sont prépondérants devant les effets inertiels : les contraintes turbulentes sont négligeables devant les contraintes visqueuses. En revanche, dans la région externe à la sous-couche visqueuse, les effets visqueux disparaissent très rapidement et s’effacent devant les contraintes turbulentes. La dynamique proche paroi, dans la zone  $5 < y^+ < 50$ , est gouvernée par l’existence de courants longitudinaux de hautes et basses vitesses, appelés *streaks* en anglais. Les courants haute vitesse ont tendance à venir impacter la paroi créant un frottement localement plus fort que le frottement moyen. A l’inverse, les courants basse vitesse ont tendance à expulser du fluide loin de la paroi. Ces structures tourbillonnaires de proche paroi semblent avoir des tailles en unités de paroi indépendantes du nombre de Reynolds [58] : elles possèdent une longueur moyenne  $\lambda_x^+ \simeq 1000$ , une largeur  $\lambda_y^+ \simeq 25$  et un espacement moyen entre elles de l’ordre de  $\lambda_z^+ \simeq 100$  [67]. La figure 2.1 permet de visualiser de telles structures grâce aux régions de forte vorticité suivant la direction normale aux parois (négatives et positives) en proche paroi. Le calcul provient d’une LES finement résolue de canal plan périodique à  $Re_\tau = 180$  (l’écoulement se fait de la gauche vers la droite entre deux parois hautes et basses). Les structures représentées sur cette figure ont un rôle fondamental sur le champ fluctuant d’un scalaire, comme il en sera fait mention au paragraphe 2.2. La coupe de température représentée à gauche de la figure montre le brassage en proche paroi opéré par ces courants de hautes et basses vitesses.

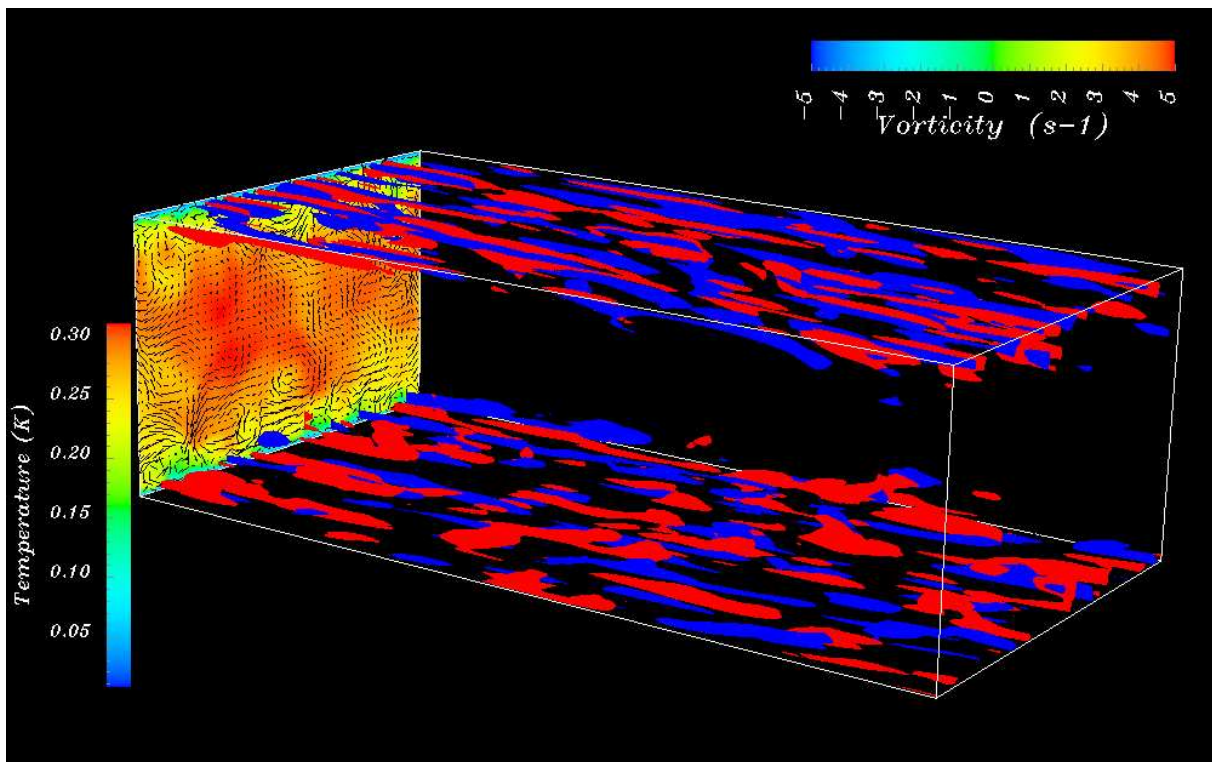


FIG. 2.1 – Structures cohérentes en proche paroi dans un canal plan périodique : iso-surfaces de vorticité (suivant la direction normale aux parois) négative (bleu) et positive (rouge).

Des auteurs tels que Antonia *et al.* [4] ont étudié expérimentalement l’influence du nombre de Reynolds sur les profils de fluctuations de vitesse en proche paroi.

Le pic des fluctuations de vitesse longitudinale  $u_{rms}^+$  (dans la direction principale de l’écoulement) semble toujours se situer en moyenne     $y^+ \simeq 15$  avec une intensité moyenne de 2.75 (en unité de paroi) dans la gamme de régimes étudiés ( $Re_\tau \in [200 - 2000]$ ). Pour la région  $y^+ > 20$ ,

on observe qu'une augmentation du nombre de Reynolds s'accompagne d'une augmentation du niveau de fluctuations  $u_{rms}^+$ .

Alors que l'intensité des fluctuations de vitesse longitudinale  $u_{rms}^{+ max}$  est relativement indépendante du nombre de Reynolds, le maximum de fluctuations de vitesse normale à la paroi,  $V_{rms}^{+ max}$  semble augmenter avec le nombre de Reynolds : pour des expériences menées entre  $Re_\tau = 250 \rightarrow 1000$ , on observe une intensité variant de 0.85 à 1.35 [4].

## 2.2 Transferts thermiques en proche paroi

L'influence des nombres de Prandtl et de Reynolds sur les profils moyens de température a entre autre été étudiée par Kader en 1981, qui fait dans son article [40] un passage en revue de résultats d'expériences (à flux de chaleur imposés) à ce sujet. Les écoulements étudiés dans des configurations de tuyaux et de canaux en imposant des flux de chaleur aux parois, ont été réalisés avec divers fluides (métal liquide, air, eau, éthylène glycol, huile) permettant de balayer une large gamme de nombre de Prandtl (de 0.025 à 170).

On peut définir une grandeur caractéristique homogène à une température, de façon à pouvoir rendre adimensionnels les champs moyens ainsi que les écarts types de température. Cette grandeur, appelée *température de frottement*,  $T_\tau$ , fait intervenir le flux de chaleur à la paroi ainsi que la vitesse de frottement  $u_\tau$  permettant de donner le champ de température sans dimension sous la forme :

$$T^+ = \frac{T - T_w}{T_\tau}, \text{ avec : } T_\tau = \frac{\alpha_f}{u_\tau} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_w \quad (2.1)$$

$y$  désignant la direction normale à la paroi. Les fluctuations de température  $T_{rms}$  sont elles aussi généralement adimensionnées par  $T_\tau$  :  $T_{rms}^+ = T_{rms}/T_\tau$ ,

L'expérience montre que les profils moyens de couches limites thermiques présentent la même topologie que ceux de la couche limite dynamique à un facteur près désigné par le nombre de Prandtl  $Pr$  donnant le rapport des épaisseurs de couches limites dynamiques et thermiques.

La couche limite thermique présente donc trois zones caractéristiques en proche paroi :

- une sous-couche conductive :  $T^+ = Pr y^+$ , pour  $y^+ < 5 Pr$
- une zone tampon
- une zone logarithmique :

$$T^+ = 2.12 \ln y^+ + \beta \text{ où : } \beta = (3.85 Pr^{1/3} - 1.3)^2 + 2.12 \ln Pr$$

Cette zone s'étend à partir de :

- $Pr \ll 1$  :  $y^+ \approx 2/Pr$
- $Pr \sim 1$  :  $y^+ \approx 30$
- $Pr \gg 1$  :  $y^+ \approx 12/Pr^{1/3}$

Kader [40] propose une formulation permettant de raccorder et d'unifier ces résultats sous la forme générale suivante :

$$T^+(y^+, Pr) = Pr y^+ e^{-\Gamma} + [2.12 \ln [(1 + y^+)C] + \beta] e^{-1/\Gamma} \quad (2.2)$$

$$\Gamma = \frac{10^{-2}(Pr y^+)^4}{1 + 5 Pr^3 y^+}$$

où  $C$  est défini suivant le type d'écoulement :

- Canal de demi-hauteur  $R$  ou tuyau de rayon  $R$  :  $\mathcal{C} = \frac{1.5(2 - y/R)}{1 + 2(1 - y/R)^2}$
- Couche-limite d'épaisseur  $\delta$  :  $\mathcal{C} = \frac{2.5(2 - y/\delta)}{1 + 4(1 - y/\delta)^2}$

Les fluctuations de température en proche paroi sont dues aux transferts convectifs turbulents, dont la composante principale du tenseur des flux de chaleur sous-maille est  $-\overline{v'T'}$  dans le cas d'une couche limite turbulente orientée suivant  $y$ . Les fluctuations proches paroi d'un scalaire proviennent donc des impacts de fluide provenant de l'extérieur de la couche limite dynamique sur la paroi, cette dernière étant à une température différente. Cette dynamique est clairement visualisée à la figure 2.2. Celle-ci représente une coupe transversale de température dans un écoulement de canal plan anisotherme (l'écoulement moyen se fait dans la direction normale au plan de coupe). Ce calcul est issu d'une Simulation des Grandes Echelles finement résolue, à  $Re_\tau = 180$  et  $Pr = 0.71$ . Les deux parois sont maintenues à une température identique et un dégagement de chaleur (positif) uniforme est présent dans l'écoulement. Les vecteurs vitesse représentés aident à la visualisation des éjections et des impacts de fluide sur la paroi, responsables des fluctuations de température dans la couche limite (ce calcul sera présenté avec plus de détails au paragraphe 5.3 à la page 92).

Concernant l'adimensionnement des fluctuations de température par  $T_\tau$ , des études expérimentales ont été menées par des auteurs tels que Subramanian *et al.* [94] ou Teitel *et al.* [96] afin de vérifier la tenue de l'adimensionnement (*scaling*) aux variations de Reynolds.

Teitel *et al.* ont montré une faible dépendance dans l'amplitude et la position du pic de fluctuations vers  $y^+ \simeq 20$  dans la gamme de nombres de Reynolds considérés (3300 à 10650, basé sur la demi-hauteur du canal expérimental) et à nombre de Prandtl constant ( $Pr = 0.71$ ). De même, ces auteurs donnent une corrélation proche paroi ( $y^+ < 6$ ) pour le comportement des fluctuations dans le cas d'une paroi isotherme :  $T_{rms}^+ = 0.36 Pr y^+$  et montrent que pour  $y^+ > 40$ , le comportement du profil de fluctuations est très affecté par le type de condition à la limite thermique (isotherme ou adiabatique).

Subramanian *et al.* [94] ont montré, dans l'étude expérimentale de couches limites thermiques, que la position du pic de fluctuations et son intensité restent constants vis à vis de l'augmentation du nombre de Reynolds.

Cependant, on note une forte dépendance de l'amplitude du pic de fluctuations et de sa position en fonction du nombre de Prandtl  $Pr$ . L'amplitude du pic de fluctuations augmente avec  $Pr$  alors que sa position tend à se rapprocher de la paroi. A l'inverse, lorsque le nombre de Prandtl diminue, l'amplitude du maximum de fluctuations diminue et se situe de plus en plus loin de la paroi.

Deux cas limites de comportement des fluctuations en proche paroi peuvent être dégagés. Le premier dans le cas d'une paroi isotherme est évident et conduit à une fluctuation nulle à la paroi. Le deuxième, dans le cas d'un flux de chaleur imposé, permet de retrouver des fluctuations non nulles à la paroi. Ces deux situations seront considérées comme des cas particuliers du couplage fluide/solide présenté dans le paragraphe suivant.

## 2.3 Couplage thermique fluide/solide

L'objectif du paragraphe qui va suivre est de fournir les éléments de base à la compréhension des phénomènes liés au couplage thermique fluide/solide en dégagant les paramètres sans dimensions généralement utilisés et permettant de définir la nature du couplage pour un couple

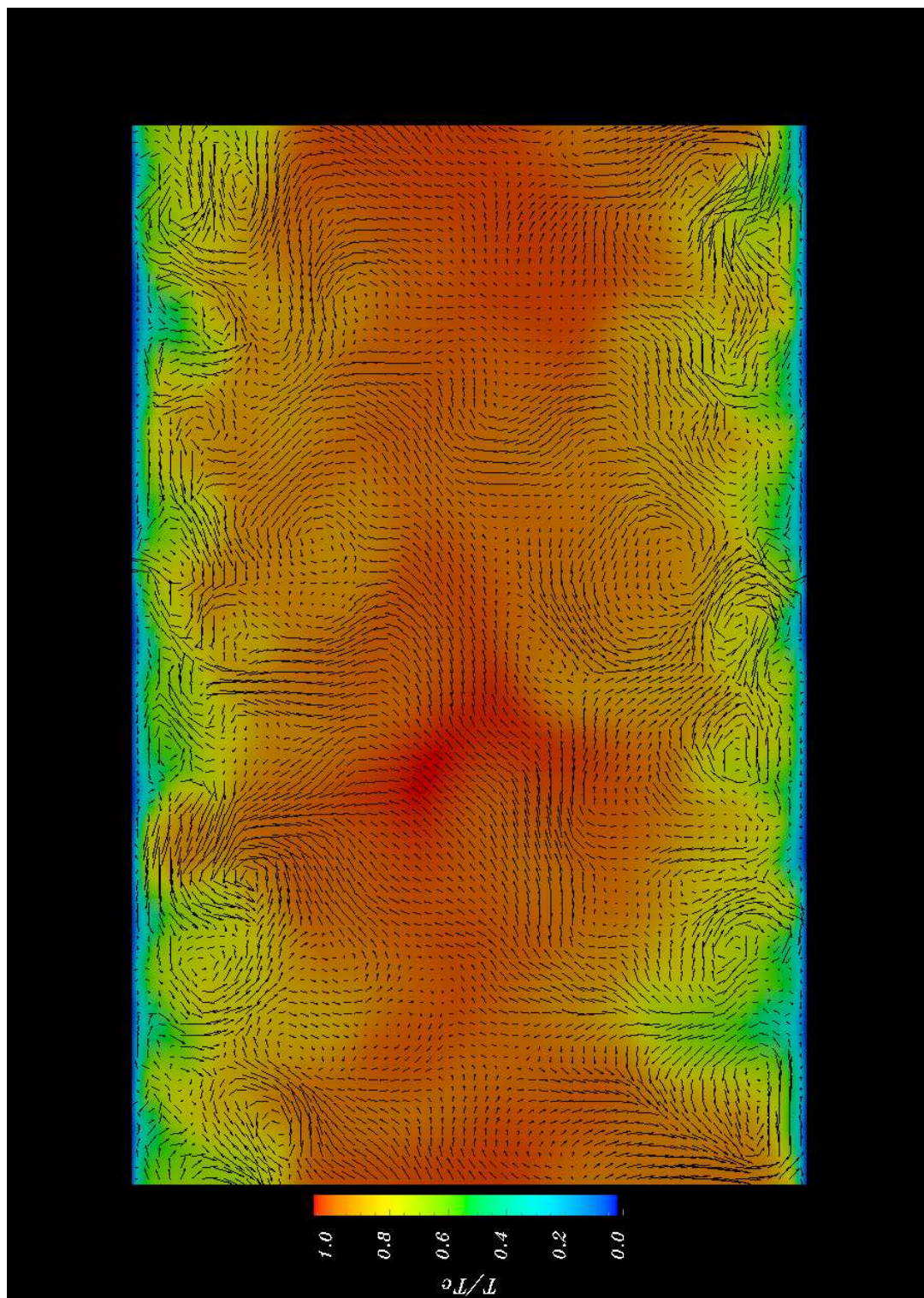


FIG. 2.2 – Simulation fine de canal plan périodique à  $Re_\tau = 180$  : coupe de température (adimensionnée par l'écart de température au centre  $\Delta T$ ) avec vecteurs de vitesse. Mise en évidence d'impacts sur la paroi et d'éjections de fluide vers l'extérieur de la couche limite.

thermodynamique fluide/solide. On présente de même une revue des deux travaux qui se réfèrent à la problématique étudiée.

Le couplage thermique d'un fluide avec une structure est d'importance lorsque l'on s'intéresse à des problèmes de tenue des matériaux : les éléments déterminants étant les effets transitoires et les temps caractéristiques de diffusion d'un solide en contact avec un écoulement anisotherme. On considère dans cette section deux milieux  $s$  et  $f$  en contact et ayant des propriétés thermodynamiques différentes.

Afin de dégager des paramètres adimensionnels concernant le couplage thermique fluide/solide, il faut écrire l'équation de la chaleur dans les deux milieux sous forme adimensionnelle [10]. On pose les changements de variables suivants :

$$\begin{aligned}x_j &= hx_j^* \\ u_i &= u_\tau u_i^* \\ t &= \frac{h}{u_\tau} t^* \\ T &= T_\tau T^*\end{aligned}$$

où les variables  $*$  sont sans dimension et où  $h$ ,  $u_\tau$  et  $T_\tau$  sont respectivement une longueur, une vitesse et une température caractéristiques. L'équation de la chaleur dans le fluide peut alors s'écrire (d'après l'équation (1.6)) :

$$\frac{u_\tau T_\tau}{h} \frac{\partial T_f^*}{\partial t^*} + \frac{u_\tau T_\tau}{h} \frac{\partial}{\partial x_i^*} (u_i^* T_f^*) = \frac{\alpha_f T_\tau}{h^2} \frac{\partial^2 T_f^*}{\partial x_i^{*2}}$$

et finalement, en introduisant les nombres de Reynolds (défini sur la vitesse de frottement  $u_\tau$ ) et de Prandtl :

$$\boxed{\frac{\partial T_f^*}{\partial t^*} + \frac{\partial}{\partial x_i^*} (u_i^* T_f^*) = \frac{1}{Re_\tau Pr} \frac{\partial^2 T_f^*}{\partial x_i^{*2}}} \quad (2.3)$$

De façon similaire, pour le solide on obtient :

$$\frac{\partial T_s^*}{\partial t^*} = \frac{\alpha_s}{hu_\tau} \frac{\partial^2 T_s^*}{\partial x_i^{*2}}$$

Or, si l'on souhaite mettre l'équation ci-dessus sous la même forme finale (exception faite du terme de convection qui n'est pas présent) que celle obtenue pour le fluide, on pose :

$$\frac{\partial T_s^*}{\partial t^*} = \frac{1}{Re_\tau Pr} \frac{\alpha_s}{\alpha_f} \frac{\partial^2 T_s^*}{\partial x_i^{*2}}$$

et on introduit une distance adimensionnelle dans le solide  $x_i^{**}$  donnée par :

$$x_i^{**} = x_i^* \sqrt{\frac{\alpha_f}{\alpha_s}}$$

Ainsi, on obtient l'équation de température sans dimension dans le solide :

$$\boxed{\frac{\partial T_s^*}{\partial t^*} = \frac{1}{Re_\tau Pr} \frac{\partial^2 T_s^*}{\partial x_i^{**2}}} \quad (2.4)$$

Les conditions à l'interface fluide/solide sous forme adimensionnelle sont données de façon analogue par :

$$\begin{aligned} T_s^*)_w &= T_f^*)_w \\ \left(\frac{\partial T_s^*}{\partial y^{**}}\right)_w &= \sqrt{\frac{(\lambda\rho C_p)_f}{(\lambda\rho C_p)_s}} \left(\frac{\partial T_f^*}{\partial y^*}\right)_w \end{aligned}$$

Dans le cas de l'étude du couplage thermique fluide/solide, on choisit donc de travailler avec des distances caractéristiques basées sur les rapports de temps de diffusion. Les distances et épaisseurs de solides seront exprimées en unités de paroi par la relation (voir [97] et [42]) :

$$d^{++} = d^+ \sqrt{\frac{\alpha_f}{\alpha_s}} = \frac{d u_\tau}{\nu} \sqrt{\frac{\alpha_f}{\alpha_s}} \quad (2.5)$$

L'effusivité  $b$  définie par :  $b = \sqrt{\lambda\rho C_p}$  [85] représente quant à elle une grandeur caractérisant la réponse instationnaire d'un système aux instants suivant une perturbation. Elle représente physiquement la capacité du milieu à « résister » (en température) à une modification brutale des conditions extérieures.

A partir du coefficient d'effusivité  $b$ , on peut construire un paramètre adimensionnel, appelé rapport d'activité thermique (*thermal activity ratio*)  $K$  défini par :

$$K = \sqrt{\frac{(\lambda\rho C_p)_f}{(\lambda\rho C_p)_s}} = \frac{b_f}{b_s} \quad (2.6)$$

Des valeurs usuelles de rapport d'activité thermique sont données dans le tableau 2.1.

	mercure	Air	Eau	Glycérine
Pr	0.025	0.71	6.8	12.5
	$\times 10^{-1}$	$\times 10^{-4}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-2}$
Aluminium	1.8	2.5	7.1	4.2
Acier	5.6	7.7	22.1	12.9
Cuivre	1.1	1.5	4.4	2.6
Verre	30.5	41.9	119	69.8

TAB. 2.1 – Différentes valeurs de rapport d'activité (pris de Holman [38])

Le rapport d'activité thermique  $K$  est le principal paramètre gouvernant le comportement des fluctuations de température à l'interface fluide/solide. On reviendra sur des résultats supplémentaires obtenus au cours de cette thèse soulignant l'importance de cette grandeur  $K$  au paragraphe 7.2.2.

En s'intéressant à la décroissance de l'amplitude des fluctuations dans une paroi solide, considérons le problème de diffusion instationnaire à une dimension dans un solide semi-infini défini pour  $y \geq 0$  et par le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_s \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \\ y = 0 : T(0, t) = A \cos(\omega t - \epsilon) \\ t = 0 : T(y, 0) = 0 \quad \forall y \geq 0 \end{cases}$$

La solution au problème posé ci-dessus est donnée dans la référence [16] de Carslaw et Jaeger (pp. 64-67) :

$$T(y, t) = Ae^{-y\sqrt{\omega/2\alpha_s}} \cos \left[ \omega t - y \left( \frac{\omega}{2\alpha_s} \right)^{1/2} - \epsilon \right] - 2 \frac{A}{\sqrt{\pi}} \int_0^{y/2\sqrt{\alpha_s t}} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{y^2}{4\alpha_s \xi^2} \right) - \epsilon \right] e^{-\xi} d\xi \quad (2.7)$$

Le terme situé dans la deuxième partie constitue le comportement transitoire aux petits temps, dépendant de la condition initiale. Le régime pseudo stationnaire est donné par la première partie de l'expression de  $T(y, t)$  pour des temps importants. On constate, outre le déphasage apparaissant dans le solide en fonction de l'épaisseur pénétrée, une décroissance de l'amplitude du signal d'origine,  $A$ , en exponentielle :  $e^{-y\sqrt{\omega/2\alpha_s}}$  en fonction de l'épaisseur de solide traversée.

Cette décroissance exponentielle augmente lorsque la diffusivité du solide diminue et favorise la pénétration des basses fréquences. Elle permet d'estimer la profondeur de pénétration d'un signal monochromatique basé sur l'amplitude des fluctuations en un point  $y$  par rapport à l'amplitude de forçage  $A$  :

$$\begin{aligned} y_{90\%} &= 0.1 \sqrt{\frac{2\alpha_s}{\omega}} \\ y_{10\%} &= 2.3 \sqrt{\frac{2\alpha_s}{\omega}} \\ y_{1\%} &= 4.6 \sqrt{\frac{2\alpha_s}{\omega}} \end{aligned}$$

Peu de travaux ont été effectués concernant l'étude fine (3D, instationnaire, turbulente) de l'interaction thermique fluide/structure. La majorité de ceux présents dans la littérature reposent souvent sur des cas pratiques, laminaires et sans flux de chaleurs instationnaires turbulents.

Cependant, on remarque deux travaux intéressants, tous deux issus de simulations numériques (des travaux expérimentaux concernant le couplage thermique fluide/structure avec des données de fluctuations de température dans le solide sont extrêmement difficiles à obtenir).

Kasagi *et al.* [42] en 1989 ont utilisé un modèle analytique (SPVM : unsteady Streamwise Pseudo-Vortical Motion) introduisant une modélisation du champ de vitesse fluctuant (en tenant compte des caractéristiques turbulentes des courants de hautes et basses vitesses, de la vorticité et des échelles de temps associées) permettant de « résoudre » un champ de température en proche paroi le plus réaliste possible. Cette modélisation permet de résoudre uniquement le champ de température advecté par le champ de vitesse modélisé et couplé avec l'équation de diffusion dans le solide. Les auteurs ont fait varier le rapport d'activité ( $K = 0.01$  à  $100$ ) ainsi que la valeur du nombre de Prandtl ( $Pr = 0.007$  à  $70$ ) ce qui a ainsi permis d'étudier la réponse du système fluide/solide soumis à des comportements différents au niveau de l'interface : il est démontré que le comportement en proche paroi des quantités fluctuantes, des flux de chaleur et du nombre de Prandtl turbulent sont très influencés par les propriétés thermiques et l'épaisseur du solide.



Le même genre de conclusions ont été émises par Tiselj *et al.* [97] en 2001 dans leur étude par simulation numérique directe d'un canal plan avec des parois solides à faible Reynolds ( $Re_\tau = 150$ ). Dans la configuration étudiée par l'auteur, un dégagement de chaleur uniforme est produit dans le fluide, alors qu'un terme puits est introduit dans les parois solides. Les simulations ont été réalisées pour différentes valeurs de  $K$  (0.01, 0.1, 0.5, 1, 5, 10 et 100) et d'épaisseurs de solide  $d^{++}$  (0.5, 2, 5 et 20) pour deux valeurs de nombre de Prandtl (0.71 et 7). L'étude paramétrique a permis de montrer la corrélation entre l'atténuation des fluctuations de température dans le fluide et dans le solide et le comportement thermique au niveau de l'interface (largement dominé par le rapport d'activité thermique ainsi que l'épaisseur de solide). Lorsque la valeur de  $K$  tend vers 0, les fluctuations de température à la paroi tendent elles aussi vers 0 : les parois se comportent de façon isotherme. Au contraire, lorsque la valeur de  $K$  tend vers l'infini ou lorsque l'épaisseur de solide  $d^{++}$  tend vers 0, les fluctuations de température approchent du cas idéal à flux imposé à la paroi.

Les conditions aux limites de paroi nécessitent une attention particulière. En effet, au voisinage de la paroi, le calcul des flux (frottement à la paroi ou flux de chaleur en cas de température imposée) nécessite l'utilisation de maillages extrêmement fins permettant de capter la sous-couche visqueuse du profil turbulent afin d'estimer les gradients de vitesse ou de température correctement. Cependant, si l'utilisation de maillages fins est possible en proche paroi à de faibles nombres de Reynolds, il n'est pas possible à l'heure actuelle (pour des raisons de puissance informatique) d'adopter de telles stratégies pour des calculs à haut nombre de Reynolds (par exemple dans des configurations industrielles). En effet, l'épaisseur des couches limites (thermiques et dynamiques) devient de plus en plus petite à mesure que le nombre de Reynolds augmente. Afin de permettre l'utilisation de mailles grossières en proche paroi, on utilise au voisinage de celles-ci une modélisation tenant compte de l'écoulement turbulent présent dans la première maille de calcul et dont le rôle est de donner une estimation du frottement ou du flux de chaleur à la paroi. Ces modèles de parois pour la dynamique ou le champ de température sont présentés dans les paragraphes suivants.

## 2.4 Modèles de paroi pour la dynamique

Pour des calculs turbulents ayant une faible résolution en proche paroi, l'estimation des contraintes de frottement (intervenant dans les termes diffusifs de l'équation de Navier-Stokes) est mauvaise puisque le premier point de calcul ne se situe pas dans la sous-couche visqueuse (zone linéaire) mais dans la zone tampon ou logarithmique où le profil de vitesse n'est plus linéaire.

Le modèle de paroi va permettre d'estimer les deux composantes du tenseur des contraintes à la paroi (pour simplifier le raisonnement, la normale à la paroi est dirigée suivant  $y$ , alors que l'écoulement se fait suivant les directions tangentes à la paroi :  $x$  et  $z$ )  $\tau_{xy}^w$  et  $\tau_{zy}^w$ . Dans notre contexte, les modèles de paroi fournissent le frottement au calcul grossier. Ce frottement, concrètement  $u_\tau$ , est calculé à partir de la norme du vecteur vitesse en première maille  $\|u_p\|$  projeté sur la paroi. Le frottement  $u_\tau$  est ensuite redistribué en  $\tau_{xy}^w$  et  $\tau_{zy}^w$  dans la direction définie par les deux composantes de la vitesse  $u$  et  $w$ .

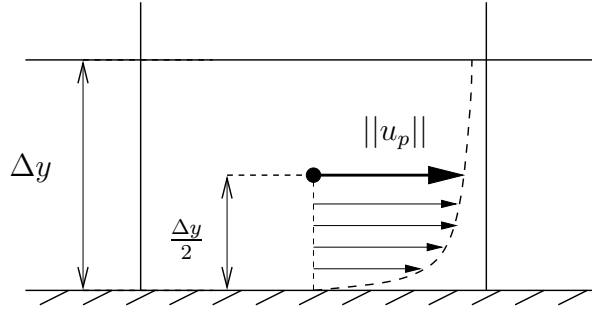


FIG. 2.3 – Calcul du frottement pariétal à l'aide de lois de paroi

### 2.4.1 Loi standard logarithmique

La loi standard est basée sur une méthode de point fixe permettant de déterminer la vitesse de frottement en fonction de la vitesse  $\|u_p\|$ , de la position du premier point de calcul (situé à une distance  $\Delta y/2$  de la paroi) et de la viscosité  $\nu$ .

L'expression du profil de vitesse adimensionnel utilisée est basée sur les comportements asymptotiques généralement admis pour la vitesse moyenne  $u^+$  (voir paragraphe 2.1) [90] :

$$u^+ = \begin{cases} y^+ & \text{si } y^+ \leq 5 \\ \frac{1}{\chi} \ln(1 + 0.4 y^+) + 7.8 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{y^+}{11}\right) \right] & \text{si } 5 \leq y^+ \leq 30 \\ \frac{1}{\chi} \ln(y^+) + 5.5 & \text{si } y^+ \geq 30 \end{cases} \quad (2.8)$$

### 2.4.2 Loi de Werner et Wengle

Werner et Wengle [101] ont proposé l'adoption d'un profil analytique (issu d'expériences) en posant :

$$u^+ = \begin{cases} y^+ & \text{si } y^+ \leq Y_0 \\ A(y^+)^B & \text{si } y^+ \geq Y_0 \end{cases} \quad (2.9)$$

avec :  $A = 8.3$ ,  $B = 1/7$  et  $Y_0 = 11.81$ .

En intégrant ce profil théorique suivant sur la hauteur de la maille ( $\Delta y$ ) :

$$\|u_p\| \Delta y = \int_0^{\Delta y} u(y) dy \quad (2.10)$$

on obtient l'expression de la vitesse de frottement  $u_\tau$  :

$$\begin{aligned} u_\tau^2 &= 2\nu \|u_p\| / \Delta y & \text{si } \|u_p\| \leq \frac{2Y_0^2 \nu}{\Delta y} \\ u_\tau^{1+B} &= \frac{1+B}{A} \left( \frac{\nu}{\Delta y} \right)^B \|u_p\| + \frac{1}{2} (1-B) \left( \frac{\nu}{\Delta y} \right)^{1+B} A^{\frac{1+B}{1-B}} & \text{si } \|u_p\| \geq \frac{2Y_0^2 \nu}{\Delta y} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Ce modèle de paroi est particulièrement intéressant puisque permettant un calcul direct de  $u_\tau$  sans passer par une méthode de point fixe.

### 2.4.3 Approche TBLE

Balaras *et al.* [5] [81] ont proposé une nouvelle approche basée sur la résolution des équations filtrées de la LES sur tout le domaine et sur la résolution simultanée dans la première maille des équations simplifiées de couche limite (TBLE, pour *Turbulent Boundary-Layer Equation*) avec une approche RANS de la modélisation de la turbulence. L'intérêt principal réside dans le fait que ces équations simplifiées ne sont pas coûteuses en temps de calcul puisqu'on y élimine la résolution en pression, et qu'elles sont purement mono dimensionnelles.

Un maillage raffiné (voir figure 2.4) est imbriqué dans la première maille de calcul près de la paroi.

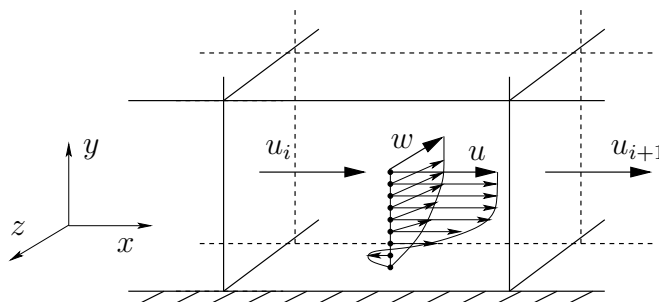


FIG. 2.4 – Modèle de paroi TBLE et notations.

Les hypothèses de couche limite permettent de poser que la pression est constante suivant la direction normale à la paroi :  $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ . L'équation à résoudre sur le maillage fin et permettant de calculer les inconnues  $u$  et  $w$  se résume à l'équation suivante :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\nu + \nu_t) \frac{\partial u_i}{\partial y} \right] \quad (2.12)$$

où la viscosité turbulente est calculée à l'aide d'un modèle de longueur de mélange avec une fonction d'amortissement :

$$\nu_t = (\chi y)^2 \|\bar{S}\| (1 - \exp[-(y^+/A^+)^3]) ; A^+ = 25$$

L'équation (2.12) est résolue pour  $i = 1, 3$  (*i.e.* pour les composantes  $u$  et  $w$ ). Le gradient de pression intervenant dans l'équation (2.12) provient du calcul LES grossier. Les termes convectifs situés dans le membre de gauche sont généralement négligés. Des détails sur l'implémentation du modèle de paroi TBLE et sur la méthode de résolution utilisée peuvent être trouvés dans Benarafa *et al.* [9].

La couche limite turbulente ainsi calculée sur le maillage fin 1D est « entraînée » par l'écoulement instationnaire externe et soumise aux gradients de pression provenant du domaine grossier. La prise en compte de ces gradients de pression est déterminante pour le calcul d'écoulements pariétaux décollés ou soumis à des gradients de pression adverses, comme l'ont montré Wang *et al.* [98] ou Cabot *et al.* [13].

### 2.4.4 Modèle ODT de Schmidt *et al.*

Schmidt *et al.* [91] en 2003 utilisent un modèle de turbulence 1D (ODT, pour *One-Dimensional Turbulence*) introduit par Kerstein[47] en 1999 afin de modéliser le champ de vitesse

turbulent en proche paroi. Le modèle se base sur la résolution d'équations sur une grille de maillages 1D en proche paroi, tout comme l'approche de Balaras *et al.* [5] mais les équations résolues pour chaque composante de la vitesse sont uniquement celles de la diffusion instantanée, sans viscosité turbulente. Dans le modèle ODT, le transport turbulent s'opère par des réarrangements séquentiels et dans le temps du champ de vitesse, appelés événements tourbillonnaires (*eddy events*) basés sur une redistribution inter-composantes de l'énergie cinétique. Entre chaque séquence d'événements tourbillonnaires, une simple équation de diffusion est résolue afin de représenter les fluctuations de vitesse. La position, la longueur et la fréquence de ces événements tourbillonnaires sur la grille 1D sont déterminés par un modèle probabiliste.

Le couplage du modèle de paroi vers le calcul LES s'opère de deux façons. Tout d'abord, le calcul LES bénéficie de l'évaluation du frottement à la paroi donné par la résolution de l'équation de diffusion sur chaque composante parallèle à la paroi. D'autre part, le modèle ODT fournit aussi au calcul LES une estimation des contraintes sous-maille en filtrant le champ fluctuant obtenu dans le maillage 1D, afin d'obtenir une meilleure approximation de la viscosité sous-maille. Les auteurs ont réalisé des simulations des grandes échelles sur la configuration du canal plan périodique pour des Reynolds turbulents allant de  $Re_\tau = 395$  à 10.000, avec des surcoûts de temps de calcul raisonnables : *eg.* à  $Re_\tau = 4800$ , le temps de calcul est multiplié par 9.5 par rapport à un calcul utilisant un modèle de paroi standard et par 1.7 dans le cas à  $Re_\tau = 590$ .

## 2.5 Modèles de paroi pour les transferts thermiques

La spécification de conditions aux limites thermiques pour les problèmes d'écoulements anisothermes repose sur 3 cas possibles (les conditions aux limites de transfert par rayonnement ne sont pas traitées ici) : paroi isotherme (température imposée), flux de chaleur imposé et couplage avec une paroi solide. La condition de paroi adiabatique est considérée comme un cas particulier de celle à flux de chaleur imposé.

Dans le cadre de simulations à haut nombre de Reynolds ou avec un nombre de Prandtl très grand devant 1, il est nécessaire d'utiliser un modèle de paroi permettant de déterminer correctement le flux de chaleur à la paroi.

*Lorsque le flux de chaleur est imposé à la paroi, il n'est pas nécessaire de faire appel à un modèle de paroi. Cependant, on peut se demander si le fait d'imposer un flux de chaleur pariétal de façon instantanée à un premier point situé loin de la paroi (eg.  $y^+ \simeq 1000$ ) est bien réaliste. En effet, on néglige tous les effets de diffusion latérale en proche paroi, pour ne privilégier que la direction normale à la paroi et ce jusqu'au premier point de calcul. Ce problème ne semble pas avoir encore été soulevé par la communauté scientifique.*

La stratégie adoptée est donc présentée pour des cas où la température est imposée ou dans le cas où il y a un couplage thermique avec une paroi solide.

### 2.5.1 Principe général

En régime laminaire, la détermination d'un flux de chaleur à la paroi se fait simplement de la façon suivante :

$$\varphi_w = \lambda_f \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_w = \lambda_f \frac{T_f - T_w}{d} \quad (2.13)$$

où  $d$  (voir figure 2.5) est la distance à la paroi du premier point de calcul de la température  $T_f$ . Dans notre cas, cette distance sera égale à la moitié de la taille de la première maille de calcul  $\Delta y$  pour un écoulement laminaire.  $T_w$  représente la température à la paroi.

Dans le cas d'un écoulement turbulent, et si le maillage en proche paroi est grossier, on ne peut plus utiliser la distance géométrique afin de déterminer le flux de chaleur. Le profil n'étant plus linéaire au-delà de  $y^+ \simeq 5 Pr$ , l'utilisation de la distance géométrique conduirait à une forte sous-estimation du flux de chaleur. Afin de conserver la même formulation donnée par l'équation (2.13), on souhaite remplacer la distance géométrique par une distance équivalente  $d_{eq}$  (plus petite que la distance géométrique  $d$ ) modélisant l'épaisseur de couche limite thermique contenue dans la première maille de calcul : c'est cette grandeur  $d_{eq}$  que devra calculer le modèle de paroi.

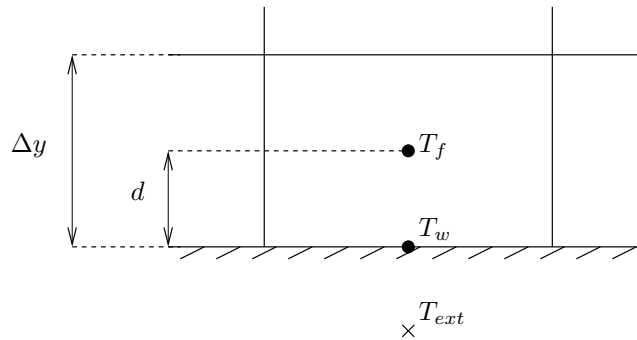


FIG. 2.5 – Conditions aux limites en température.

Parallèlement à cette nécessité de modélisation de paroi, on cherche à utiliser une formulation générale permettant de traiter aussi bien une condition de température imposée qu'une condition de couplage avec une paroi solide. Pour cela, on fait appel à la notion de résistance thermique permettant de ré-écrire le flux de chaleur entre les points  $T_{ext}$  et  $T_f$  en introduisant la résistance thermique équivalente  $\mathcal{R}_{eq}$  (voir figure 2.6) :

$$\mathcal{R}_{eq} = \mathcal{R}_f + \mathcal{R}_{ext} = \frac{d_{eq}}{\lambda_f} + \frac{1}{h_{ext}} \quad (2.14)$$

donnant l'expression du flux de chaleur entre le point  $f$  et le point extérieur  $ext$  par :

$$\varphi_w = \frac{T_f - T_{ext}}{\mathcal{R}_{eq}} \quad (2.15)$$

Afin d'avoir une **condition à la limite de température imposée**, on spécifie pour la température extérieure  $T_{ext}$  la valeur devant être imposée à la paroi, ainsi qu'un coefficient de convection  $h_{ext}$  infini (pratiquement :  $10^{10}$ ) entre la paroi et le point extérieur (voir figure 2.6). Ainsi, le flux de chaleur calculé est donné par :

$$\mathcal{R}_{eq} = \frac{d_{eq}}{\lambda_f} \text{ et : } \varphi_w = \lambda_f \frac{T_f - T_{ext}}{d_{eq}} \quad (2.16)$$

La température à la paroi  $T_w$  est alors égale à  $T_{ext}$ .

Dans le cas d'un **calcul couplé fluide/solide**,  $T_{ext}$  représente la température du premier point de calcul dans le solide et la résistance  $\mathcal{R}_{ext}$  est donnée simplement par :

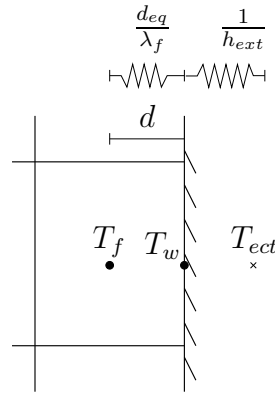


FIG. 2.6 – Résistances thermiques équivalentes à la paroi.

$$\mathcal{R}_{ext} = \frac{d_s}{\lambda_s}$$

où  $d_s$  correspond à la distance du premier point de calcul solide par rapport à l'interface fluide/solide et  $\lambda_s$  est la conductivité thermique du solide. Ainsi définie, le flux de chaleur à travers l'interface fluide/solide est finalement donnée par :

$$\mathcal{R}_{eq} = \frac{d_{eq}}{\lambda_f} + \frac{d_s}{\lambda_s} \quad \text{et} : \quad \varphi_w = \frac{T_f - T_{ext}}{\mathcal{R}_{eq}} \quad (2.17)$$

On présente maintenant deux modèles de paroi permettant d'évaluer la distance équivalente  $d_{eq}$  en régime turbulent sur maillages grossiers.

## 2.5.2 Modèle de résistance thermique

On peut montrer que le profil adimensionnel de température  $T^+$  peut s'exprimer à partir du profil adimensionnel de vitesse  $u^+$  en fonction du nombre de Prandtl turbulent  $Pr_t$  sous la forme suivante :

$$d_{eq} = \frac{Pr_t (u^+ + \mathcal{P}) \alpha_f}{u_\tau} \quad (2.18)$$

avec  $Pr_t = 0.9$  et où  $\mathcal{P}$  caractérise la résistance thermique de la sous-couche conductive. Le terme  $\mathcal{P}$  représente une correction de la constante  $C = 5.5$  du profil logarithmique de vitesse  $u^+$  afin d'avoir une estimation de la constante  $\beta$  du profil logarithmique de température. De même, on peut montrer que  $Pr_t$  peut s'exprimer en fonction de la constante de Von Karman  $\chi = 0.415$  et de la constante du profil logarithmique de température  $\chi_T = 0.472$  sous la forme :  $Pr_t = \chi/\chi_T$ .

Une corrélation issue de l'expérience donne une expression de cette résistance thermique [27] qui est définie par :

$$\mathcal{P} = 9.24 \left[ \left( \frac{Pr}{Pr_t} \right)^{3/4} - 1 \right] \left[ 1 + 0.28 \exp \left( \frac{-0.007 Pr}{Pr_t} \right) \right] \quad (2.19)$$

L'avantage de ce modèle de paroi est qu'il donne une bonne approximation du comportement de  $T^+$  dans la zone logarithmique à peu de frais puisqu'il est déduit analytiquement. Cependant, cette loi n'est pas valable si localement l'écoulement présente un comportement laminaire et que l'on se situe dans la zone tampon ou dans la sous-couche conductive.

### 2.5.3 Modèle standard

On propose dans ce paragraphe un modèle de paroi basé sur les résultats de Kader [40]. En utilisant l'équation pour  $T^+$  donnée par l'équation (2.2) et en reprenant la définition de la température adimensionnelle :

$$T^+ = \frac{T_f - T_w}{\varphi_w} (\rho C_p)_f u_\tau$$

et celle de l'expression de la distance équivalente :

$$\varphi_w = \lambda_f \frac{T_f - T_w}{d_{eq}}$$

on obtient l'équation permettant d'avoir la distance équivalente :

$$\boxed{d_{eq} = T^+ \frac{\alpha_f}{u_\tau}} \quad (2.20)$$

$T^+$  étant donné par l'équation (2.2).

L'avantage de cette modélisation réside dans le fait qu'elle est analytique, permet de modéliser des écoulements sur une large gamme de nombre de Prandtl (voir paragraphe 2.2 concernant le domaine de validité du modèle) et autorise a priori l'utilisation du modèle même dans des cas laminaires ou en transition laminaire/turbulent. Il s'agit de l'analogie directe de la loi logarithmique pour le champ de vitesse.

La figure 2.7 montre la possible dérive du modèle de résistance thermique (à  $Pr = 0.71$  et  $Re_\tau = 1000$ ) dans la zone conductive, où l'on obtiendrait des valeurs négatives de  $T^+$ . Les deux profils sont donnés analytiquement par les deux modélisations et montrent la dégénérescence du modèle de résistance thermique pour les cas laminaires.

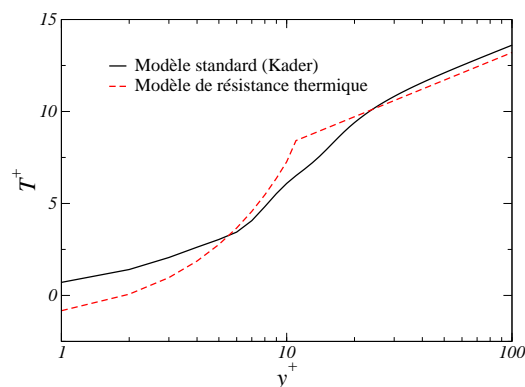


FIG. 2.7 – Illustration du comportement du modèle de résistance thermique en proche paroi.





# Chapitre 3

## Algorithme de résolution et schémas numériques

La méthode numérique de résolution des équations régissant nos écoulements turbulents est basée sur une approche volumes finis (appelée VDF, dans le cadre du projet TRIO-U/PRICELES dans lequel s'inscrit ce travail), décrite ci-après. La discrétisation utilisée est présentée, ainsi que les schémas temporels, les critères de stabilité et l'algorithme de résolution [15].

### 3.1 Contraintes numériques associées à la LES

La Simulation des Grandes Echelles d'écoulements turbulents instationnaires nécessite l'emploi de méthodes numériques adaptées permettant de conserver l'énergie cinétique contenue dans les échelles résolues [69] [66]. On préfère donc en général des méthodes conservatives et non dispersives [28], ceci afin de respecter les principes fondamentaux de la physique traitée, mais aussi de retranscrire au mieux les effets des modélisations introduites de façon à ne pas masquer leur effet [59] [58] [1]. Les méthodes numériques généralement recommandées sont généralement d'ordre élevé [69] afin de répondre aux exigences ci-dessus. C'est donc naturellement que l'approche structurée s'impose dans la mise en oeuvre de simulations de références permettant l'utilisation de schémas numériques d'ordre élevé (supérieur à 2) ainsi que des modèles sous-maille sophistiqués (Lagrangien, Eulérien [12]).

### 3.2 Principe de discrétisation en maillage structuré

La méthode des volumes finis est bien adaptée à la résolution des équations de conservation (et donc de l'équation de Navier-Stokes) car elle permet de conserver localement la masse (*i.e.* sur chaque volume de contrôle). Afin d'écrire les équations à résoudre en formulation VDF, il faut définir les volumes de contrôle pour la résolution de l'équation de continuité, de conservation de la quantité de mouvement et l'équation de transport d'un scalaire passif.

Soit  $V$ , un volume de contrôle pour la conservation de la quantité de mouvement,  $W$ , un volume de contrôle pour la conservation de la masse, et  $K$  un volume de contrôle pour le transport de scalaire. On note  $\partial V$ ,  $\partial W$  et  $\partial K$  leur contour respectif.

En intégrant les équations (1.11), (1.10) et (1.12) sur leur volume de contrôle respectif, on obtient :

$$\begin{aligned} \int_V \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} dv + \int_V \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j \bar{u}_i) dv &= - \int_V \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} dv + \int_V \frac{\partial}{\partial x_j} (2(\nu + \nu_t) \bar{S}_{ij}) dv \\ \int_W \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} dv &= 0 \\ \int_K \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} dv + \int_K \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{u}_i \bar{T}) dv &= \int_K \frac{\partial}{\partial x_i} \left( (\alpha_f + \alpha_t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right) dv \end{aligned}$$

D'après le théorème d'Ostrogradski, les intégrales de volumes (invariants dans le temps) peuvent se transformer en intégrales surfaciques et donner l'expression finale des équations à résoudre :

$$\int_V \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} dV + \int_{\partial V} \bar{u}_j \bar{u}_i n_j dS = - \int_V \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} dV + \int_{\partial V} 2(\nu + \nu_t) \bar{S}_{ij} n_j dS \quad (3.1)$$

$$\int_{\partial W} \bar{u}_i n_i dS = 0 \quad (3.2)$$

$$\int_K \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} dK + \int_{\partial K} \bar{u}_i \bar{T} n_i dS = \int_{\partial K} (\alpha_f + \alpha_t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} n_i dS \quad (3.3)$$

$\vec{n}$  étant la normale aux faces des volumes de contrôle. La résolution des équations (3.1), (3.2) et (3.3) nous donne les champs solution de notre problème :  $(\vec{u}, p, \bar{T})$ .

La méthode des volumes finis utilisée ici, s'appuie sur une évaluation des gradients par différences finies, sur un maillage structuré orthogonal : les éléments sont des rectangles en deux dimensions, et des parallélépipèdes rectangles en trois dimensions. Le maillage repose sur une grille décalée des variables : les composantes de vitesse sont localisées au centre des faces qui leur sont perpendiculaires et les champs scalaires (pression et température) sont discrétisés au centre de gravité des éléments (voir figure 3.1). L'approche décalée a été introduite dans les années 60 afin de palier aux problèmes de convergence et d'oscillations inhérents à des approches colocalisées : on a ainsi un fort couplage entre le champ de pression et la vitesse (voir Ferziger *et al.* [28] pour détails).

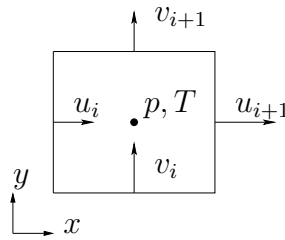


FIG. 3.1 – Description de la discrétisation décalée en 2D.

Sur un maillage décalé, plusieurs volumes de contrôle doivent être définis (voir figure 3.2) :

- un volume de contrôle pour résoudre l'équation de continuité ( $W$ ) et l'équation de température ( $K$ ), qui correspond à l'élément lui-même (hachuré) ;
- un volume de contrôle par composante de vitesse, pour résoudre l'équation de quantité de mouvement ( $V$ ) (ombré).

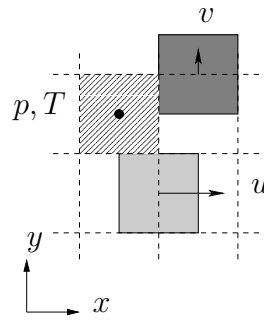


FIG. 3.2 – Description des volumes de contrôle en 2D.

### 3.3 Schémas de convection

Les schémas de convection généralement utilisés en LES [95] [30] [65] afin de calculer les termes convectifs dans les équations (3.1) et (3.3) doivent être peu diffusifs et peu dispersifs. En effet, en choisissant de tenir compte des effets sous-maille par une modélisation adéquate, on souhaite que les effets diffusifs associés aux schémas numériques ne soient pas prépondérants et masquent la part de modélisation (voir Ghosal *et al.* [33]). De même, certaines contraintes physiques liées aux conditions aux limites d'un calcul doivent être respectées, comme par exemple un champ de température dans l'écoulement compris entre les minima et maxima imposés au calcul. Dans ce cadre là, il sera fait appel à des schémas centrés pour l'équation (3.1) de la dynamique et à un schéma de type décentré d'ordre élevé pour le transport du scalaire, équation (3.3).

La description des schémas de convection (voir page 84) utilisés et l'argumentaire permettant de choisir la combinaison de schémas la plus pertinente dans le cadre de la LES peuvent être trouvés à la section 4 (page 55), sous forme d'un article publié dans l'*International Journal for Numerical Methods in Fluids*, intitulé : « **LES of turbulent heat transfer : proper convection numerical schemes for temperature transport** ».

### 3.4 Schémas temporels

L'avancée en temps des équations (3.1), (3.2) et (3.3) se fait par l'intermédiaire de la dérivée temporelle du terme instationnaire présent dans le membre de gauche. Cette dérivée temporelle peut être évaluée avec différents ordres de précision. Les simulations de type RANS stationnaire nécessitant uniquement une avancée temporelle pour arriver à convergence du calcul, les schémas utilisés peuvent être implicites et avancer avec de grands pas de temps : la diffusion du schéma temporel importe peu, et sa stabilité n'est pas a priori compromise du fait de l'approche RANS qui par définition stabilise déjà l'écoulement.

En revanche, la résolution numérique d'écoulements turbulents par une approche LES nécessite des schémas en temps robustes, et peu diffusifs afin de conserver l'énergie cinétique, qui ne doit être dissipée que par les échelles dissipatives éventuellement résolues ou par l'action du modèle sous-maille [28] [87].

#### 3.4.1 Schéma de Runge-Kutta d'ordre 3

En cherchant à résoudre l'équation suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f(u)$$

les avancées successives jusqu'au temps  $n + 1$  (en partant du temps  $n$ ) passant par les deux étapes intermédiaires \* et \*\* sont définies par :

$$\begin{aligned} u^* &= u^n + b_1 \Delta t f(u^n) \\ u^{**} &= u^* + b_2 \Delta t [f(u^*) + a_1 f(u^n)] \\ u^{n+1} &= u^n + \Delta t \left[ \frac{1}{6} f(u^n) + \frac{3}{10} f(u^*) + \frac{8}{15} f(u^{**}) \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

avec :  $b_1 = 1/3$ ,  $b_2 = 15/16$  et  $a_1 = -5/9$ .

Cette méthode nécessitant deux sous-itérations présente l'avantage d'être du troisième ordre et d'être très robuste [28].

### 3.4.2 Pas de temps de stabilité

Le pas de temps de stabilité  $\Delta t$  correspond au pas de temps physique d'avancée temporelle tel que sa valeur soit inférieure au critère de stabilité associé aux différents termes des équations à résoudre.

Dans le cas de calculs turbulents, anisothermes et couplés avec un solide, 4 pas de temps de stabilité doivent être définis.

Le **pas de temps de stabilité de convection** est défini de telle sorte que le fluide ne traverse pas plus d'une maille de calcul par pas de temps. Cela correspond à la condition de Courant-Friedrich-Lewy ( $CFL = 1$ ). On peut écrire cette condition en notant  $\Phi$  le flux entrant (en  $m^3.s^{-1}$ ) dans un volume de contrôle,  $V$  son volume et  $\Omega$  le domaine de calcul tout entier, par :

$$\Delta t_{cv} = \min_{/\Omega} \left( \frac{V}{\Phi} \right) \quad (3.5)$$

Le **pas de temps de stabilité de diffusion** est défini pour chaque terme diffusif traité : diffusion due à la viscosité totale ( $\nu + \nu_t$ ), diffusion due à la diffusivité totale ( $\alpha_f + \alpha_t$ ) dans le fluide et diffusion dans le solide ( $\alpha_s$ ). Ces trois termes de diffusion ont leur pas de temps de stabilité propre qui s'écrivent respectivement :

$$\Delta t_{\nu} = \min_{/\Omega} \left( \frac{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}{2(\nu + \nu_t)} \right) \quad (3.6)$$

$$\Delta t_{\alpha_f} = \min_{/\Omega} \left( \frac{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}{2(\alpha_f + \alpha_t)} \right) \quad (3.7)$$

$$\Delta t_{\alpha_s} = \min_{/\Omega} \left( \frac{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}{2\alpha_s} \right) \quad (3.8)$$

Au final, le pas de temps global utilisé pour un calcul couplé fluide/solide est donné par le pas de temps minimum de stabilité de chaque équation :

$$\Delta t = \min(\Delta t_{flu}; \Delta t_{scal}; \Delta t_{\alpha_s})$$

avec :  $\frac{1}{\Delta t_{flu}} = \frac{1}{\Delta t_{cv}} + \frac{1}{\Delta t_{\nu}}$  et :  $\frac{1}{\Delta t_{scal}} = \frac{1}{\Delta t_{cv}} + \frac{1}{\Delta t_{\alpha_f}}$

### 3.5 Algorithme de résolution

La solution du système d'équations régissant l'écoulement turbulent est formée entre autres du couple vitesse-pression. Le problème de la résolution numérique de ces équations réside dans le respect de la contrainte de divergence nulle par la cohérence entre le terme de gradient de pression et le champ de vitesse. En effet, il n'existe pas d'équation pour la pression seule : l'équation (3.2) ne permet pas à elle seule une quelconque détermination ni de la vitesse, ni de la pression. La solution du système est donc une pression et une vitesse qui satisfont l'équation de continuité.

Afin d'obtenir une équation pour la pression, on applique l'opérateur de divergence à l'équation de Navier-Stokes (1.11). En supposant que la divergence de la dérivée temporelle de vitesse est nulle, on obtient une équation linéaire en pression, appelée *équation de Poisson* (voir Ferziger *et al.* [28]). Une fois cette équation résolue (sous forme d'inversion matricielle), le champ de pression est remplacé dans l'équation (1.11) qui fait intervenir son gradient et permet de calculer la vitesse explicitement.

Ce processus de résolution peut s'écrire sous forme matricielle de la façon suivante :

$$M \frac{dU}{dt} + A U^n + L(U^n) U^n + B^t P^{n+1} = S^n \quad (3.9)$$

$$B U^{n+1} = 0 \quad (3.10)$$

où les différents opérateurs matriciels sont définis par ( $I$  désigne la matrice identité) :

$$\begin{aligned} M &= \text{matrice de masse approchée : } M = \int_{V_i} I dV \\ A &= \text{matrice de l'opérateur de diffusion} \\ L(U^n) &= \text{matrice de l'opérateur de convection} \\ B &= \text{matrice de l'opérateur de divergence} \\ B^t &= \text{matrice de l'opérateur de gradient} \\ S &= \text{second membre (somme des forces de volume)} \end{aligned}$$

$$U^n = \begin{pmatrix} u^n(x_0) \\ \vdots \\ u^n(x_{N-1}) \\ v^n(x_0) \\ \vdots \\ v^n(x_{N-1}) \\ w^n(x_0) \\ \vdots \\ w^n(x_{N-1}) \end{pmatrix} \quad \text{et : } P^{n+1} = \begin{pmatrix} p^{n+1}(x_0) \\ \vdots \\ p^{n+1}(x_{J-1}) \end{pmatrix}$$

$V_i$  correspond au volume de contrôle associé à la  $i^{eme}$  inconnue de vitesse,  $N$  représente le nombre de degrés de liberté pour chaque composante de vitesse et  $J$  le nombre de degrés de libertés en pression situés au centre de gravité des éléments. En multipliant l'équation (3.9) par

$B M^{-1}$  et en supposant que :  $B \frac{dU}{dt} = 0$ , on obtient l'équation à résoudre pour la pression, qui correspond à la résolution d'un système linéaire, dont  $P^{n+1}$  est la solution :

$$B M^{-1} B^t P^{n+1} = B M^{-1} (S^n - (A U^n + L(U^n) U^n)) \quad (3.11)$$

En notant :

$$\begin{aligned} E &= B M^{-1} B^t \\ N(U^n) &= M^{-1} (S^n - (A U^n + L(U^n) U^n)) \\ R &= I - M^{-1} B^t E^{-1} B \end{aligned}$$

la résolution des équations discrétisées se résume au système constitué par :

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{dU}{dt} &= R N(U^n) \\ P^{n+1} &= E^{-1} B N(U^n) \end{aligned}} \quad (3.12)$$

# Chapitre 4

## Schémas pour le transport de scalaire passif

### 4.1 Introduction et motivations

La compréhension et la bonne prédiction des transferts de chaleur et des fluctuations de température au sein d'écoulements turbulents est confrontée à divers problèmes, notamment si l'on s'intéresse à la fatigue thermique. En effet, des simulations des grandes échelles doivent non seulement fournir de bons flux de chaleurs et champs de température moyenne, mais aussi prédire correctement les fluctuations de température en fréquence et en amplitude : une sous-estimation des fluctuations de température calculées à la paroi peut conduire à une destruction rapide du matériau composant la paroi par phénomène de fatigue thermique, provoquant éventuellement un phénomène de faïençage, des fissures et finalement des fuites, à éviter pour des raisons de sécurité.

De nombreux travaux ont été menés afin de trouver les meilleurs compromis en terme de méthodes numériques pour la LES. Bien que quelques travaux préconisent l'utilisation de méthodes diffusives, comme celles proposées dans l'approche communément appelée MILES (pour *Monotonically Integrated LES*, Oran [75] et Fureby [29]), l'idée généralement admise et faisant foi dans une approche académique de la LES reste toutefois d'utiliser des schémas peu diffusifs tels que des méthodes spectrales ou des schémas centrés d'ordre élevé pour les termes convectifs (voir par exemple Morinishi *et al.* [69], Mittal *et al.* [65], Garnier *et al.* [30], Ducros *et al.* [26]). Ces approches sont généralement adoptées pour leurs propriétés conservatives et certains auteurs (Garnier *et al.* [30]) ont montré que pour la quantité de mouvement, l'utilisation de schémas décentrés peut complètement diffuser l'effet de la modélisation sous-maille. Cependant, l'utilisation de schémas centrés pour l'évaluation des termes convectifs de l'équation de température en LES a montré d'éventuels comportements instables. Ces instabilités sont à l'origine d'une surestimation de fluctuations non physiques de température. Au contraire, l'utilisation de schémas décentrés (stabilisants) tend à diffuser et amortir les fluctuations de température, ce qui n'est pas compatible avec une analyse de la fatigue thermique couplée à des simulations numériques d'écoulements anisothermes turbulents dans une approche LES.

De précédents travaux DNS reposent sur une combinaison d'un schéma centré pour la convection des termes de l'équation de quantité de mouvement, et d'un schéma régularisant (*eg.* QUICK) pour la température (voir Kong *et al.* [50] [51]). Il est donc intéressant de voir s'il est possible d'utiliser le même genre de cocktail en LES (voir Akselvoll et Moin [3]).

## 4.2 Résumé de l'article présenté à la section 4.3

Les travaux préliminaires à des études plus poussées de développement de modèles adaptés au couplage fluide/solide ont donc porté sur le choix d'un schéma de convection adapté au transport d'un scalaire dans le cadre de simulations des grandes échelles sur maillages résolus en proche paroi. On pourra vérifier (voir paragraphe 5 page 87) que les conclusions obtenues dans ce cadre le sont aussi sur des maillages grossiers utilisant des lois de paroi.<sup>1</sup> La démarche menée s'est appuyée sur l'étude de trois configurations :

- une configuration pratique bidimensionnelle de Té de mélange ;
- une configuration plus théorique de décroissance d'un champ scalaire dans une turbulence homogène isotrope ;
- et finalement la configuration du canal plan périodique permettant de faire une étude paramétrique et d'apporter quelques conclusions.

Les différents résultats obtenus suite à ce travail :

- confirment que l'utilisation d'un schéma centré pour la quantité de mouvement répond bien aux critères de simulations LES dans un code industriel : bonne prédiction des fluctuations de vitesse, bonne estimation des frottements pariétaux ;
- montrent que l'utilisation d'un schéma de convection (pour le transport d'un scalaire) décentré d'ordre élevé avec limiteur de pente, QUICK, permet non seulement de retrouver de bons niveaux de fluctuations de température mais aussi un bon flux de chaleur à la paroi ;
- conduisent à penser que le schéma de convection joue un rôle non négligeable dans le respect de la physique, mais il permet aussi de jouer un rôle diffusif non négligeable proche d'une modélisation sous-maille, et dont la formulation avec un limiteur de pente en fait un schéma intéressant dans bon nombre de configurations (jets, Té de mélanges...).

Ces travaux, publiés dans une revue scientifique à comité de lecture, sont retranscrits dans l'article [21] ci-après.

---

<sup>1</sup>La communication présentée au paragraphe 5 intitulée *LES of conjugate heat-transfer using thermal wall-functions* [20] a été présentée à une conférence à comité de lecture : DLES 5 ERCOFTAC Workshop - Munich - 2003



## 4.3 Réflexion sur les schémas numériques pour la convection de scalaires

### ***LES of turbulent heat transfer : proper convection numerical schemes for temperature transport,***

*A. Châtelain, F. Ducros and O. Métais,*

*International Journal for Numerical Methods in Fluids,*

**44, 9** , pp. 1017-1044, 2004.

#### **Abstract**

Large Eddy Simulations of two basic configurations (Decay of Isotropic Turbulence, and the academic plane channel flow) with heat transfer have been performed comparing several convection numerical schemes, in order to discuss their ability to evaluate temperature fluctuations properly. Results are compared with the available incompressible heat transfer Direct Numerical Simulation data. It is shown that the use of regularizing schemes (such as high order upwind type schemes) for the temperature transport equation in combination with centered schemes for momentum transport equation gives better results than the use of centered schemes for both equations.

#### **4.3.1 Introduction**

One of the major concerns of the Thermo-hydraulic Department (DTP) at the French Atomic Agency (CEA) is to study thermo-hydraulic phenomena that take place in nuclear plants, at nominal conditions as well as in possible critical conditions, in a huge part for safety studies.

The fluid flows of interest are essentially turbulent flows with high heat transfers. Among many, one of the possible tools to handle these problems relies on the development of specific methods for the simulation of unsteady turbulent flows such as the Large Eddy Simulation (LES).

Comprehension and good forecast of what will be the characteristics of the heat transfers and temperature fluctuations is a major problem, specially if we focus on problems such as thermal fatigue. In fact, not only computations must provide good results for the mean temperature fields, but they also have to give accurate results (in frequency and amplitude) for the fluctuating temperatures : an under-estimation of the temperature fluctuations at the wall could lead to a rapid destruction of the wall material by thermal fatigue, thus generating bursts (leaks) and security problems.

A lot of work has been devoted to select « good numerical methods for LES ». Although some work rely on the use of slightly diffusive methods, such as the ones involved in the so-

called MILES (Monotonically Integrated LES) concept [75] [29], the general shared recommendations within the academic LES community are the following :

- (i) use of non diffusive schemes such as spectral methods or high order centered schemes for convection (see Morinishi *et al.* [69], Mittal *et al.* [65], Garnier *et al.* [30], Ducros *et al.* [26])
- (ii) even if a particular phenomenon (such as contact discontinuity or shock occurrences) appears and requires specific numerical treatments (hybrid upwind and central schemes, see [26]), the areas dominated by turbulence should basically be treated through centered schemes, or at least with « as low numerical diffusion as possible ».

This choice clearly comes from good conservation properties associated to the centered schemes (kinetic energy for the momentum equation, temperature variance for the transport equation) : conservation at a discrete level being ensured for some particular (skew-symmetric) formulations [69] . In addition when focusing on the momentum transport equations, Garnier *et al.* [30], showed that the use of regularizing schemes can completely hide the effect of the sub-grid-scale model. However centered convection schemes used to discretize the temperature equation in LES are known to generate possible numerical instabilities. No discussion is made about the sub-grid scale turbulence modeling (that could keep the temperature field between physical bounds) in the frame of this work since it is not the purpose of a SGS model to have this property but yes to represent the sub-grid scale effect on the resolved scales. Therefore a solution must be found on a numerical point of view.

These instabilities are responsible for non-physical over-estimated fluctuations of temperature for example, which is not in accordance with precise thermal fatigue predictions.

On the contrary, the use of stabilizing convection schemes tends to damp temperature fluctuations, which is not compatible with security prediction and against the idea of « maximizing the constraints ».

Previous works involving direct numerical simulations rely on the use of a combination of centered scheme for the advection term in the momentum equation and regularizing (say Quick) scheme for the advection of temperature (see Kong *et al.* [50] [51]). It is therefore tempting to use the same combination for LES (see also Akselvoll and Moin [3]).

Considering the basic test case of forced convection in a channel flow configuration, the purposes of this paper consist of two points :

- (i) illustrate the fact that the centered-centered combination for both momentum and temperature equations does not always give accurate results (it can lead to over-prediction of temperature fluctuations). This point is comforted by the work of Montreuil *et al.* [68] from which it seems possible to extrapolate that discrepancies between results and referenced solutions may be due to the numerical schemes and not to the SGS modeling. Also, a brief investigation shows that quality of the results are not improved when using an implicit time integration. This gives an idea for the behavior of wall bounded flows. We will show that it is even worse for other types of flows, such as free shear flows (Tee junction).
- (ii) investigate the behavior of the combination « centered scheme for momentum-regularizing scheme for temperature » and show some of its advantages and limits for LES of wall bounded flows.

This work makes part of a preliminary reflection before dealing with more complex geometries such as a 3D jet in a cross-flow at different temperatures with fluid-solid interaction. This preliminary work relies on the treatment of wall resolved flows (*ie.* no wall functions are used).

### 4.3.2 Literature survey

Majority of available numerical results concerning fundamental and theoretical studies of unsteady heat transfer are done either by Direct Numerical Simulation (DNS) or LES. DNS of such configurations are most of the time realized using kinetic energy conservative schemes (Kim and Moin[48], Lyons [60], Kawamura *et al.*[45], Kasagi *et al.*[43] or Nicoud [74], [71]).

Other authors (Kong *et al.*[50] [51] ) have noticed some spurious behavior of centered schemes for scalar transport and recommend the use of regularizing schemes for temperature transport for DNS, justifying their choice by former DNS based on high order (5<sup>th</sup> order) upwind biased schemes (Mittal and Moin [65]). But only few results are given for LES focusing on the heat transfer in the simple case of iso-thermal walls (see Wang *et al.* [99], Montreuil *et al.*[68]).

In the case of [68], LES computations were carried out for iso-flux boundary conditions and using a semi-implicit time integration technique. Advective terms are discretized using a 2<sup>nd</sup> order centered scheme. The author made a parametric study with numerous sub-grid scale models for the SGS heat flux (Fickian as well as Non-Fickian models) and observed an over-prediction of the resolved temperature fluctuations  $T_{rms}$  regardless of the SGS model, but obtained good mean profiles. The over-prediction of the peak value of the temperature fluctuations is between 30% to 40 % for the simulations equivalent to our space discretization.

Wang *et al.* [99] used a fully implicit time integration, as well as a third-order upwind scheme for advective terms but available literature results are limited to mean profiles for temperature.

Some authors have been investigating heated channel flows under buoyancy effects [55] [77]. Peng and Davidson [77] have studied a vertical channel flow with buoyancy effects using a second-order centered convection scheme and an implicit time integration. They found a good agreement between their  $T_{rms}$  fields and the available DNS data. Lee and Pletcher [55] made LES computations of a horizontal channel flow submitted to an unstably stratified temperature field, using the same numerical procedure as [99].

These previous works dealing with passive scalar transport have not focused on the effect of the convection scheme in the case of LES, at least concerning the ability of predicting scalar fluctuations for wall bounded flows.

### 4.3.3 Modeling framework

In the frame of the incompressible Navier-Stokes equation, temperature is considered in the present study as a passive scalar.

The modeling technique used here to compute these turbulent flows is the Large Eddy Simulation. The continuous equations and continuous calculated fields are discretized in order to solve the governing equations. The discretizing process leads to a scale separation between the large (resolved) scales and the small (unresolved) scales of the fluid flow. It can thus be interpreted as a filtering operation. Following Leonard [56], this can be seen as the combination of a spatial filter to the governing equations in order to retrieve and calculate explicitly the large scales of the fluid motion in our computation, while the action of the small scales (smaller than the filter width, usually the grid size) is modeled by a SGS model. This basic underlying justification is that large scales of the motion are the ones which are responsible for most of the dynamics of the fluid flow and are long-living, whilst small scales of turbulence are more generic, and account for the largest part of the turbulent energy dissipation (see the standard literature on the topic such as Lesieur and Métais [59]).

### 4.3.3.1 Governing equations and physical modeling

As the present work mainly relies on numerical aspects, the governing equations and the physical modeling are only briefly described : they indeed rely on standard approaches [87] [58] .

#### Governing equations and related physical constraints

For an incompressible flow, the filtered Navier-Stokes equation, as well as the temperature equation, read as follows (if we admit that the filter has the permutation property with both time and spatial derivatives), where the  $\widetilde{(\ )}$  stands for a standard filtering operator :

$$\frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \widetilde{u}_j \widetilde{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \widetilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( 2\nu \widetilde{S}_{ij} + \tau_{ij} \right) \quad (4.1)$$

and

$$\frac{\partial \widetilde{T}}{\partial t} + \frac{\partial \widetilde{u}_i \widetilde{T}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_i} + \Theta_i \right) . \quad (4.2)$$

Here  $\tau_{ij}$  is the the sub-grid-scale (SGS) stress tensor and  $\Theta_i$  is the SGS turbulent heat flux. These SGS terms account for the energy transfer from the large scales to the small scales of turbulence [59]. Most part of the actual models are based on a Boussinesq hypothesis, which relates the SGS tensor to the strain-rate tensor by means of a turbulent eddy viscosity, following relation (4.3) :

$$\tau_{ij} = \widetilde{u}_i \widetilde{u}_j - \widetilde{u_i u_j} = 2\nu_t \widetilde{S}_{ij} + \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} \quad ; \quad \widetilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u}_j}{\partial x_i} \right) . \quad (4.3)$$

As for the SGS heat flux,  $\Theta_i$ , a Fickian approach of the problem is commonly assumed, thus relating the SGS heat flux to the resolved temperature gradient by means of a turbulent diffusivity as seen in equation (4.4) :

$$\Theta_i = \widetilde{u}_i \widetilde{T} - \widetilde{u_i T} = \alpha_t \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_i} . \quad (4.4)$$

A point that can raise an issue is the implicit assumption that the LES filter keeps the same numerical bounds for the filtered equation than for the non-filtered equation. This could become the subject of a whole research topic but is not the purpose of this work.

Indeed, given a set of initial and boundary conditions, let us consider that the physical transport of a quantity  $\phi$  respects the following physics :

$$\forall t, \forall \vec{x} : \xi_1 \leq \phi(\vec{x}, t) \leq \xi_2 .$$

What enables one to write that the filtered equation :

$$\frac{\partial \widetilde{\phi}}{\partial t} + \frac{\partial \widetilde{u}_i \widetilde{\phi}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( (\alpha + \alpha_t) \frac{\partial \widetilde{\phi}}{\partial x_i} \right)$$

(from which all the terms resulting from any non-commutation between the filter operator  $\widetilde{(\ )}$  and the spatial derivatives have been omitted) respects the following statement (ie, it follows the same physical evolution) :

$$\forall t, \forall \vec{x} : \xi_1 \leq \tilde{\phi}(\vec{x}, t) \leq \xi_2.$$

is that the resulting filter should be regularizing and monotonic.

By resulting filter, one has to read it as the sum of the combined effects on the solution of the mesh discretization (cut-off at  $2\tilde{\Delta}$ ,  $\tilde{\Delta}$  being a measure of the grid spacing), of the eddy viscosity and of the numerical schemes involved in the equation resolution.

Therefore, two approaches can be seen to strengthen the above statement. In the first one, it can be assumed that the diffusive effects, the realizability of the sub-grid scale model in conjunction with a well chosen filter operator, will keep the filtered quantity evolution bounded by the physical boundaries. In the second one, the respect of the physical boundary evolution is imposed for the filtered quantity evolution, which should be respected given a proper set of numerical schemes. The latter will be retained for the present paper.

### SGS stress modeling

The candidate retained for our eddy viscosity model is the WALE (Wall-Adapting Local Eddy-Viscosity) model from Nicoud and Ducros [73].

The main idea of this model is to recover the proper behavior of the eddy viscosity near the wall ( $o(y^3)$ ) in case of wall-bounded flows, while preserving interesting properties such as the capacity to provide no eddy-viscosity in case of vanishing turbulence (property required for the transition from laminar to turbulent states). Major interest of this model first rely on the fact that it needs no information on the direction and distance from the wall (avoiding the use of any damping function) thus being really suitable in unstructured grids where evaluating a distance to the wall is precarious.

### SGS heat flux modeling

The SGS heat flux term is modelled using the assumption of a SGS Prandtl number,  $Pr_t$ , which is the simplest and usual way to model this term :

$$\alpha_t = \frac{\nu_t}{Pr_t} \quad (4.5)$$

One must keep in mind that the turbulent Prandtl number is commonly associated to a statistical approach of turbulence (ensemble or time averaging), whereas the SGS Prandtl number refers to a filtered approach of the turbulent field and depends of both time and space, as a combination of equations (4.3), (4.4) and (4.5).

Therefore, there is no obvious reason why these two definitions would lead to the same values since they do not define the same variable.

However, the assumption that the two (different) filtering formulations give approximately the same value for the turbulent and sub-grid scale Prandtl number relies on previous LES works and related litterature [68], [99].

Montreuil *et al.* [68] show for example that the evolution of the sub-grid scale Prandtl number across the channel is not constant but remains between 0.6 (in the middle of the channel) and 1.2 (maximum value at about  $y^+ \simeq 20$ ). Moreover, Wang *et al.* in their LES work [99] of turbulent plane channel flow, show the evolution of the modeled sub-grid scale turbulent Prandtl number which varies between 1 (at the wall) and 0.5 (in the middle of the channel).

Here  $Pr_t$  is assumed constant and equal to 0.9. This value is motivated by the DNS work of authors like Lyons *et al.* [60], Nicoud [71] and Kim *et al.* [48] who found an evolution of  $Pr_t$

approximately constant and equal to 0.9. The work of Kasagi *et al.* reported in [43] indicates a value of  $Pr_t$  almost equal to 1. These SGS models were used for all computations of this paper to derive only the influence of the advection scheme. More sophisticated models can be used (see [68],[99]), but this point is not the key issue of the present study.

### 4.3.3.2 Numerical methods

All computations discussed in this paper were done using the TRIO-U / PRICELES code developed at CEA Grenoble [15]. This code is mainly intended to deal with LES in thermo-hydraulics, using structured or unstructured grids under the incompressible or low-Mach number approximations.

In this paper, calculations were done using structured grids. Unknowns (pressure, velocity and temperature) are located on a staggered grid [28] .

The discrete form of the incompressible Navier-Stokes equation is solved in matrix form by a projection method. The Poisson equation for the pressure is solved by a conjugate gradient method with a SSOR preconditioning to ensure a zero divergence field (usual convergence limit is  $10^{-8}$ ). Once it is determined, it is replaced in the momentum equation, so that velocity is calculated and can be used in the temperature equation. A  $2^{nd}$  order centered advection scheme was used for the momentum equation.

Different convection schemes were compared for the temperature advection term (in its conservative form) in the heat equation : Centered  $4^{th}$  order (denoted by  $C4$ ), Upwind  $1^{st}$  order ( $U1$ ) and Quick  $3^{rd}$  order with FRAM limiter ( $Q3$ ) (See Appendix 4.3.7 for details). Results concerning the use of the  $2^{nd}$  order Centered scheme for temperature transport are not presented in this work, but has been shown to give the same behavior and results as the  $C4$  scheme : the effects interested herein are due to the centered nature of the schemes and not to their order.

Time advancement is done using a  $3^{rd}$  order Runge-Kutta explicit time integration scheme (denoted by  $RK3$ ) (see Williamson [102]) except for one simulation where we have made use of a Crank-Nicolson scheme (denoted by  $CN$ ).

## 4.3.4 Results

The present reflection will rely on simulations performed on three configurations :

- (i) a 2D Tee junction that illustrates the problem of handling contact discontinuity within a turbulent-like context. As already recalled in some study ([51]), this will show that centered type schemes lead to spurious oscillations of the temperature field, whereas regularizing schemes show acceptable physical results ;
- (ii) a freely decaying isotropic turbulence that will test the different schemes against their capabilities of handling fully turbulent flows ;
- (iii) the periodic channel flow to cope with the wall bounded flow type problems.

### 4.3.4.1 2D Tee junction

Following previous study reported in Akselvoll *et al.* [3], centered scheme may lead to numerical instability for scalar equation with inflow/outflow conditions. This is illustrated here by the present configuration that concerns a simple two dimensional unsteady flow with different temperatures developing in a Tee junction (see figure 4.1). The objective is not to reach physical results as turbulent mixing is concerned since the configuration is 2D. Attention was only payed to the temperature field (especially on its bounds), bearing in mind that the simulation results at

the early stages of the phenomenon do not rely only on SGS modeling but also on the numerical treatment of the contact discontinuity.

In particular, the large structures observed downstream are due to the 2D simulation and should disappear when turning to 3D.

The initial condition is a uniform temperature field at  $T_2 = 550K$  and downward parabolic velocity field in the upper part and a uniform temperature of  $T_1 = 500K$  and a parabolic velocity field in the lower part of the domain. Reynolds number is equal to 1546.

Boundary conditions are adiabatic and no-slip condition on the walls. Outlet boundary condition is an imposed uniform 0 pressure. The inlet boundary conditions are (for simplicity) two parabolic velocity profiles of same maximum velocity and different uniform temperatures ( $500K$  and  $550K$ ). Two meshes of  $313 \times 40$  (for the lower flow) and  $40 \times 80$  (for the upper incoming flow) elements constitute the complete grid domain. No sub-grid scale model was used in this section.

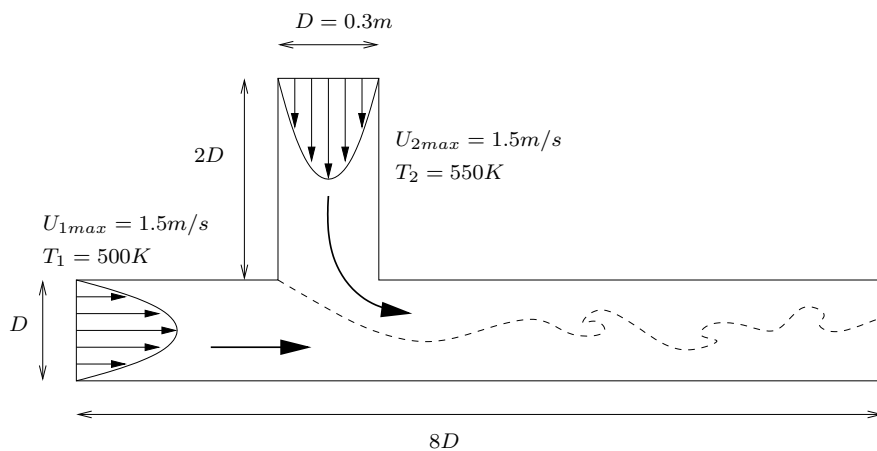


FIG. 4.1 – Configuration of the unsteady 2D Tee junction. The dashed line stands for a possible representation of the instantaneous location of temperature gradients.

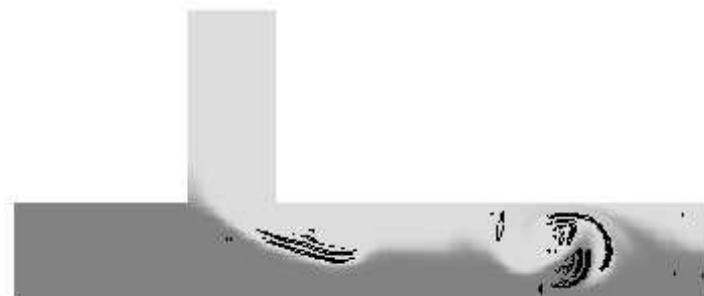


FIG. 4.2 – Instantaneous temperature fields in a 2D unsteady Tee junction at  $t = 12.2s$  (8 recirculation times) - non-physical temperature regions (*ie* out of limits) are denoted by dark contours.

Centered 4<sup>th</sup> order ;  $T_{max} = 554.9K$  -  $T_{min} = 494K$

First requirement of such a simulation is that temperature field should stay bounded by physical imposed temperatures. The critical zones (*ie* the zone where most of the points reach temperatures beyond physical limits, see figure 4.2) are of course located where mixing is the



FIG. 4.3 – Instantaneous temperature fields in a 2D unsteady Tee junction at  $t = 12.2s$  (8 recirculation times) - non-physical temperature regions (*ie* out of limits) are denoted by dark contours.

Quick ;  $T_{max} = 550K - T_{min} = 500K$



FIG. 4.4 – Instantaneous temperature fields in a 2D unsteady Tee junction at  $t = 12.2s$  (8 recirculation times) - non-physical temperature regions (*ie* out of limits) are denoted by dark contours.

Upwind ;  $T_{max} = 550K - T_{min} = 500K$

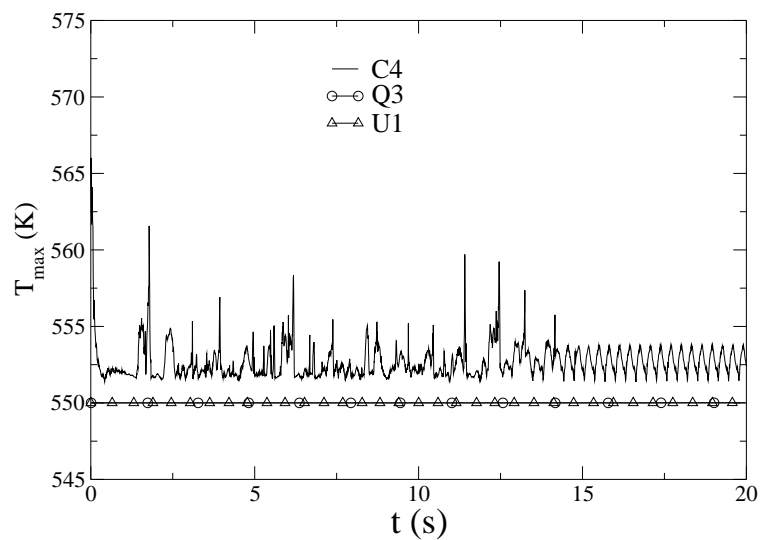


FIG. 4.5 – 2D Tee junction : temporal record of maximum temperature in the physical domain.



highest. Moreover, the diffusive behavior of the different convection schemes is clearly seen in this situation. Indeed, the  $U1$  scheme shows a temperature field and a contact line between the hot and cold fluid which is much more blurred than the  $Q3$  or  $C4$  scheme.

Figure 4.5 shows the time evolution of the highest temperature observed in the domain at each time step. As seen in this figure, we see the important stabilizing effect of the temperature convection scheme : using the  $Q3$  or the  $U1$  scheme keeps the temperature field within physical boundaries, whereas the  $C4$  scheme creates oscillations beyond the two inlet temperatures.

#### 4.3.4.2 Freely decaying isotropic turbulence with passive scalar transport

The case of isotropic turbulence decay with passive scalar transport is of particular interest to test the numerical diffusion of numerical convection schemes since there are a lot of available results throughout the literature concerning, for example, enstrophy or energy decay [58].

Expected temperature behavior in these simulations is to stay bounded by the initial temperature extrema, while the fluid temperature is homogenized by both the fluid motion and the molecular diffusion and tends to a steady state where the fluid is at the mean homogeneous temperature.

These simulations were performed in the case of infinite Reynolds number in which the dissipation is to be attributed to the action of the SGS modeling (see table 4.1).

	Mesh grid	$U \nabla U$	$U \nabla T$	Time int.
Case 1	$(32)^3$	$C2$	$C4$	$RK3$
Case 2	"	"	$Q3$	"
Case 3	"	"	$U1$	"

TAB. 4.1 – Parameters for the freely decaying isotropic turbulence with passive scalar transport

The domain is a cube of dimensions  $(2\pi)^3$ , periodic in every direction and discretized with  $(32)^3$  elements on a regular mesh.

The initial condition, for both temperature and velocity, is a three-dimensional random isotropic field whose kinetic energy peaks at a wavenumber of  $k_i(0) = 4$ . The temperature field is chosen so that the mean homogeneous temperature is  $\langle T \rangle = 100K$  ( $\langle \rangle$  operator stands for the classical spatial average) and to have an initial mean temperature variance equal to 1 ( $T(\vec{x}, t = 0) = \langle T \rangle \left( \frac{\kappa - \langle \kappa \rangle}{100} + 1 \right)$ ; where  $\kappa$  is the local kinetic energy). As a consequence, the temperature field is as smooth as the velocity field at  $t = 0$ . The initial maximum (resp. minimum) to mean temperature ratio in the domain is  $T_{0max} / \langle T \rangle = 1.0443$  (resp.  $T_{0min} / \langle T \rangle = 0.9577$ ).

A characteristic time scale, which is the large-eddy turnover time, is defined as :  $t_{ref} = \frac{L}{\sqrt{E_c(0)}}$  where  $L$  is a characteristic length of the eddies containing most of the initial energy.

Three simulations were done using different convection schemes, but on same grid and with same time integration ( $RK3$ ) and momentum convection scheme ( $C2$ ).

The figure 4.6 represents the time evolution of temperature variance, and figure 4.7 shows the decay of temperature enstrophy  $D_T(t) = \frac{1}{2} \langle (\vec{\nabla} T)^2 \rangle$  (see [58] for an extensive reference).

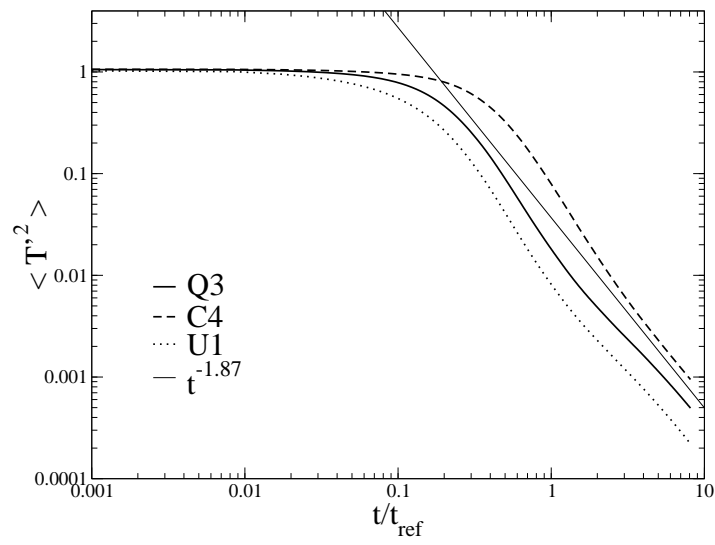
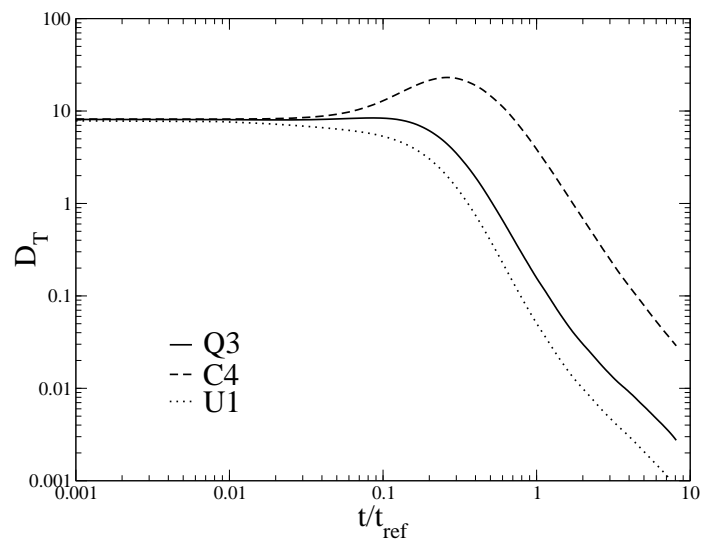
FIG. 4.6 – Time evolution of temperature variance. The  $-1.87$  slope reference is taken in [64]

FIG. 4.7 – Time evolution of temperature enstrophy

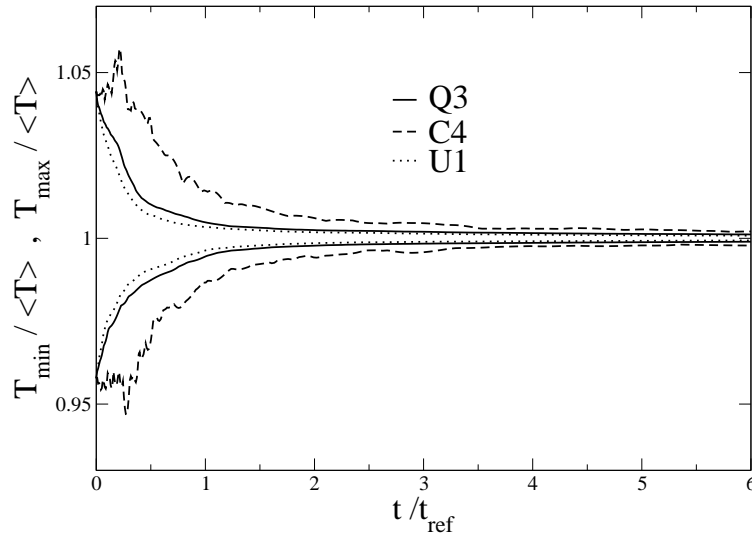


FIG. 4.8 – Time evolution of the extrema of the values of temperature in the decaying isotropic turbulence

The decay law in  $t^{-1.87}$  of the temperature variance, shown for example in the work of Métais and Lesieur [64], is recovered reasonably well.

The dissipative effects of the upwind type schemes ( $U1$ ,  $Q3$ ) in the evolution of the temperature enstrophy can be easily seen, since these schemes do not reproduce the initial increase and its maximum value as can also be observed in the velocity enstrophy  $D$  with energy conservative schemes.

Considering only results on the temperature variance and on the enstrophy, the best results are achieved with the  $C4$  scheme compared to the other upwind type schemes, since the  $Q3$  scheme tends to damp the enstrophy and variance evolution of temperature during the simulation.

The evolution of the extrema values of the temperature field is given in figure 4.8 and illustrates the fact that initial values are not « physically bounded » for the  $C4$  scheme simulation. However,  $U1$  and  $Q3$  schemes homogenize the temperature field faster than the  $C4$  scheme.

The figure 4.9 confirms this tendency. Classical influence of the stabilizing schemes compared to the kinetic energy conservative scheme can be observed in the representation of the temperature field PDF (figure 4.9) where the first schemes tend to gaussianize the PDF. This effect is known to take place in the small scales [64]. In figure 4.9, vertical continuous lines represent the initial maximum and minimum temperatures. These boundaries should fix physical bounds for the temperature field since the scalar will tend to homogenize and should not create temperature values beyond these bounds. However, it is seen that for the  $C4$  conservative scheme, temperature values are out of the initial physical bounds due to the numerical instabilities created during the first moments of turbulence decay.

The damping effect of the different convection schemes is illustrated in figures 4.10, 4.11 and 4.12 which show the temperature field at the same time  $t/t_{ref} = 0.75$ . These three pictures of the flow show that the temperature field exhibits less and less small structures as the scheme is more and more diffusive. However, it should be noticed that the use of the  $Q3$  scheme is compatible with the occurrence of small turbulent structures (typically resolved within 5 grid points which is reasonable in the LES framework). These damping effects were also observed in the work of Garnier *et al.* (see [30]).

Considering all criteria (time evolution of variance, enstrophy and of the extrema of temperature), a compromise is to be found between a numerical method (centered) which reproduces correctly intermittency phenomena but may exhibit non-physical behaviors, and other methods (regularizing) which respects physical boundaries but may show limited qualities to reproduce all type of turbulent events such as intermittency phenomena.

Given this reflection, we shall now investigate these two methods for the channel flow configuration.

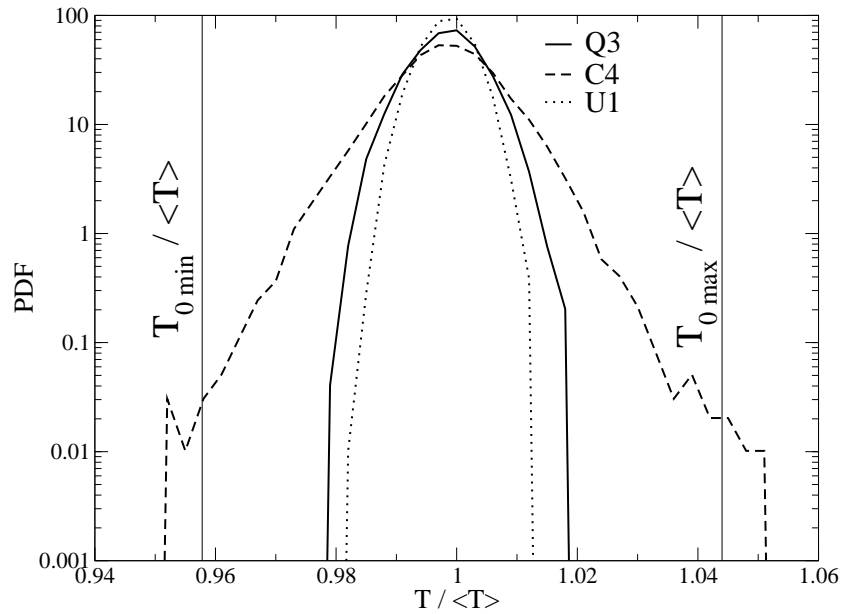


FIG. 4.9 – PDF of the scalar field in an isotropic turbulence at  $t/t_{ref} = 0.27$ . The vertical lines stand for the physical (initial maximum and minimum values) bounds

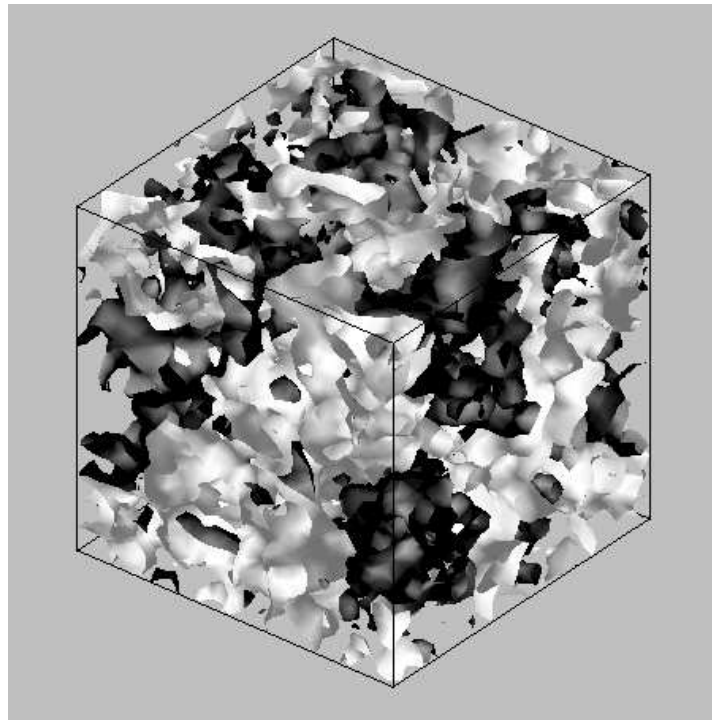


FIG. 4.10 – Isotropic Turbulence - Visualization of the damping effect of the advection scheme : Isosurfaces of temperature are shown at same time  $t/t_{ref} = 0.75$  - Black :  $T / \langle T \rangle = 1.002$  - White :  $T / \langle T \rangle = 0.998$ . ( $T_{max}$  and  $T_{min}$  values can be taken from figure 4.8)  
4<sup>th</sup> order Centered

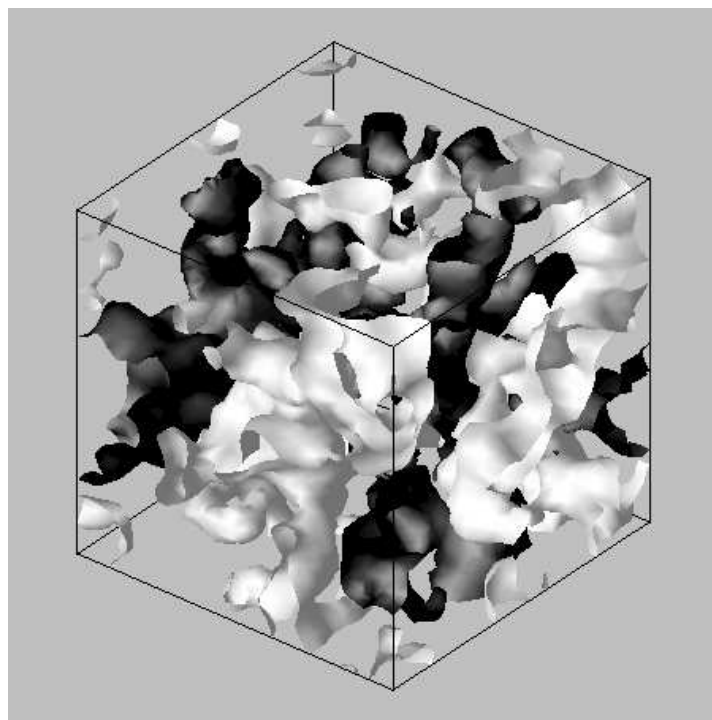


FIG. 4.11 – Isotropic Turbulence - Visualization of the damping effect of the advection scheme : 3<sup>rd</sup> order Quick FRAM (same legend as Figure 4.10).

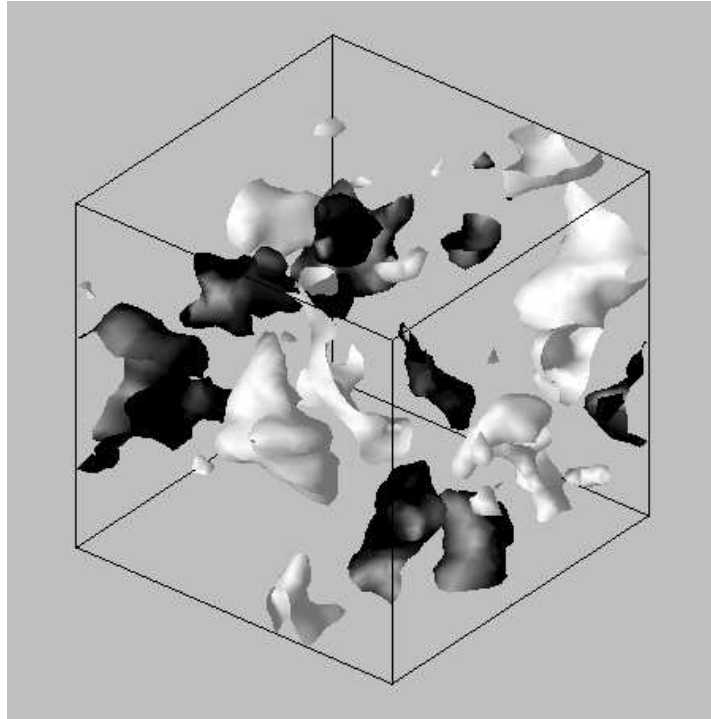


FIG. 4.12 – Isotropic Turbulence - Visualization of the damping effect of the advection scheme : 1<sup>st</sup> order Upwind (same legend as Figure 4.10).

#### 4.3.4.3 Plane channel flow

##### Explicit time integration simulations

Most of our interest was focused on the plane channel configuration with different imposed iso-thermal wall temperatures since it is a well documented test case, as already seen in the literature survey.

The computational domain is the academic periodic channel flow. Boundary conditions in the  $x$  (streamwise),  $y$  (wall normal) and  $z$  (spanwise) directions are respectively periodic, no-slip, and periodic boundary conditions (figure 4.13). Both walls are set at different but constant temperatures  $T_1$  and  $T_2 > T_1$  (with a ratio of 1.01 but, since the incompressible Navier-Stokes equations are solved, with uniform and constant density and since there is no buoyancy force, the temperature ratio is irrelevant in this study and any value could have been used).

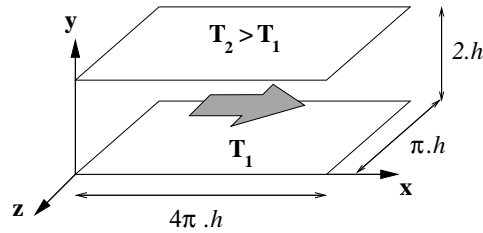


FIG. 4.13 – Thermal channel flow configuration

Domain dimensions in wall units are  $L_{x^+} = 2262$ ,  $L_{y^+} = 360$ ,  $L_{z^+} = 565$ . The number of grid points is  $64 \times 55 \times 40$ , thus resulting in a well resolved LES for the LES Mesh 1 case. In the LES Mesh 2 case, the number of grid points is  $64 \times 55 \times 65$ . Grid spacings and mesh characteristics are given in table 4.2. The Prandtl number of the fluid is 0.71. The bulk Reynolds number  $Re_b = U_b h / \nu$  is 2762. Dean's correlation [23] would predict, in the present case, a turbulent Reynolds number of 180.  $h$  is the channel half-height and  $U_b$  is the bulk velocity given

$$\text{by : } U_b = \frac{1}{2h} \int_0^{2h} U dy.$$

	$\Delta x^+$	$\Delta y_w^+$	$\Delta y_c^+$	$\Delta z^+$	$Re_b$	$Re_\tau$	Nu
Kasagi <i>et al.</i> [41]	18.4	0.08	4.9	7.36	2290	150	13.4
Kim <i>et al.</i> [49]	12	0.05	4.4	7	2800	180	-
Debusschere <i>et al.</i> [25]	9.7	1.9	1.9	5.9	3000	186	24.3
Nicoud [74]	20	0.3	9	6	2855	180	NA
LES Mesh 1	36	1	11	14.5			
LES Mesh 2	36	1	11	8.8			

TAB. 4.2 – DNS parameters for the channel flow configuration given by other authors together with present LES mesh parameters.  $\Delta y_w^+$  stands for the first grid point at the wall ;  $\Delta y_c^+$  stands for the centerline grid-spacing. NA means data is not available for this simulation.

Since temperature is a passive scalar, the velocity field is the same for every simulation done at the same  $Re_\tau$ , whatever the scalar field may look like. Velocity field is initialized with a parabolic Poiseuille flow with a white noise perturbation on all three components, and initial temperature field corresponds to a linear laminar profile.

	Mesh	$U \nabla T$	Model	Time integration	$Re_\tau / Re_\tau^{\text{target}}$	Nu
Case $C4 - F$	2	$C4$	yes	$RK3$	180/180	23.3
Case $C4$	1	$C4$	yes	$RK3$	177/180	21.7
Case $Q3$	1	$Q3$	yes	$RK3$	177/180	22.2
Case $U1$	1	$U1$	yes	$RK3$	177/180	20.9
Case $C4 - Imp$	1	$C4$	yes	$CN$	176/180	22
Case $C4 - noMod$	1	$C4$	no	$RK3$	177/180	21.7
Case $Q3 - noMod$	1	$Q3$	no	$RK3$	177/180	22.1

TAB. 4.3 – LES parameters and global results for the channel flow configuration (Mesh parameters are given in table 4.2). *Imp* refers to the implicit time integration method of Crank-Nicolson (denoted by  $CN$ ).  $F$  stands for refined mesh. *noMod* means that no SGS model was used for the temperature equation.

The forcing term in the momentum equation used to keep a constant flow rate is the one proposed by Rollet-Miet [84] and reads as :

$$f_v(t_{n+1}) = f_v(t_n) + \frac{2(Q_0 - Q(t_n)) - (Q_0 - Q(t_{n-1}))}{\Delta t S} \quad (4.6)$$

where  $f_v(t_n)$  is the forcing term at time step  $n$ ,  $Q_0$  is the initial flow rate,  $Q(t_n)$  is the flow rate at time step  $n$ ,  $\Delta t$  is the time step and  $S$  is the section of the plane channel in the main flow direction.

No source term is used in the scalar equation since two different temperatures are imposed on both walls.

All comparison parameters between simulations are given in Table 4.3.

Mean profiles and *rms* fluctuations will be given in dimensionless form using the following definitions of the friction velocity and temperature :

$$u_\tau^2 = \nu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \quad \text{and} \quad T_\tau = \frac{\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_w}{\rho C_p u_\tau}$$

First and second order moment quantities are averaged in the  $x$  and  $z$  homogeneous directions, and in time for a period of 45 to 50 transit times to ensure statistically converged profiles. A transit time is defined as the physical time for the fluid at the bulk velocity to make a complete pass through the channel length.

Results for the velocity field are given in figures 4.14 and 4.15 and are compared to the DNS data from Kim and Moin [49] whose incompressible calculations are done for a bulk Reynolds number of 2800 and a target turbulent Reynolds number of 180.

Good agreement is reached for our LES results : the usual behavior is observed, that is to say a small over-prediction (8 %) of the streamwise velocity fluctuations  $u_{rms}^+$  and a slight under-estimation of the two other components :  $v_{rms}^+$  and  $w_{rms}^+$ . Peak locations are also well predicted.

Mean velocity profile is found to be in good agreement with DNS data and classical linear and logarithmic behavior. Calculation with a refined grid (Case  $C4 - F$ ) has been done to check the consistency of the results. The expected behavior is that by refining in the spanwise direction, fluctuations in the  $z$  direction will be more precisely appreciated and a better distribution in the fluctuating field will be reached, hence diminishing the fluctuations in the streamwise



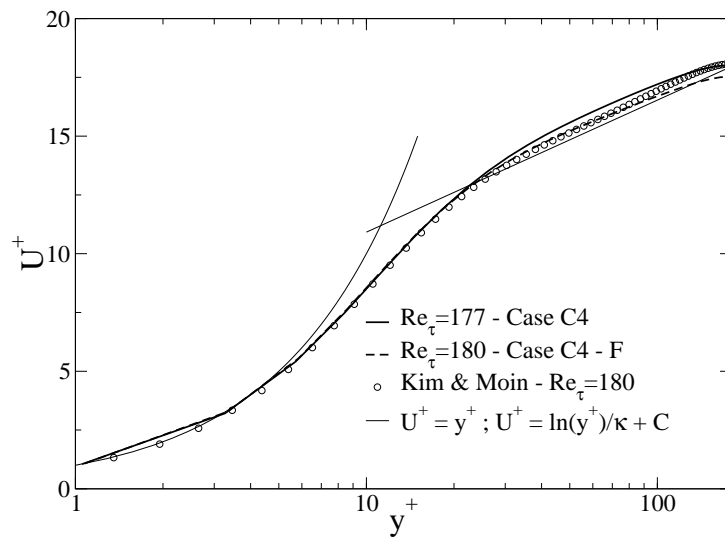


FIG. 4.14 – Distribution of mean streamwise resolved velocity in wall coordinates

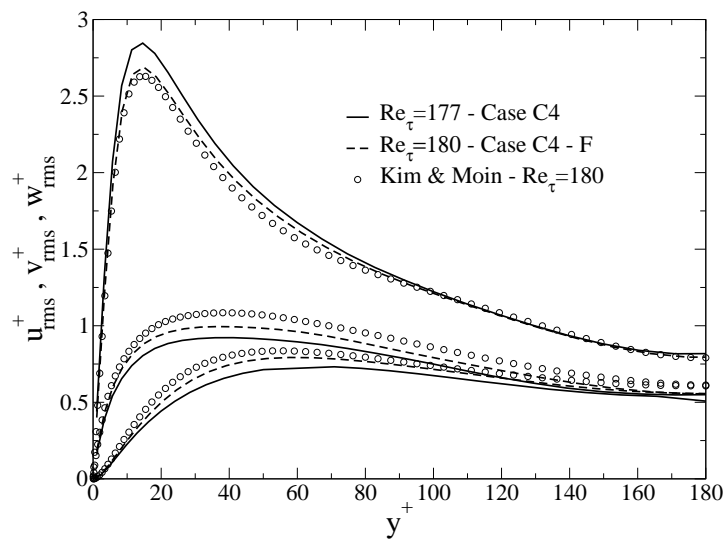


FIG. 4.15 – Distribution of resolved velocity fluctuations in wall coordinates

direction and increasing the  $v_{rms}^+$  component. Such reflection is found to be in agreement with the obtained results.

Figure 4.16 shows the evolution in time of the maximum value of the temperature in the computational domain (minimum value would show a similar behavior). Non-physical temperatures are also observed in this configuration with the  $C4$  scheme (Case  $C4 - F$ ) but with smaller frequency. On the other hand, we see that the  $Q3$  scheme (Case  $Q3$ ) has a better behavior and that maximum fluctuations have a smaller level than the  $C4$  scheme.

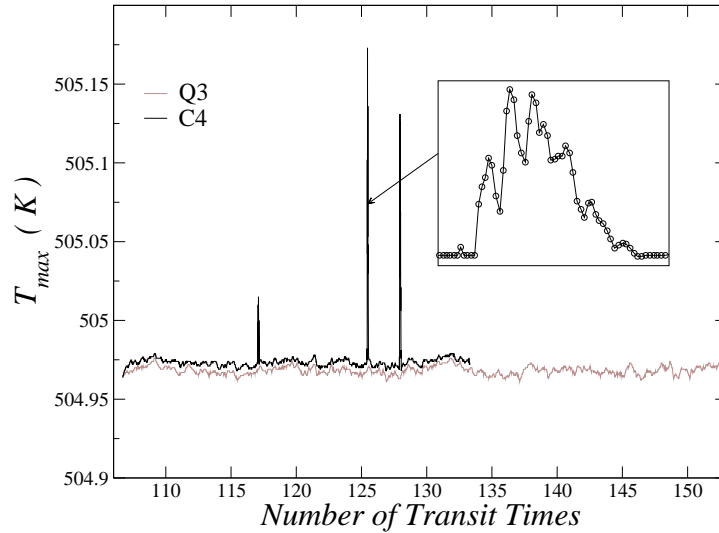


FIG. 4.16 – Time evolution of computational domain maximum temperature in a turbulent channel flow (upper physical bound is 505K)

However the amplitude of variation of the maximum of temperature is of same order for the  $C4$  and  $Q3$  simulations when physical bounds are respected (for example between the 110 and 115 transit times on figure 4.16).

This test is less severe than the previous ones (sections 4.3.4.1 and 4.3.4.2) since there is little chance to have temperature contact discontinuities such as in a cross-flow jet. However, the same behavior is observed for the extrema temperature as in the other configurations, but with less non-physical events.

Profiles for mean and fluctuating temperature are given in figures 4.17 and 4.18. Results are compared to DNS data from Kasagi *et al.* [43] [41] ( $Re_\tau = 150$ ,  $Pr = 0.71$ ), Debusschere *et al.* [25] ( $Re_\tau = 186$ ,  $Pr = 0.7$ ) and Nicoud [74] ( $Re_\tau = 180$ ,  $Pr = 0.76$ ) who made the same simulation with constant but different temperatures at the walls.

Mean dimensionless temperature profile given in figure 4.17 is seen to recover the proper behavior near the vicinity of the wall in  $T^+ \rightarrow Pr y^+$  and in the logarithmic zone.

No real difference was observed on the mean profile of temperature when changing convection scheme.

However, non negligible effects are seen on the temperature fluctuations (figure 4.18) : the  $C4$  scheme overestimates the maximum fluctuations level (by 30% ) in the same way as it was observed in the work done by Montreuil *et al.* [68]. The author showed that the over-prediction of the peak maximum value reaches about 10 to 25%, depending on the type of SGS heat flux model used and on the resolution. The work of Montreuil *et al.* was compared to the DNS data of Kim and Moin [48] of a channel flow where temperature is produced uniformly in the flow and removed at the walls kept at constant and equal temperatures.

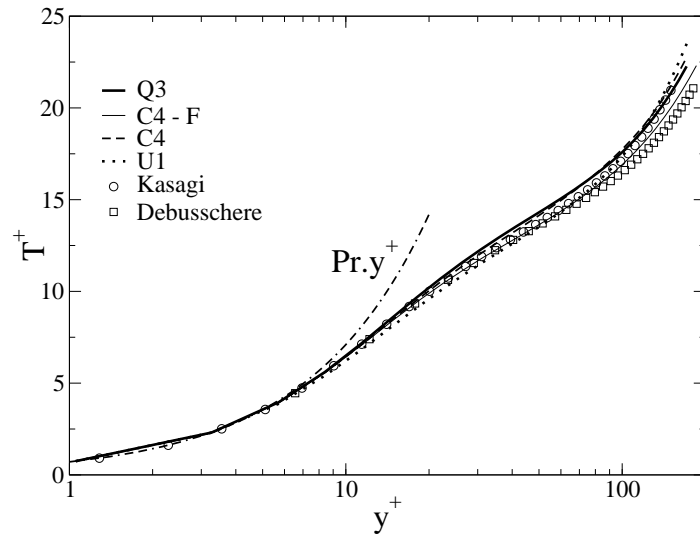


FIG. 4.17 – Distribution of mean resolved temperature in wall coordinates (for Debusschere and Kasagi data, only 1 point out of 3 and 1 point out of 2 respectively are represented)

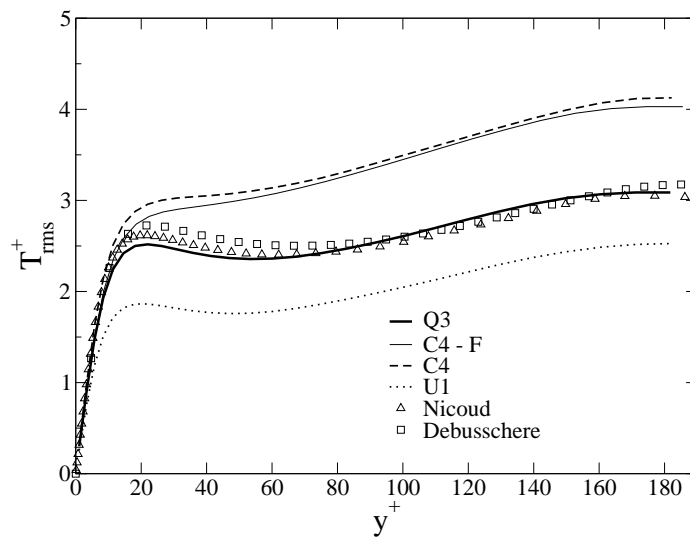


FIG. 4.18 – Distribution of resolved temperature fluctuations in wall coordinates

Comparing results of the  $C4$  scheme with the standard mesh (Case  $C4$ ) and the ones obtained with the refined grid (Case  $C4 - F$ ) shows consistency with the chosen numerical method. As can be seen in figures 4.17 and 4.18, results are only slightly improved when refining in the  $z$  direction. Moreover, the reduction of the rms fluctuations is negligible compared to the initial over-prediction.

The « good » result obtained for  $T_{rms}^+$  with the  $Q3$  scheme should also be analyzed looking at the basic  $T_{rms}/\Delta T$  quantity (see figure 4.19).

The result provided by the  $Q3$  scheme leads to a slight under-prediction of  $T_{rms}/\Delta T$ , whereas  $C4$  scheme leads to a clear over-prediction. However, it must be noticed that the near-wall behavior reaches a better result with the  $C4$  scheme than with the  $Q3$  scheme, even if afterwards fluctuations are monotonous and do not show a proper temperature fluctuation profile. This can lead to a specific analysis and proposition for numerical scheme (see section 4.3.5).

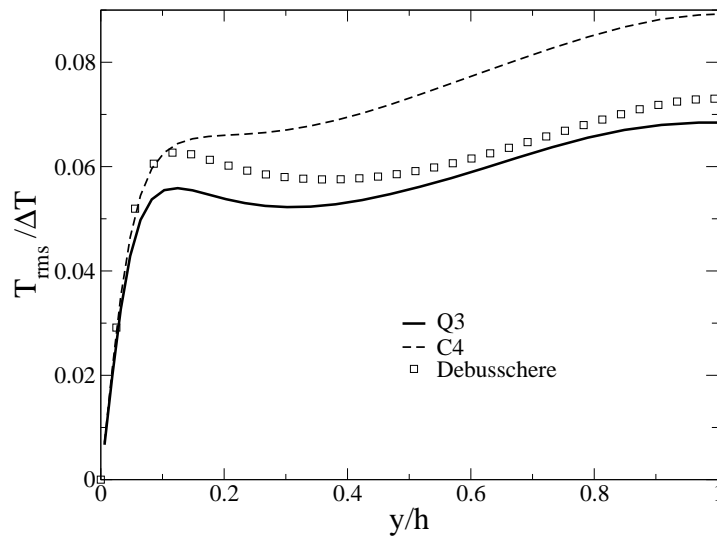


FIG. 4.19 – Distribution of temperature profiles undimensionalized by the temperature difference on the walls.

Comparing the results obtained for the Nusselt number (see table 4.3), defined as (see [99]) :

$$Nu = \frac{4h}{T_b - T_w} \frac{\partial T}{\partial y_w}$$

where  $T_b$  is the bulk temperature and  $T_w$  is the temperature at the wall, there is good agreement with the available correlation of Kays and Crawford [46] ( $Nu = 0.04Re_b^{0.8}Pr^{0.3}$ ) at  $Re_b = 2762$  and the DNS data of Debuschere *et al.* which correspond respectively to  $Nu_{K\&C} \approx 20.4$  and  $Nu = 24.3$ .

All simulations lead to approximately the same value of  $Nu$  showing a small dependence of the convection scheme on the overall heat transfer.

Streamwise and normal heat flux profiles are given in figures 4.20 and 4.21 respectively. Good agreement is achieved compared to the DNS results, and little difference is observed when comparing results using the different convection schemes, except for the  $U1$  scheme which shows damped results : an 8 % under-prediction is obtained for the streamwise heat flux using the  $Q3$  scheme.

Budget for the wall normal heat flux was calculated (and shown in figure 4.22) to recover

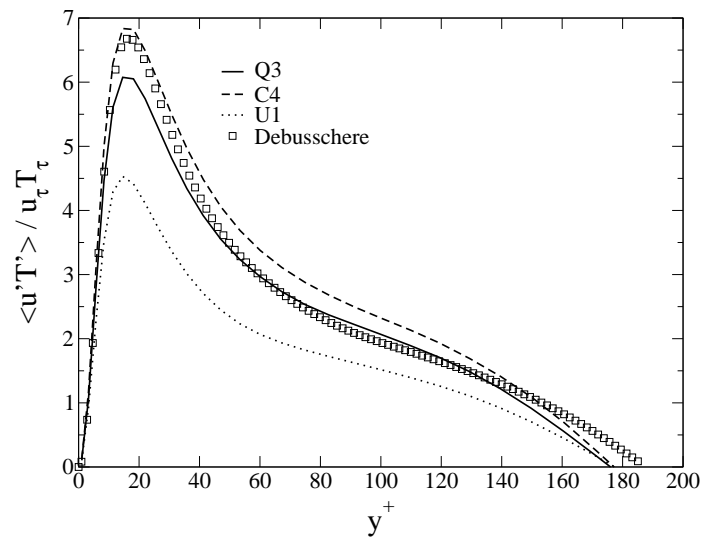


FIG. 4.20 – Resolved streamwise heat flux profile in the turbulent channel flow

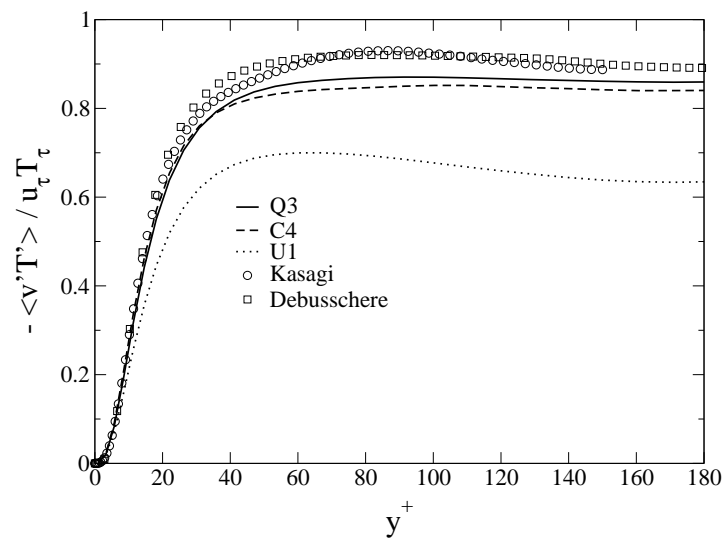


FIG. 4.21 – Resolved normal heat flux profile in the turbulent channel flow

the budget equation which reads, in the case of isothermal walls configuration, as follows :

$$- \langle v'T' \rangle + (\alpha + \alpha_t) \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial y} = u_\tau T_\tau \quad (4.7)$$

where the  $\langle \rangle$  is here a time average operator.

The different terms of equation (4.7) are, from left to right, the resolved turbulent heat flux, heat conduction, modelled SGS turbulent heat flux in the left hand side, and the total normal heat flux in the right hand side.

Figure 4.22 shows the budget in the case of the  $Q3$  convection scheme, while results obtained for the  $C4$  scheme are similar. The obtained profiles have the classic behavior, where the contribution of the sub-grid-scale model is relatively small since it is a quite well resolved LES.

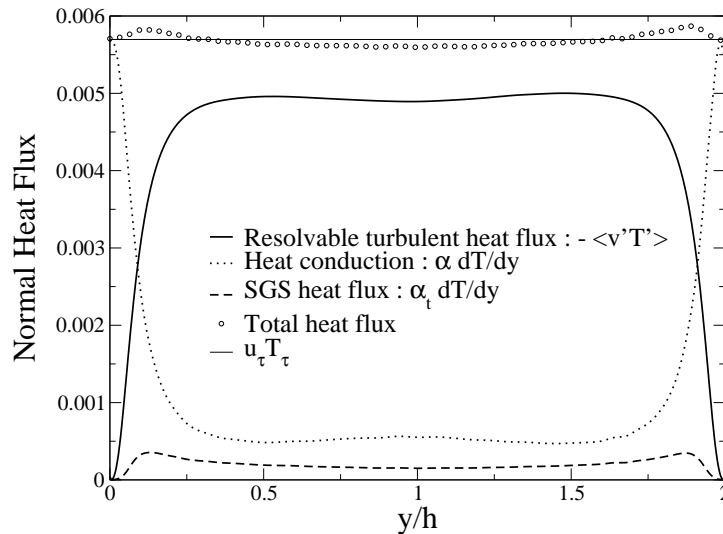


FIG. 4.22 – Normal heat flux budget for the  $Q3$  scheme

### Effect of implicit time integration

An attempt to derive the effect of an implicit time integration on the behavior of the temperature field was done on the heated channel flow as well. The objective is to measure the ability of implicit schemes to limit spurious temperature values in case of use of centered scheme for convection.

Two major characteristics can be expected from the use of an implicit approach, which are : either large time steps are desired to accelerate convergence or time advancement ; or extreme values wish to be smoothed in case of rapid dynamics.

The first point is not of interest in this framework since it is known that in wall-resolved LES use of too large CFL may lead to an underestimation of the turbulence intensities since it does an implicit filtering operation on the wall-region dynamics.

However, the second point is of interest since we want to measure an eventual smoothing behavior on the temperature dynamics, even-though it is known that in the test case of a convected top hat signal, oscillations are created near the discontinuities which are not suppressed even in the implicit case in conjunction with a CFL number equal to 1.

The used time integration in this section is a classical implicit Crank-Nicolson scheme, corresponding to the test Case  $C4 - Imp$  (see table 4.3). The implementation of the Crank-

Nicolson scheme reads as follows : starting from solution  $u^n$  at time step ( $n$ ), an intermediate solution  $u^{n+\frac{1}{2}}$  is estimated by means of an implicit method where all terms are implicit

$$u^{n+\frac{1}{2}} = u^n + Res^{n+\frac{1}{2}} \frac{\Delta t}{2} \quad (4.8)$$

to calculate the value of the residual  $Res$  at the intermediate time step ( $n + \frac{1}{2}$ ) that will be used in the explicit time step from ( $n$ ) to ( $n + 1$ ) :

$$\frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} = Res^{n+\frac{1}{2}} \quad (4.9)$$

In the implicit part for the estimation of the residual at ( $n + \frac{1}{2}$ ), all terms are implicit and iterative procedure is applied until a certain threshold is reached. The selected time stepping corresponds to a Courant-Friedrich-Lewy number around 0.8, as for the explicit simulation. Results for the mean and fluctuating temperature profile are given in figures 4.23 and 4.24 respectively.

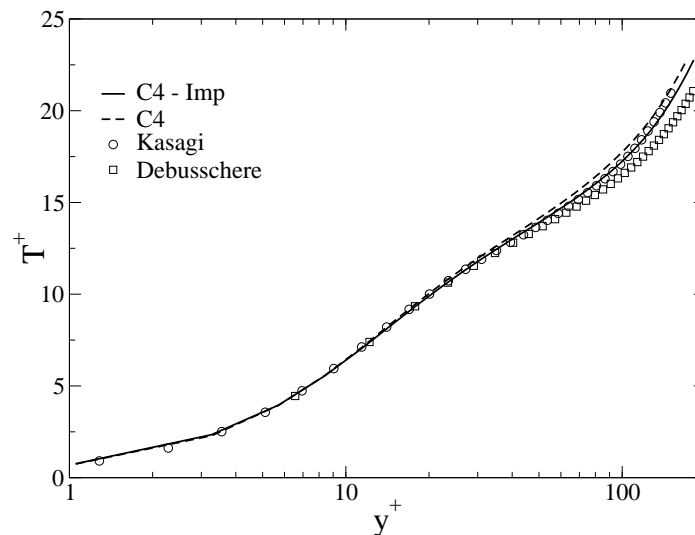


FIG. 4.23 – Distribution of mean resolved temperature in wall coordinates

We found slightly better results using the Crank-Nicolson scheme in addition with the  $C4$  scheme. Nevertheless, no significant improvement is achieved with this method : mean profile is in better agreement with given DNS data, still fluctuations are only reduced by 3% and represent an over-prediction of 26% referring to the DNS results. This over-prediction is compatible with the results of Montreuil *et al.* [68] who used a semi-implicit time integration and reached the same levels of discrepancy.

The control of maximum and minimum temperature in the channel (not presented) gave the same trend for the  $C4$  convection scheme. In fact, no real improvement is obtained concerning the regulation of temperature extrema when time integration is implicit.

### Effect of the SGS model

Using a diffusive scheme may lead to recommend a total suppression of SGS modeling as reported in some MILES approaches [75] [29].

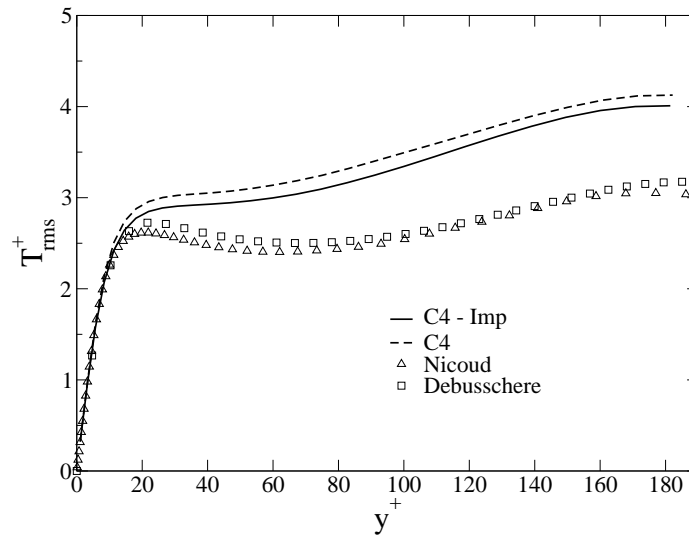


FIG. 4.24 – Distribution of resolved temperature fluctuations in wall coordinates

The present section is to measure the role played by the SGS model. In this section, results obtained with the  $C4$ ,  $Q3$  with and without SGS model on the temperature equation are reported (see table 4.3).

We see on figures 4.25 and 4.26 that the sub-grid scale model has a very slight positive effect on the results even in conjunction with a regularizing scheme such as the  $Q3$  scheme. Mean temperature profiles show little dependence on the use of a SGS model. Fluctuations in the case of the  $Q3$  scheme without model are slightly under-estimated, especially in the vicinity of the wall. Fluctuations given by the  $C4$  scheme without model are subject to the inverse behavior as the  $Q3$  scheme since fluctuations are higher in the  $C4 - noMod$  case than in the  $C4$  case.

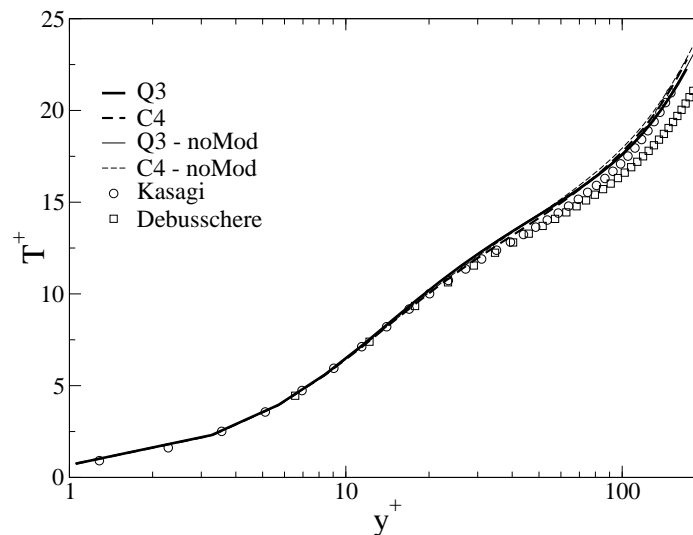


FIG. 4.25 – Distribution of resolved temperature fluctuations in wall coordinates

For the present resolution, the use of a sub-grid scale model does not significantly improve the results.



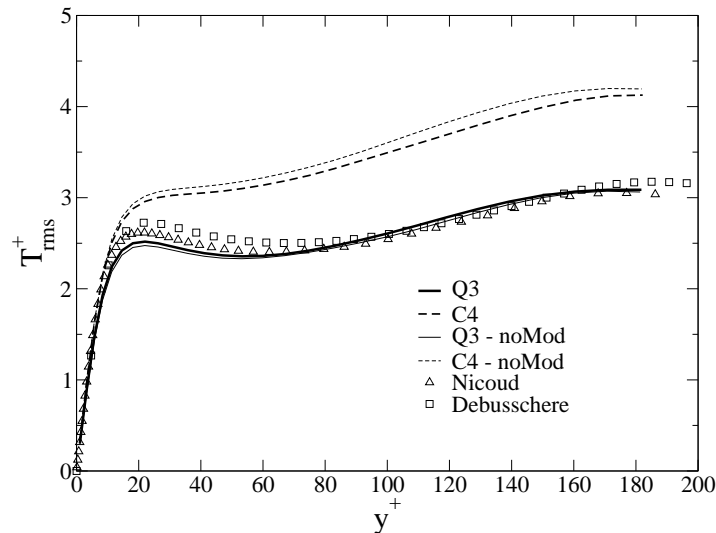


FIG. 4.26 – Distribution of resolved temperature fluctuations in wall coordinates

### 4.3.5 Interpretations

The purposes of this section are dual :

- (i) To propose an explanation concerning the observed effects and the sensitivity of the results regarding the convection scheme ;
- (ii) To analyze the use of the  $Q3$  scheme for the temperature field and propose future works.

If one considers the numerical resolution of the incompressible Navier-Stokes equation, we are confronted to two constraints. The first one is by the zero divergence constraint coming along with the Poisson equation applying on the pressure, which can limit possible too large velocity fluctuations by reorganizing the energy through all three velocity components.

The second one concerns the SGS model itself : the expression of majority of the sub-grid-scale models shows a direct relation between the velocity field and the value of the eddy viscosity, thus resulting in a strong coupling between the resolved field and the turbulent viscosity. Given that, if a region shows large velocity gradients, eddy-viscosity will participate to the natural damping of velocity and stabilize the flow.

For these reasons, centered schemes are well suited for momentum. Moreover it is known that the use of centered schemes provide better results concerning the friction coefficients (an attempt of using the  $Q3$  scheme for the convection term in the momentum equation showed a poor behavior : the friction coefficient drops down to much smaller values than with a centered scheme).

On the contrary, the SGS heat flux model we use is only related to the velocity field and not only to the temperature gradients, leading to a decoupling between temperature field and turbulent heat diffusion. If one considers the case where the velocity field is smooth enough but the temperature field is perturbed, no turbulent diffusion will damp these temperature fluctuations since it will be directly related to the eddy viscosity.

Therefore, no stabilizing effect is achieved neither by the SGS modeling effect, nor by the use of a conservative scheme. Whereas the use of a high order regularizing type scheme helps controlling the production of spurious oscillations.

The use of  $Q3$  scheme for temperature and centered scheme for momentum may therefore appear as a good compromise.

Two drawbacks have been identified : (i) the temperature field is homogenized faster by using the  $Q3$  than  $C4$  scheme ; (ii) and fluctuations of temperature field may appear as a little damped when compared to equivalent DNS (see figure 4.19).

The first point is of little importance regarding industrial applications.

The second point and the examination of figure 4.19 leads to the conclusion that centered schemes help recovering the peak intensity of fluctuations in the near wall region whereas only regularizing scheme may provide a « good » shape of temperature fluctuation for the fully turbulent region. This statement gives rise to two comments :

- (i) First it comes along with a common practice of external aerodynamic people which may prefer centered schemes and suppress numerical damping in the near wall region [95] ;
- (ii) Second, it suggests a shape of optimized scheme for the present configuration as follow :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{u}T) = (f) \vec{\nabla} \cdot (\vec{u}T)_{Q3} + (1 - f) \vec{\nabla} \cdot (\vec{u}T)_{C4} \quad (4.10)$$

$f$  being a function between 0 and 1. The underlying philosophy being that  $f \simeq 0$  is limited to areas where molecular diffusion dominates, whereas  $f \simeq 1$  in other places.

Such a numerical scheme has not been tested in the present study but may be part of forthcoming work.

However, present results obtained with the  $Q3$  scheme for the temperature field suggests to recommend its use for LES involving temperature transport, even in the case of wall bounded flows.

### 4.3.6 Conclusions

Large Eddy Simulations of temperature transport have been done for several configurations including a two dimensional Tee junction, the isotropic turbulence decay of a passive scalar and the periodic channel flow with heat transfer to study the effects of the convection schemes in the discretized temperature equation.

Attention was payed to the capability of different classical convection schemes (Centered 4<sup>th</sup> order, Upwind 1<sup>st</sup> order and Quick 3<sup>rd</sup> order) to respect some physical criteria, such as temperature variance conservation and respect of the physical bounds imposed by the physical problem.

Centered type schemes showed their limits in all configurations calculated here : temperature physical bounds are not respected due to spurious numerical instabilities leading in part to an over-estimation of temperature fluctuations in the channel flow configuration for example. But still, centered schemes reproduce correctly energy decay and do not damp the small temperature scales as seen in the isotropic turbulence.

Upwind type schemes gave physical results between imposed physical bounds in all investigated cases, but exhibited damping effects. These effects lead to discard the first order Upwind scheme for which temperature fluctuations are highly under-predicted in all situations.

The Quick scheme revealed to be a good compromise between numerical stability, variance conservation and damping effect on temperature fluctuations.

In the present channel flow configuration the role of the sub-grid scale model was not clearly shown since space discretization was accurate : in the well resolved LES framework it seems that the only use of an adequate convection scheme (such as a 3<sup>rd</sup> order Quick scheme with

#### 4.3. RÉFLEXION SUR LES SCHÉMAS NUMÉRIQUES POUR LA CONVECTION DE SCALAIRES<sup>83</sup>

limiter) enables to recover proper turbulence dynamics, and therefore fluctuations, for the scalar transport.

### 4.3.7 Description of the grid arrangement and convection schemes

We briefly introduce the numerical convection schemes used in this work.

The computational grid is a staggered grid where velocities are located at the face center and temperature is discretized at the center of the elements, as shown in figure 4.27.

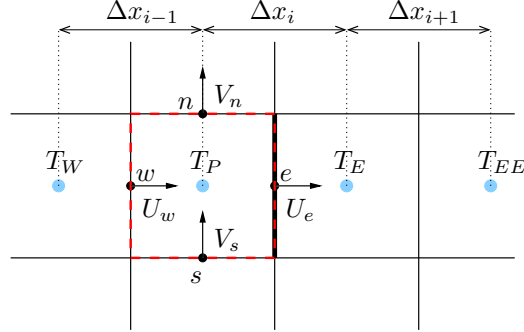


FIG. 4.27 – Grid arrangement (and conventions) on the staggered grid

The integration on the control volume around temperature points derives the following equations, using the Ostrogradsky theorem :

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_i} (T u_i) d\Omega &= \oint_{\partial\Omega} T u_i \cdot n_i dS \\ &= \sum_{e=1}^{2N_{dim}} T_e u_e S_e \end{aligned} \quad (4.11)$$

where  $T_e$  is the interpolated value of the scalar at the face to calculate the flux,  $S_e$  is the face surface and  $u_e$  is the transport velocity at the face  $e$ .

Convection schemes try to give an approximation of the interpolated value  $T_e$ .

#### 4.3.7.1 First order upwind scheme (U1)

Using the upstream point value to approximate the temperature at point  $e$  is equivalent to using a backward (or forward, depending on the flow direction) difference approximation for the first derivative.

Thus, this simple upwind differencing scheme method is the following :

$$T_e = \begin{cases} T_P & \text{if } (u_e \cdot n_e) > 0 \\ T_E & \text{if } (u_e \cdot n_e) < 0 \end{cases} \quad (4.12)$$

This scheme is of first order and is numerically diffusive : its truncation error resembles a diffusive flux in  $\frac{\partial T}{\partial x}$ . However, it is unconditionally stable but induces large diffusive effects (see Ferziger *et al.* [28]).

#### 4.3.7.2 Third order QUICK scheme (Q3)

The QUICK scheme (for Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinetics) (see Leonard [57]) is still an upwind scheme as the previous one. It is much more complex but has a

substantial higher order since it consists of a quadratic interpolation on three points : 2 upwind points and 1 downwind point.

The interpolation combines a linear interpolation of the two nearest points of the flux face, and a curvature term defined with upstream and downstream points.

The interpolated temperature at  $e$  is then defined as :

$$T_e = \frac{1}{2}(T_P + T_E) - \frac{1}{8}\Delta x_i^2 CURV \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \bullet \text{ if } (u_e \cdot n_e) > 0 : \quad CURV &= \frac{1}{\Delta x_{i-1}} \left[ \frac{T_E - T_P}{\Delta x_i} - \frac{T_P - T_W}{\Delta x_{i-1}} \right] \\ \bullet \text{ if } (u_e \cdot n_e) < 0 : \quad CURV &= \frac{1}{\Delta x_i} \left[ \frac{T_{EE} - T_E}{\Delta x_{i+1}} - \frac{T_E - T_P}{\Delta x_i} \right] \end{aligned} \quad (4.14)$$

This algorithm can show numerical oscillations, a limiter is then used to eliminate them. In the case of scalar transport, the FRAM limiter is usually used (see Chapman [17]).

#### 4.3.7.3 Fourth order centered scheme (C4)

The fourth order Centered scheme for non uniform grids reaches a somewhat high complexity and reads as :

$$T_e = g_1 T_W + g_2 T_P + g_3 T_E + g_4 T_{EE} \quad (4.15)$$

where the four coefficients are defined by :

$$\begin{aligned} g_1 &= \frac{-\Delta x_i^2 \left( \frac{\Delta x_i}{2} + \Delta x_{i+1} \right)}{4 (\Delta x_{i-1} + \Delta x_i + \Delta x_{i+1}) (\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \Delta x_{i-1}} \\ g_2 &= \frac{(\Delta x_i + 2\Delta x_{i+1}) (\Delta x_i + 2\Delta x_{i-1})}{8 (\Delta x_i + \Delta x_{i+1}) \Delta x_{i-1}} \\ g_3 &= \frac{(\Delta x_i + 2\Delta x_{i+1}) (\Delta x_i + 2\Delta x_{i-1})}{8 (\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \Delta x_{i+1}} \\ g_4 &= \frac{-\Delta x_i^2 \left( \frac{\Delta x_i}{2} + \Delta x_{i-1} \right)}{4 (\Delta x_{i-1} + \Delta x_i + \Delta x_{i+1}) (\Delta x_i + \Delta x_{i+1}) \Delta x_{i+1}} \end{aligned} \quad (4.16)$$



# Chapitre 5

## Problématique des problèmes couplés

### 5.1 Introduction

Nous avons vu au chapitre précédent l'effet important du schéma de convection sur l'estimation des fluctuations de température. L'approche choisie basée sur des cas tests bien documentés a été faite en considérant des maillages permettant de résoudre finement les structures de l'écoulement. Dans la suite de ce mémoire, on appliquera les résultats précédemment trouvés (utilisation du schéma QUICK pour le transport de la température) à des calculs couplés de canal plan bi-périodique mais à des Reynolds plus élevés et en utilisant des modèles de parois. On vérifiera évidemment dans la suite que les choix numériques qui ont été faits sont cohérents vis à vis de leur utilisation pour des maillages grossiers, aussi bien pour les champs moyens que pour les fluctuations de température.

La question traitée dans ce chapitre concerne les modèles de parois dits standards : sont-ils aptes à traiter des problèmes couplés fluide/solide à Reynolds élevé ? Comment transmettent-ils les signaux du premier point de calcul jusqu'à la paroi ? Induisent-ils un phénomène d'amortissement des fluctuations ? Est-ce que ces modèles standards se comportent de la même façon suivant les configurations ? Afin de répondre à ces questions, notre démarche consiste à comparer les résultats obtenus par ces modèles de parois standards dans différentes configurations à des résultats de référence donnés par des simulations LES finement résolues.

### 5.2 Configurations d'intérêt

Pour investiguer les modèles existants, on s'est proposé de mettre en oeuvre quelques situations simplifiées représentatives (dans une certaine mesure) de phénomènes physiques relatifs aux configurations industrielles.

Dans notre approche en vue d'évaluer les modélisations existantes, on distinguera dans ce mémoire deux configurations présentant des phénomènes instationnaires conduisant à des fluctuations de température à la paroi :

- La première d'entre elles (*Config 1*) concerne la couche limite thermique attachée. Cette topologie de l'écoulement se retrouve naturellement dans beaucoup d'applications industrielles. Elle est la source de nombre de non-linéarités responsables de la dynamique proche paroi des fluctuations de température de part les termes de production en présence de gradients de température importants suivant la direction normale à la paroi. Les profils de fluctuations de couche limite thermique en proche paroi ne présentent pas une

décroissance monotone de l'écoulement externe jusqu'à la paroi : on observe la formation d'un pic (plus ou moins prononcé en fonction du nombre de Prandtl) provoqué par le terme de production dû à la présence de gradients de température importants.

- Le deuxième cas de figure (*Config 2*) concerne le cas où les fluctuations proviennent majoritairement d'une dynamique tirant ses origines loin de la paroi, comme par exemple une couche de mélange, créant un gradient de température principalement dans la direction transverse à l'écoulement. Ce genre de comportement est fréquemment rencontré dans des applications industrielles, notamment lors du mélange de deux fluides à températures différentes en aval de toute injection de fluide. Dans ce cas, les fluctuations de température les plus importantes proviennent des phénomènes de mélange provoqués par les instabilités de la couche cisailée. Les fréquences en jeu dans celle-ci sont en général plus basses fréquences que les fréquences caractéristiques de la couche limite.

Comme nous l'avons déjà expliqué, nous allons traiter les deux cas de figure avec des modèles de parois classiques afin de mettre en évidence les éventuelles limites de ces modèles, et de proposer des modélisations permettant de palier aux défauts observés.

La première configuration (couche limite thermique seule) sera traitée au paragraphe 5.3 de ce chapitre sous la forme d'une contribution présentée à une conférence à comité de lecture [20]. On y présente essentiellement les effets modérateurs des modèles de parois classiques lorsque utilisés pour des simulations de canal plan bi-périodique avec un couplage fluide/solide. Elle fera aussi l'objet d'un deuxième article (soumis pour publication dans un journal de langue anglaise) dans lequel nous proposons une approche permettant la bonne prédiction des fluctuations de température en proche paroi.

La configuration traitée est décrite dans les références [20], [21] et [97] (géométrie, conditions aux limites) et est illustrée à la figure 5.1.

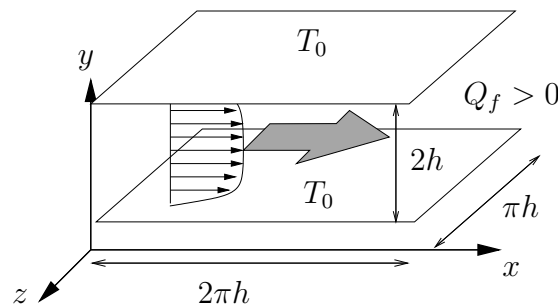


FIG. 5.1 – Configuration du canal à parois isothermes et avec un dégagement de chaleur  $Q_f$  : couche limite thermique.

Dans la deuxième configuration, on s'intéressera au cas d'un canal pulsé en température (paragraphe 7.5 du chapitre 7) dont le gradient de température moyen s'établit majoritairement dans la direction transverse à l'écoulement. Ce cas test est proche de la réalité pour certains cas de fatigue thermique, pour lesquels les mélanges de fluides s'opèrent en créant une couche de mélange stratifiée dans laquelle les deux fluides à températures différentes sont simultanément en contact avec la paroi (voir figures 3 et 5.2).

Pour la vitesse, les conditions aux limites sont périodiques dans les deux directions  $x$  et  $z$ . Concernant le champ de température imposé en entrée de canal, le signal introduit  $T_{in}$  est de la forme suivante (voir schéma figure 5.3) :



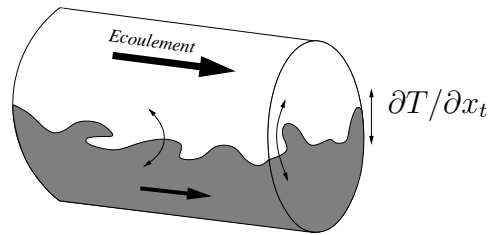


FIG. 5.2 – Représentation schématique de la zone de mélange et mise en évidence d'un gradient de température  $\partial T / \partial x_t$  transverse à la paroi.  $x_t$  désigne la direction transverse à l'écoulement, parallèle à la paroi.

$$T_{in}(z, t) = \begin{cases} \Delta T & \text{si } z \in [z_0 + \delta z \sin(t); z_1 + \delta z \sin(t)] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

avec  $\Delta T = 10$  étant l'amplitude de température,  $z_0 = 1.1$ ,  $z_1 = 2.1$  correspondant aux positions moyennes délimitant le créneau en entrée (oscillant donc autour de  $z_0$  et  $z_1$ ) et  $\delta z = 0.5$  étant l'amplitude des oscillations dans la direction transverse  $z$ .

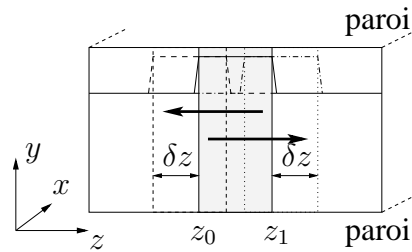


FIG. 5.3 – Conditions de température en entrée de canal pulsé avec gradient de température transverse à la paroi.

La figure 5.4 représente une vue instantanée d'iso-surfaces de température dans le canal, ainsi que différentes coupes situées au centre du canal et translattées.

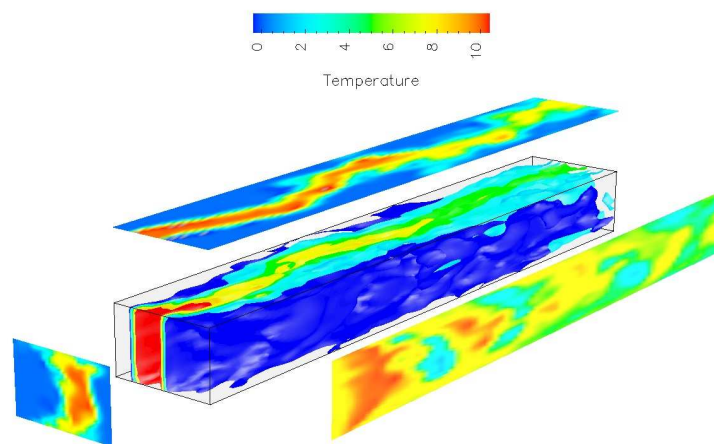
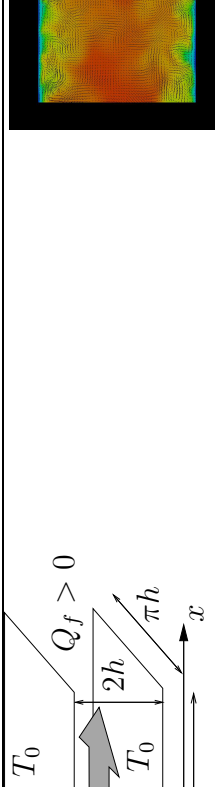
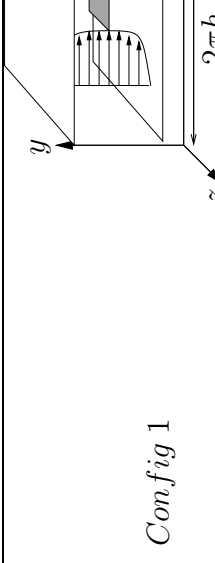


FIG. 5.4 – Champ 3D instantané de température dans le canal pulsé (gradient de température transverse) pour un calcul avec un modèle de paroi classique *Std. WF*. Les trois coupes de température ont toutes été prises au centre du canal et ont été translatées suivant les trois directions.

Configuration	Cas Test	Vue instantanée
<p data-bbox="403 1872 437 2002">Con,fig 1</p>  <p data-bbox="502 1142 574 1780">Fig. T.1 Configuration du canal à parois isothermes et avec un dégagement de chaleur <math>Q_f</math>.</p> <p data-bbox="582 201 614 2004"><b>Exemple : Situation rencontrée dans les cas de chauffage/refroidissement de canaux avec développement de couches limites thermiques...</b></p>	 <p data-bbox="502 313 574 985">Fig. T.2 Coupe instantanée du champ de température suivant la direction principale de l'écoulement.</p>	

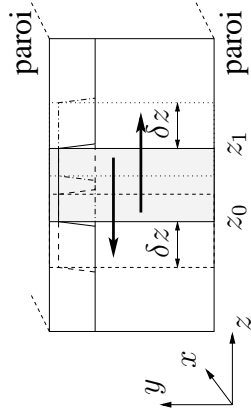


Fig. T.3 Localisation des régions du forçage en température à l'entrée du canal pulsé.

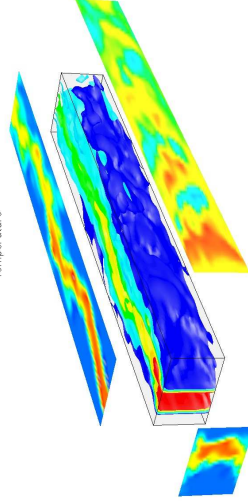
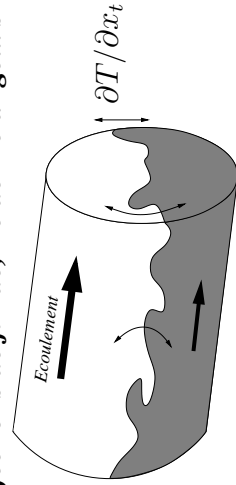


Fig. T.4 Vue 3D instantanée de température dans le canal pulsé.

**Exemples : Situation résultant d'injections de fluide, Té de mélange... situations stratifiées instables.**



Représentation schématique de la zone de mélange en aval d'un Té de mélange.

### 5.3 Impact des modèles de parois classiques pour l'étude du couplage thermique fluide/solide en présence de couches limites thermiques

L'article ci-dessous retrace la démarche ayant conduit à identifier de mauvaises prédictions de fluctuations de température dans le cas de problèmes couplés en présence de couches limites thermiques en faisant appel à des modèles de parois classiques. On y présente aussi quelques aspects relatifs à l'atténuation du signal pénétrant dans le solide confrontée aux analyses mono-dimensionnelles disponibles dans la littérature.

#### *LES of conjugate heat-transfer using thermal wall-functions,*

*A. Châtelain, F. Ducros and O. Métais,*

*in : R. Friedrich, B. Geurts and O. Métais, eds.,*

*Proceedings of the D-LES 5 ERCOFTAC Workshop, Munich, (2003), pp. 307–314.*

#### **Abstract**

Large Eddy Simulations of a passive scalar were done using wall-functions for both wall-friction and wall heat flux on the plane channel flow configuration with solid walls. Conjugate heat-transfer simulations have been carried out at low ( $Re_\tau = 150$ ) and high ( $Re_\tau = 395$ ) Reynolds numbers using a wall-function strategy. Attention was not only paid on the temperature fluctuations in the fluid and inside the solid wall, but also on the temperature signal spectrum inside the solid as well as in the first off wall point in the fluid. The main purpose of this work is intended to stress on the misleading effects (especially when focusing on temperature fluctuations) of wall-function type meshes in the fluid/solid thermal interaction frame-work.

#### **5.3.1 Introduction**

Conjugate heat transfer simulations are a key issue for a lot of applications especially when focusing on the thermal fatigue acting on industrial devices (nuclear field, turbomachinery, heat-exchangers, electronic cooling...). Most industrial configurations are subject to high Reynolds numbers and the turbulent character of the flow must be taken into account. However, due to prohibitive computational costs, research engineers can not solve all the scales of turbulence, nor the viscous sub-layer near the wall. Therefore, a good way to solve as accurately as possible these problems is to make use of wall-functions (to model the near-wall region) in conjunction with Large Eddy Simulation (LES) techniques so that the unsteady character of the flow can be considered and temperature fluctuations estimated.

Little research has been carried out on conjugate heat transfer problems, also because experimental devices are difficult to obtain in order to measure temperature fluctuations inside the solid structure. Kasagi *et al.* [42], who developed a deterministic near-wall turbulence model, studied the interaction between a solid wall and a near-wall turbulent fluctuating temperature field, with comparisons at various Prandtl, thermal activity ratios  $K$  and wall thicknesses. Tiselj *et al.* [97] carried out DNS simulations of a plane channel flow considering the heat conduction in the solid wall at low Reynolds number ( $Re_\tau = 150$ ).

The main problem of using wall-functions for conjugate heat-transfer problems is that the level of the fluctuations at the wall can not be taken into account properly since the first off-wall point may be situated much farther in the log region, thus not catching the peak's maximum of fluctuations for instance. Secondly, the frequency spectrum of the temperature fluctuations at the interface with the solid will not contain a proper frequency range. Thus some frequencies can be « lost » (or over-estimated) in the wall function region which is not in accordance with good thermal fatigue predictions where attention must not only be paid to the amplitude of the fluctuations, but also on the frequency spectrum.

The purpose of this work is to emphasize the fact that the use of standard wall function approaches can lead to biased predictions of thermal fatigue problems and that more sophisticated strategies may need to be found in order to treat accurately high Reynolds conjugate heat transfer problems.

### 5.3.2 Conjugate heat transfer physical parameters

Conjugate heat transfer problems are subject to two major parameters which influence the thermodynamical fluid-structure interface behavior. The thermal activity ratio defined as :  $K = \sqrt{\frac{(\lambda\rho C_p)_f}{(\lambda\rho C_p)_s}}$  ( $f$  for fluid and  $s$  for solid) influences the fluid-structure interaction in such a way that when  $K \rightarrow \infty$  the wall temperature fluctuations tend to an iso-flux boundary-condition behavior (maximum temperature fluctuations), whereas when  $K \rightarrow 0$  the interface behaves like an isothermal wall with no temperature fluctuations. The solid wall thickness, denoted by  $d$ , induces a similar behavior : when  $d \rightarrow 0$  the interface will reduce to an isoflux boundary condition ; whereas minimum wall temperature fluctuations are obtained when  $d \rightarrow \infty$ . Usually, solid wall thickness in its dimensionless form reads as :  $d^{++} = d^+ \sqrt{\frac{\alpha_f}{\alpha_s}}$ , where  $\alpha$  denotes the thermal diffusivity ( $d^+ = du_\tau/\nu$  as usually defined from wall units).

### 5.3.3 Governing equations, numerics and physical modeling

The governing set of equations for our incompressible Navier-Stokes equations with scalar transport in their filtered LES form is the following :

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (5.1)$$

and :

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{T}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\alpha_f + \alpha_t) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} \right] + Q_f . \quad (5.2)$$

where the  $\tilde{(\ )}$  stands for a standard filtering operator. The adopted SGS stress model is the selective structure function details of which can be found in Métais and Lesieur [64]. A constant

sub-grid scale Prandtl number equal to 0.9 is taken for the eddy diffusivity term in the temperature equation. The temperature equation inside the solid reads as :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_s \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} + Q_s \quad (5.3)$$

where the thermal diffusivity of the solid  $\alpha_s$  is supposed to be constant.

$Q_f$  and  $Q_s$  are two internal heat sources in the fluid and solid respectively which counter-balance each other by a simple heat balance so that temperature is uniformly produced in the fluid and retrieved in the solid (in order to obtain an homogeneous temperature field in the main flow direction).

Computations in this work were done on an orthogonal cartesian mesh, where variables are located on a staggered grid (velocity components on the faces, temperature and pressure in the center of gravity of the elements).

A third order Runge-Kutta time integration scheme was used. A second order centered convection scheme was used for momentum equation, whereas a third order QUICK scheme [57] with FRAM limiter was used for the temperature transport [21].

### 5.3.4 Wall function strategy

The local instantaneous wall heat flux introduced in the diffusive terms of the energy equation is calculated following :  $\varphi_w(\vec{x}_w, t) = \lambda_f \frac{T_f - T_w}{d_{eq}(\vec{x}_w, t)}$  ( $\vec{x}_w$  denotes a point on the wall surface) where  $\lambda_f$  is the thermal conductivity of the fluid,  $T_w$  is the wall temperature and  $T_f$  is the first off-wall temperature point.  $d_{eq}(\vec{x}_w, t)$  is a local instantaneous equivalent distance that characterizes the thickness of the turbulent boundary layer. One can introduce the non-dimensional temperature  $T^+$  in wall units which is defined as :  $T^+ = \frac{T_f - T_w}{T_\tau}$ , where  $T_\tau = \frac{\varphi_w}{\rho C_p u_\tau}$  is the friction temperature and  $u_\tau$  is the usual friction velocity. The equivalent distance is calculated analytically by :

$$d_{eq} = \frac{\alpha_f}{u_\tau} T^+(y^+ = d^+, Pr) \quad (5.4)$$

where the evaluation of  $T^+$  is given by a general profile with a fitting function given by Kader [40] based on experimental results at various Prandtl and Reynolds numbers :

$$T^+ = Pr y^+ e^{-\Gamma} + [2.12 \ln(1 + y^+) \mathcal{C} + \beta(Pr)] e^{-1/\Gamma} \quad (5.5)$$

where :  $\Gamma = \frac{10^{-2}(Pr y^+)^4}{1 + 5 Pr^3 y^+}$  and :  $\mathcal{C} = \frac{1.5(2 - y/R)}{1 + 2(1 - y/R)^2}$  for a channel of semi-height  $R$  or a tube of radius  $R$ . In the fluid-structure interaction case, wall heat flux at the interface is equal to :  $\varphi_w = \frac{T_f - T_s}{\mathcal{R}_{eq}}$  where  $\mathcal{R}_{eq}$  denotes the equivalent thermal resistance between the two grid

points (fluid and solid) on each part of the interface which is calculated as :  $\mathcal{R}_{eq} = \frac{d_{eq}}{\lambda_f} + \frac{\Delta_s}{\lambda_s}$  (Figure 5.5).

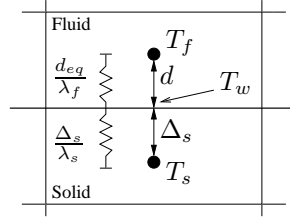


FIG. 5.5 – Fluid/Solid interaction and wall-function strategy.

### 5.3.5 Numerical results

The configuration of interest is the bi-periodic plane channel flow. The domain size for the channel is  $(4\pi h, 2h, \pi h)$  (with  $64 \times 55 \times 40$  mesh points) for the  $Re_\tau = 150$  case and  $(2\pi h, 2h, \pi h)$  for the  $Re_\tau = 395$  case (with  $50 \times 100 \times 60$  mesh points for the wall-resolved LES (*W.Res. LES*) and  $(32)^3$  mesh points for the wall-modeled case, which is the mesh size introduced in all wall-function studies at high Reynolds numbers in plane channel flow and that gave good results in the estimation of mean and fluctuating velocity fields - see Cabot *et al.* [13] for a complete survey on the topic).

#### 5.3.5.1 Reference cases

These simulations (*Case*  $T_0/Q$ ) correspond to the case where wall temperature is set constant and equal to :  $T_w = 0$  on both walls and an internal heat source produces energy inside the fluid. Prandtl number is taken equal to  $Pr = 0.025$  (*eg.* sodium) and  $0.71$  (*eg.* air).

Figure 5.6 shows mean temperature profiles and fluctuating profiles for both Prandtl number values for *Case*  $T_0/Q$ . Profiles are compared with DNS data of Kawamura *et al.* who performed similar DNS simulations [44]. Mean temperature profiles show good agreement with the available DNS data : in particular, the first point is placed correctly for both logarithmic and buffer regions.

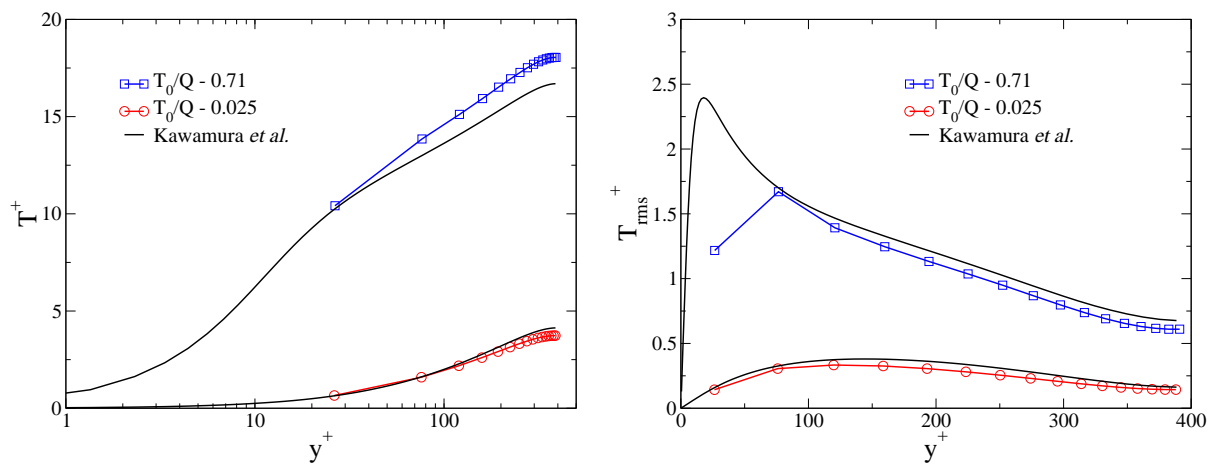


FIG. 5.6 – *Case*  $T_0/Q$  temperature profiles : Mean (left) and Fluctuations (right).

If we look at the temperature fluctuations (Figure 5.6, right), we see good agreement between wall-function calculations and DNS data over the resolved regions. However, the fluctuation of the first point does not match the required peak prediction at  $y^+ \simeq 18$  for the case with

$Pr = 0.71$ ,  $Case T_0/Q = 0.71$  and under predicts the first point fluctuation by 50%. This bad behavior is explained by the fact that a zero fluctuation condition is imposed at the wall thus having an important impact on the fluctuation level of the first point in a numerical point of view.

The identified drawback on the first point of the fluctuations profile can eventually have no consequences on the results, as long as precise temperature fluctuations within the solid are not of interest.

### 5.3.5.2 Consequences for conjugate heat transfer cases

The conjugate heat transfer case considers the same fluid domain size as in the ideal case computations coupled with two solid walls of thickness  $d$ . All outer wall boundaries are assumed adiabatic except at the fluid/solid wall interface.

First, a parametric study is carried out at low Reynolds number ( $Re_\tau = 150$ ) for which the thermal activity ratio ( $K = 0.1, 1$  and  $5$ ) varies at constant solid wall thickness ( $d^{++} = 50$ ). Afterwards, a new series of simulations were done at constant  $K = 1$  and varying wall thickness :  $d^{++} = 10, 20$  and  $50$ . For sake of simplicity, all simulations were done with a ratio :  $\alpha_f/\alpha_s = 1$  in order to have :  $y^+ = y^{++}$ .

Prandtl number is equal to  $0.71$  (air) for all conjugate heat transfer simulations.

Results show good qualitative and physical behaviors. Temperature fluctuation profiles inside the solid and fluid are given in Figure 5.7 for varying thermal activity ratios  $K$ , together with their corresponding ideal isothermal and isoflux cases. We observe that fluctuation profiles differ only depending on  $K$  for wall distances smaller than  $y^+ \simeq 20$ . Therefore, one already sees that if a good prediction must be done on the wall temperature fluctuation, mesh refinement should be in accordance with grid spacings lower than  $\Delta y^+ \simeq 5 - 10$  at the wall.

Fluctuations are seen to have already very small levels inside the solid for values of  $K \simeq 0.1$ , which is actually the case for most industrial applications (eg. water/copper :  $K = 0.0436$ , water/steel :  $K = 0.21$ ).

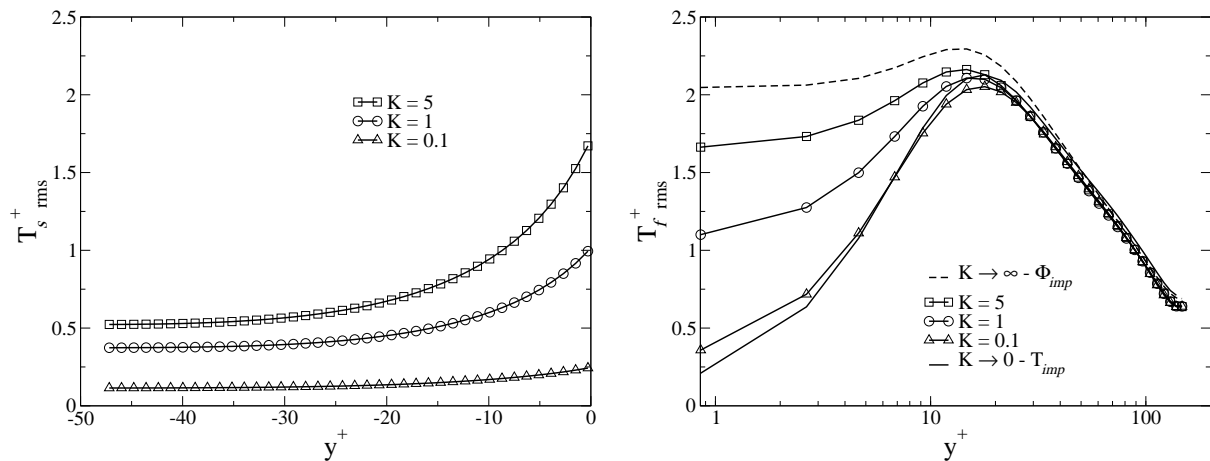


FIG. 5.7 – Conjugate heat transfer *Case CHT* 150 temperature fluctuations profiles : Solid (left) and Fluid (right).

On the contrary, it is noticed (Figure 5.8(a)) that for small values of the wall thickness ( $d^{++} < 10$ ), the maximum limiting behavior of the isoflux condition is almost achieved for the wall fluctuations. Therefore, the higher the Reynolds number (as it is the case in industrial configurations), the higher the wall temperature fluctuations.



In the simple case of a one-dimensional semi-infinite wall with adiabatic condition at one end subject to an harmonic periodic signal at  $y = 0$  on the wall, the thermal analysis gives the inner wall signal evolution  $S$ , for a given wall temperature signal amplitude  $S_0$ , a frequency  $f$ , at a wall distance  $y$  and for a solid diffusivity  $\alpha_s$  :  $S \propto S_0 \cdot \exp\left(-y\sqrt{\pi\alpha_s f}\right)$  [85]. Purpose of Figure 5.8(b) is to show that a similar quasi one-dimensional behavior can be obtained for the signal amplitude of each Fourier mode in the turbulent framework. Indeed, it is seen on Figure 5.8(b) that very good accordance is achieved for the decreasing behavior of the temperature energy spectrum between the full initial LES turbulent spectrum and the one-dimensional analysis. (The presented signal spectrums were obtained by Fast Fourier Transform (FFT) of the temperature signal inside the solid wall).

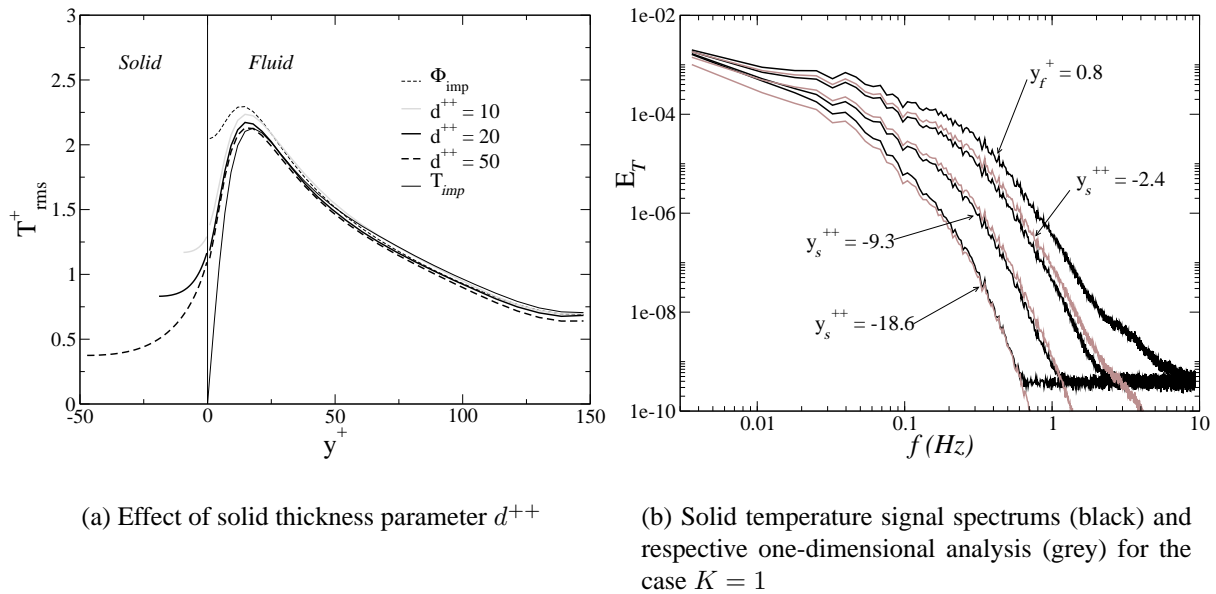


FIG. 5.8 – Conjugate heat transfer *Case CHT 150*.

Conjugate heat transfer simulations at high Reynolds number are then carried out at  $Re_\tau = 395$  with  $K = 1$  and  $d^{++} = 50$  for both wall resolved (*Case CHT – Res. LES*) and wall function case strategy (*Case CHT – WF*). As expected, the temperature fluctuations level in the solid is underestimated (Figure 5.9 on the left) : indeed, even if the total shape is recovered thanks to the same solid properties, the fact that fluctuations are about twice smaller than in the similar wall resolved case leads to an overall underestimation of about 40 to 50 % in that case. This behavior clearly comes from the bad prediction of the temperature fluctuation of the first fluid mesh point, and from the fact that the near-wall peak and turbulent character of the flow is completely modeled by the wall-function.

On Figure 5.9 (right side), we note that the temperature frequency spectrum at the first near wall cell of *Case CHT – WF* clearly shows the same spectrum behavior as the corresponding point in the resolved LES *Case CHT – Res. LES* at  $y^+ = 30$ , with a difference in the high frequency range, where the energy corresponds to the one obtained at the first point of *Case CHT – Res. LES* at a distance  $y^+ = 1$  to the wall. This behavior can be explained by the fact that even situated in the logarithmic region, the temperature field of the first point in the wall-function simulation gets the feed-back of the solid damping effect, which leads to a decrease of the energy contained in the high frequency temperature fluctuations.

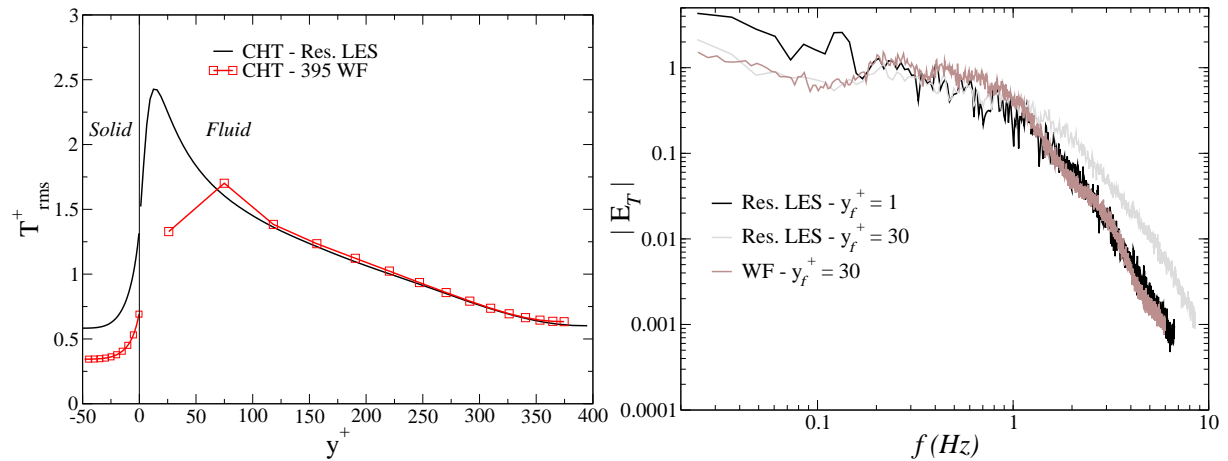


FIG. 5.9 – Conjugate heat transfer *Case CHT 395* : temperature fluctuations profiles in the solid and fluid (left) and (normalised) temperature spectrums in the fluid (right).

### 5.3.6 Conclusions

LES of conjugate heat-transfer of a plane channel flow with solid walls have been carried out at high Reynolds number using a wall function for the wall heat-flux. It was found that coarse mesh simulations using wall-functions can lead to a damping effect on the level that the temperature fluctuations can reach, in the present case, at least 50% underestimation inside the solid wall.

It is then clear that attention must be paid on the necessity to try to either solve accurately the near-wall fluctuation characteristics of the temperature (even in the industrial context), or to find a new strategy in order to rebuild the temperature fluctuations phenomenon based on a LES approach in accordance with good thermal fatigue predictions.

# Chapitre 6

## SWIFT : une reconstruction « multi-grille » proche paroi

### 6.1 Introduction et motivations

Dans le cadre de l'étude du couplage fluide/solide à nombre de Reynolds élevés, l'utilisation de modèles de paroi est nécessaire afin de représenter correctement les flux de chaleur aux interfaces. Les modèles de paroi « classiques » présentés à la section 2.5, (c'est à dire découlant d'approches RANS) visent essentiellement à reproduire un gradient de température à la paroi basé sur une approche statistique, de laquelle est absente toute notion de fluctuation. Ainsi, comme cela a été montré dans l'article intitulé « *LES of conjugate heat-transfer using thermal wall-functions* »[20] (voir Chapitre 5, page 87) et présenté au DLES 5 - ERCOFTAC Workshop de Munich en 2003, l'utilisation de ces modèles de parois permet de retrouver de bons profils moyens de température, ainsi que des niveaux de fluctuations loin de la paroi en bon accord avec les LES résolues correspondantes. Cependant, l'importante sous-estimation des fluctuations de température en première maille observée apparaît comme un aspect limitatif de ces modèles. Ceci est non seulement dû à l'approche statistique des modèles proposés (ils imposent à l'écoulement instationnaire et fluctuant de vérifier à tout instant une loi statistique vérifiée en moyenne), mais est aussi en grande partie dû au fait que le premier point de calcul se situe loin de la paroi, bien en dehors de la couche limite turbulente, dans laquelle toute la dynamique de la turbulence pariétale opère. Dans le cas de simulations de couches limites thermiques couplées à un solide, on constate donc une amplitude des fluctuations de température à l'interface fluide/solide qui est nettement amortie (pouvant aller jusqu'à une atténuation de 50 % du résultat donné par un calcul de référence finement résolu).

En définitive, il résulte de l'utilisation des modèles de paroi standards une sous-évaluation des fluctuations de température à l'interface fluide/solide dans le cas de couches limites due principalement au positionnement du premier point de calcul situé loin de la paroi dont l'effet est de fournir à l'interface une amplitude et un spectre de fluctuations de température en désaccord avec la dynamique proche paroi.

Une première approche développée afin de palier aux problèmes inhérents aux modèles de parois standards repose sur une méthode multi-grille. Comme il sera montré plus tard, la stratégie adoptée repose sur les idées suivantes :

- l'utilisation de lois de parois standards fournit à faible coût une bonne estimation des flux de chaleur et des champs moyens en proche paroi en utilisant des maillages grossiers, ce qui peut fournir un calcul global fournissant un bon champ moyen ;

- la résolution d'un champ instationnaire sur un maillage fin en proche paroi (à une longueur de coupure plus élevée donc), permettrait de capter et reconstruire les profils de fluctuations près des parois.

L'article présenté ci-après a été soumis au journal *Int. J. of Heat and Mass Transfer*. On passe tout d'abord en revue les techniques développées et utilisées afin de prendre en compte la dynamique pariétale pour l'étude des écoulements turbulents, aussi bien en faisant appel à des techniques permettant de résoudre complètement les couches limites, qu'en les modélisant (section 6.2.2). Dans une deuxième partie, on présente quelques caractéristiques et problématiques des écoulements turbulents anisothermes couplés avec un solide, et plus particulièrement la dynamique des couches limites thermiques turbulentes en situation de couplage. Enfin, une présentation détaillée de la méthode, aussi bien de façon théorique que du point de vue de l'algorithme de résolution, est faite concernant cette nouvelle approche de raffinement de maillage local (section 6.2.3). Finalement, on présente les résultats obtenus avec la méthode introduite, dans des situations de couches limites (configuration de canal plan périodique), aussi bien pour des conditions aux limites thermiques idéales (isotherme et flux imposé) que dans des configurations de couplage avec le solide.

Les principaux résultats montrent que la reconstruction tridimensionnelle instationnaire d'un champ turbulent dans un maillage fin local en proche paroi est possible. Les profils de fluctuations de vitesse et de température reconstruits sont en bon accord avec les simulations de référence disponibles à Reynolds modéré. Les simulations couplées avec transfert de chaleur ont souligné le très bon accord entre les résultats obtenus avec la méthode SWIFT et les simulations fines de référence. La faisabilité d'un maillage raffiné uniquement local a été montrée pour une couche limite thermique et dynamique : il a été possible à partir de conditions aux limites en entrée interpolées de faire se développer un écoulement physique et représentatif de l'écoulement externe au bout d'une distance de quelques centaines d'unités de paroi. L'inconvénient de cette méthode, comme il en sera fait mention, reste son coût de calcul.

## 6.2 Une méthode de reconstruction de fluctuations proche paroi

### ***A near-wall fluctuations reconstruction method applied to LES of conjugate heat-transfer,***

*A. Châtelain, F. Ducros, O. Cioni and O. Métais,*

*soumis le 1 avril 2004 à l'International Journal of Heat and Mass Transfer.*

## Abstract

The Large Eddy Simulation (LES) of a turbulent channel flow with heat transfer taking into account the heat conduction in the solid walls was carried out at moderate Reynolds numbers (turbulent Reynolds number from 395 up to 1000) with a method based on a local near-wall refined 3D LES domain. The proposed method solves the unsteady LES equations coupled to the outer coarse LES domain and provides a better estimation for the wall temperature fluctuations than by using a RANS-like approach as a wall model. It is shown that all the turbulence characteristics are reconstructed properly despite the containment effect of solving the Navier-Stokes equation in a local sub-domain, and that velocity and temperature fluctuations are in good agreement with corresponding references (DNS and resolved LES). Additionally to a parametric study on the proposed method, a parametrization of the effects of the fluid and solid properties on the conjugate heat transfer features was also done at moderate Reynolds number.

### 6.2.1 Introduction

In the last decade, Large-Eddy Simulation (LES) has seen to be an increasingly valuable tool to the study of turbulent flows in the fields of thermohydraulics phenomena of interest in the nuclear field. This approach for the computation of fluid dynamics is used at the French Nuclear Energy Agency (CEA) not only for the study of the reactor behavior at nominal regimes ( *eg.* pressure drop, heat transfer performances...) but also for safety studies. The latter are expected to give valuable answers in various scenario such as for example loss of coolant, cold shock on the vessel, to name only a few safety concerns.

Thermal stripping involves most of the time the thermal interaction between a turbulent fluid flow and a solid wall creating temperature fluctuations inside the latter. These fluctuations, according to some physical properties of the solid and the fluid, induce a structural response (due to the thermal dilatation) which is studied using numerous tools, including CFD means.

In order to perform LES on such configurations (*i.e.* configurations showing unsteady and turbulent behaviors), some relatively complex problems have to be overcome since nowadays computing resources show their in-capabilities to accurately solve them. First of all, Reynolds numbers (between  $10^4$  and  $10^7$ ) are prohibitive. If one considers modeling the near wall region an effort must be done on the modeling of the near wall turbulence and the use of wall-models for industrial applications.

Such wall-models are expected to provide a good skin friction (or wall heat flux) evaluation to the coarse mesh in the vicinity of the wall by modeling the near-wall turbulence. However, for some situations, standard models have shown to be unable to recover good fluctuations or provide near-wall fluctuating and instantaneous fields for both velocity and temperature (the case of attached boundary layers with heat flux is investigated in [20]). Therefore, for such flow configurations, if a fluid-structure coupling is done in which the major response comes from the near-wall flow characteristics, then the use of « standard » wall models can not lead to accurate coupling between the two media (which in our case are the fluid and the solid). This happens basically because all the available information (frequency spectrum, fluctuations amplitude) that reaches the interface (between the fluid and solid) comes directly from the first computational point in the fluid situated far from the wall and is submitted to some filtering processes coming along with the use of a wall-function (WF) (see [20]).

The main objective of this work is to propose an appropriate modeling strategy for the computation of conjugate heat transfer at high Reynolds numbers using LES, leading to a better

estimation of the wall temperature fluctuations. As it will be shown hereafter, the chosen strategy relies on the simultaneous resolution of two problems :

- a standard and independent LES (PB1-(G)) with a standard WF that « feeds » the second problem ;
- a near-wall problem (PB2-(F), with the resolution of the fully 3D LES equations) forced by PB1.

The paper is organised as follows : first, a brief review on investigated numerical techniques to take into account the near-wall turbulence (both in a resolved or a modeled way) will be done in Section 6.2.2, following with some physical properties of the Conjugate Heat Transfer (CHT) and more precisely of the near wall heat transfer and turbulence dynamics. In Section 6.2.3, a new approach based on a local grid refinement is introduced, both in a theoretical and algorithm point of view. Finally in Section 6.2.4, results obtained with the method introduced are presented for the plane channel flow configuration, both with ideal boundary conditions and coupling with a solid wall.

## 6.2.2 Literature survey

In the following section, we provide a (non-exhaustive) review of some of the numerical strategies for representing the near-wall scales of turbulence, both in a resolved and a modeled way. Afterwards, a brief review of the near-wall dynamics specific to CHT problems will be done, together with the introduction of their governing non-dimensional parameters.

### 6.2.2.1 Strategies for representing near-wall turbulence

The two following sections present efforts for solving (as a solution of the unsteady Navier-Stokes equations) and for modeling the near wall dynamics.

#### Complete numerical description of the near-wall region

An approach one can investigate in order to solve (at a more reasonable computational cost) the Navier-Stokes equation in the wall-vicinity is the so called zonal grids technique. This results in a complete description of the near-wall turbulence and coherent structures near the wall : one can indeed solve the flow with specific grid refinements which locally depend on the turbulent scales supposed to be encountered in the computational domain. This approach relies on the fact that turbulent structures have sizes which not only depend on the type of flow, but also on the wall effects. The whole problem of this kind of technique resides in the numerical procedure used to exchange the information between zones of different refinement.

Such a technique was used by Kravchenko *et al.* [52] who saw in this procedure a means of decreasing the number of points for LES and DNS of wall-bounded flows. The author's investigation rely on the previous work of *eg.* Rai *et al.* [83] and Zang *et al.* [103], who used this technique with high-order interpolation methods, and concentrate their work on the plane channel flow study at previously non affordable high Reynolds numbers ( $Re_\tau = 1140$  and  $3990$ ) with excessive computational savings in comparison with the ideally wall-resolved LES computational grid.

The disadvantage of such a numerical procedure is that it still needs sufficiently well-resolved computational grids to recover good wall skin-friction values thus still leading to high number of grid points for moderate Reynolds number values : in [52], Kravchenko *et al.* used a 239600

(resp. 2408450) elements mesh for the calculation of a plane channel flow at  $Re_\tau = 1140$  (resp. 3990).

Pascarelli *et al.* [76] in their study of spatially developing turbulent boundary layers used what they call the « inner-layer unit » (ILU) to resolve the near wall turbulent structures once and then reproduce this ILU periodically in the spanwise direction under a coarser single block domain which is « feeded » by the lower unsteady velocity field coming from the ILU-block. It showed substantial computational savings (only 25% to 33% fewer points were needed to compute the developing boundary-layers than the single-block calculation).

However, the drawback of such a method is that it requires at least one direction of homogeneity in the flow to be applicable and thus can not be used for highly complex industrial-type flows.

Altogether, it is seen that when one can afford for computing the near-wall region (or by using one of the above techniques, or by solving all the scales of turbulence in a resolved LES) until its smaller scales, results for near-wall fluctuations agree reasonably well with the related literature and reference (see [20]).

However, computational costs still remain prohibitive for industrial purposes and the use of wall-models is then required.

### Near-wall modeling

Simplest models, such as the one derived by Groetzbach [34], assume to be known the mean velocity profile in the wall region (*eg.* with a universal log-law profile) and by means of an iterative method calculate the wall shear stress knowing the velocity value at the first computational point. To some extent, these methods are related to a statistical (RANS like) approach but have the advantage to be very easy to implement and have shown to give good predictions as far as attached wall bounded flows are concerned. However, they may give poor results in case of adverse pressure gradients situations, detached flows and more complex geometries.

More sophisticated models were introduced by different authors in order to introduce more physics in the wall modeling, such as Piomelli *et al.* [80] by introducing the shifted model, or Nicoud *et al.* [72] with the suboptimal control theory, to name only a few.

Balaras *et al.* [5] [80], introduced the application of the Turbulent Boundary Layer Equations (TBLE) formulation as a wall-modeling when used in a fine mesh region near the wall. The simplified set of equations, which are rapidly solved for the two components parallel to the wall, estimate the instantaneous wall shear-stress using a mixing-length model and recovering pressure gradients from the LES domain. The use of a statistical approach for the wall-modeling did not permit to show that realistic physical fluctuations were achieved for the velocity field in the finer TBLE mesh, thus not showing the evidence of the desired near-wall fluctuations behavior one would expect for the CHT problem (see Benarafa *et al.* [9] for instance). In general, it is seen that the available wall-models provide good estimation of mean values, but can lead to biased estimations of the fluctuations for the first off-wall computational points situated in the near-wall boundary-layer region.

Some recent work [82] proposes the use of a multidomain/multiresolution method for LES of complex flows and high Reynolds numbers that lead to make use of two concepts. First, these methods make use of different mesh types (therefore different spatial filter cut-offs) near the wall and in the outer flow regions. Second, discontinuities which appear at the interface between two mesh regions are a consequence of the use (on each side of the interface) of different filter sizes (see in particular Figures 13 and 14 in [82] representing respectively profiles of eddy viscosity and streamwise velocity fluctuations in plane channel flow simulations and showing the mentioned discontinuities). Our work will partly rely on that proposal.

It is worth to mention that the adopted strategy in the work of Quemere *et al.* [82] make us of either a (RANS,LES) coupling, with no fluctuations in the RANS region, or a (LES,LES) coupling but the gain on the number of grid points in this case was small.

### 6.2.2.2 Near-wall CHT dynamics

#### Theoretical issues

The thermal interaction between a fluid and a solid is mainly governed by two parameters. The first one is the frequency spectrum associated with the temperature signal at the wall. Indeed, it is shown [85] that for a one-dimensional wall of infinite thickness (with an adiabatic wall at its end), if the wall is submitted to a periodic signal  $T_f(t)$  of amplitude  $\Delta T_f$  at a frequency  $f$  ( $\omega = 2\pi f$ ) :  $T_f(t) = \frac{1}{2}\Delta T_f \cdot \sin(\omega t)$ ; then given the thermal diffusivity of the solid  $\alpha_s$  and the distance to the wall boundary  $y > 0$ , the signal response inside the solid is given by :

$$T_s(y, t) \simeq \frac{1}{2}\Delta T_f \cdot \exp(-ky) \cdot \sin(\omega t - \phi) \quad , \text{ where } k = \sqrt{\frac{\pi f}{\alpha_s}}. \quad (6.1)$$

The exponential damping effect of the temperature signal inside the solid is seen to be dependent of the frequency, the distance to the wall and the diffusivity of the solid.

The second governing parameter for CHT is the thermal activity ratio, denoted by  $K$ , which is defined by studying the contact temperature when two media at different temperatures are set together at a time  $t = 0$  in the one-dimensional case. If one considers two media set at two uniform temperatures  $T_s$  and  $T_f$ , then the contact temperature  $T_w$  established instantaneously is given by [85] :

$$T_w = \frac{b_f T_f + b_s T_s}{b_f + b_s} \quad (6.2)$$

where  $b = \sqrt{\lambda \rho C_p}$  denotes the effusivity of a medium, thus leading to the definition of  $K$  :

$$K = \frac{b_f}{b_s} = \sqrt{\frac{\lambda_f \rho_f C_{p_f}}{\lambda_s \rho_s C_{p_s}}} \quad (6.3)$$

The above relation for  $K$  shows that the medium of higher effusivity « imposes » its temperature at the interface. In the present case of CHT for turbulent flows (attached thermal boundary layers as in [20]), the unsteadiness character of the temperature field only comes from the turbulence inside the fluid. Therefore, the only unsteady character of the wall temperature fluctuations can come from the fluid. As a consequence, if  $K \rightarrow +\infty$ , the amplitude of the temperature fluctuations is directly the one given by the fluid dynamics and no damping effect is introduced by the solid. This situation corresponds to maximizing the wall temperature fluctuations in the case of an ideal isoflux condition on the wall. On the contrary, if  $K \rightarrow 0$  the solid wall « imposes » its temperature to the interface and no fluctuations are observed, corresponding to the ideal case of an isothermal wall.

Another parameter governing the CHT problem is the thickness of the solid wall denoted by  $d$ . Indeed, if  $d \rightarrow 0$  the solid wall will tend to an ideal wall with an isoflux condition. On the other hand, when  $d \rightarrow +\infty$  the temperature on the opposite wall of the interface will be kept at a constant value and the wall temperature fluctuations will be minimized. Solid thickness is often expressed in its non-dimensional form as follows :  $d^{++} = d^+ \sqrt{\alpha_f / \alpha_s}$  where :  $d^+ = du_\tau / \nu$  is the wall thickness expressed in wall-units.



### Previous numerical analysis of CHT dynamics

Some studies of conjugate heat transfer have been carried out in order to study the near-wall and the solid temperature field, by means of DNS or with pseudo-analytical models. For instance, Kasagi *et al.* [42] used their Unsteady Streamwise Pseudo-Vortical Motion (SPVM) model to simulate and study the near-wall interaction between a generated turbulent temperature field and a solid. Variation in the thermal boundary conditions, the thermal properties and the thickness of the solid properties and the Prandtl number, has shown to play an important role on the behavior of the turbulent heat flux, the turbulent Prandtl number and the temperature variance.

Tiselj *et al.* [97] corroborated the previous findings of Kasagi *et al.* [42] with additional and more extensive data with their DNS simulations of channel flow with heat conduction in the walls at low Reynolds number,  $Re_\tau = 150$ . By varying the Prandtl number, the activity ratio and the solid thickness, the authors showed the importance of the value of both  $K$  and  $d^{++}$  in the estimation of the wall temperature fluctuations. They also pointed out that the influence of the thermal boundary condition was seen in a layer which extends approximately to 15 wall units for  $Pr = 0.71$  and only 6 wall units for  $Pr = 7$ .

These previous works clearly show the importance, for the study of such problems, to solve accurately the near-wall region, and especially the thermally active layer of the fluid/solid interaction if one intends to accurately predict the wall temperature fluctuations.

The fluid-structure interaction takes place in a very thin region near the wall which can be eluded when using a coarse WF type mesh. This is illustrated in Figure 6.1 for instance, where different profiles of temperature fluctuations are obtained both in the fluid (right hand-side) and the solid (left hand-side) for different thermal properties of the fluid and solid for the case of a plane channel flow at a turbulent Reynolds number  $Re_\tau = 150$  and  $Pr = 0.71$  (see [20]).

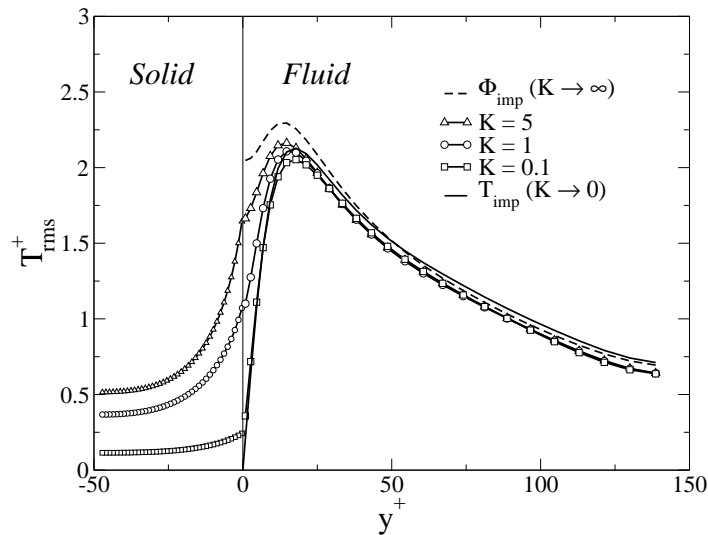


FIG. 6.1 – Wall-resolved LES temperature fluctuations profiles at low Reynolds number  $Re_\tau = 150$  in a bi-periodic plane channel flow for varying thermal activity ratios  $K$ , together with the ideal limiting cases of imposed temperature  $T_{imp}$  and isoflux  $\Phi_{imp}$  thermal boundary conditions (at constant solid wall thickness  $d^{++} = 50$ ). Root mean square values of temperature fluctuations are un-dimensionalized by friction temperature  $T_\tau = \alpha_f / u_\tau \partial T / \partial y$ .

### 6.2.3 SWIFT : a local refinement method for CHT problems

Taking into account all the previously stated issues of CHT at high Reynolds number, namely the specific near wall dynamics of CHT for the temperature field, and the high computational mesh effort needed for those situations, a new computational method is introduced to estimate and predict near wall temperature field at a lower cost than a fully resolved LES approach when using industrial type meshes. This method is denoted as the SWIFT method, which stands for **S**olved near-**W**all **I**ntermediate **F**ield of **T**emperature.

#### 6.2.3.1 Mesh arrangement strategy

As presented in the introduction, the idea is to solve two problems, each one on a single grid. The underlying strategy is to take advantage of the good evaluation of the mean fields on the whole domain (called  $G$ ) described with a « coarse » LES mesh, and to solve for a new refined sub-domain (denoted by  $F$ ) created near the wall, superimposed to the coarse LES mesh (see Figure 6.2). The two problems will be numerically solved using 3D unsteady « LES equations » with a specific coupling method.

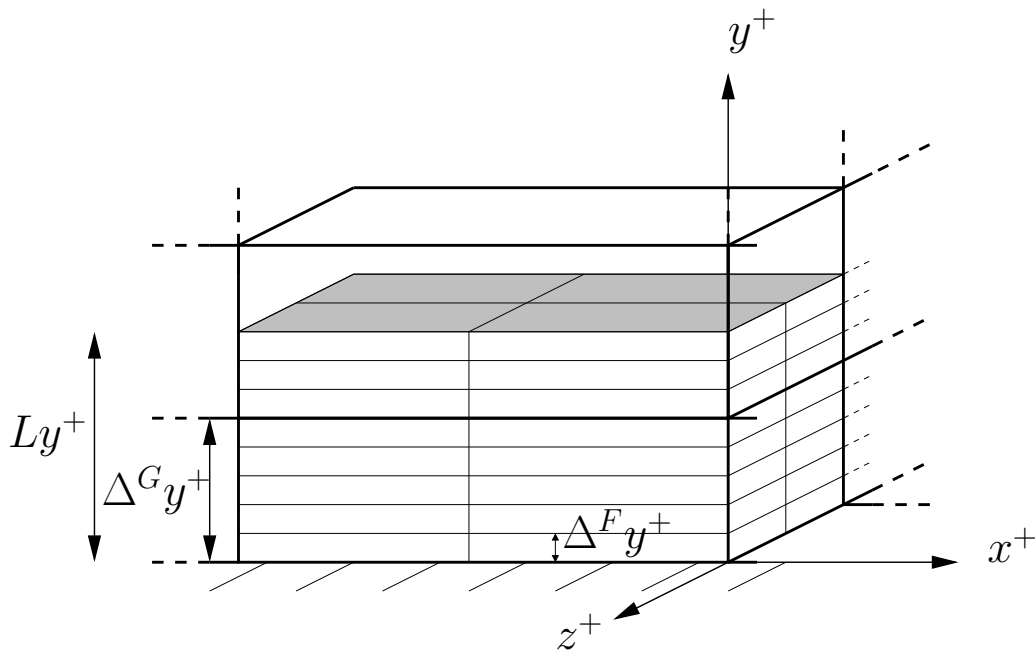


FIG. 6.2 – Near-wall grid arrangement and notations.  $\Delta y^+$  denotes the wall-normal grid spacing expressed in wall units. Shaded surface represents the interface between the coarse and refined regions. (Resolution in  $x$  and  $z$  direction is arbitrary : in the present case it is refined by a factor two for each direction)

#### 6.2.3.2 Theoretical guidelines

The purpose of this section is to guide our reflexion towards a proper treatment of the coupling method between the two problems, *i.e.* the boundary conditions that need to be specified for the refined  $F$  sub-domain, since only a one way coupling will be considered.

The present theory relies on the following conventions and notations :  $Gl$  (coarse mesh) represents a discretisation level set at  $\bar{\Delta}$  while  $Fl$  (fine mesh, sub-domain) stands for the level corresponding to  $\bar{\Delta}/N$ , where  $N > 1$  is related to the refinement between the two hierarchical levels (which may not be trivial to determine due to the possible use of non-uniform meshes and large aspect ratios). This decomposition in two filter levels  $\bar{\Delta}$  and  $\bar{\Delta}/N$  can be done since same numerics and sub-grid modeling are used in both domains. Moreover, both time-scale cut-off frequencies are given by the same ratio  $N$ .

Following Labourasse *et al.* [53] and as illustrated in Figure 6.3, the non-filtered velocity field  $u$  is then decomposed (in the LES framework) on the two grid levels as a resolved part (denoted by  $\overline{(\quad)}$ ) and a sub-grid part (denoted by  $(\quad)'$ ), leading to :

$$u = \overline{u}^{Gl} + u'^{Gl} \quad (6.4)$$

$$= \overline{u}^{Fl} + u'^{Fl} \quad (6.5)$$

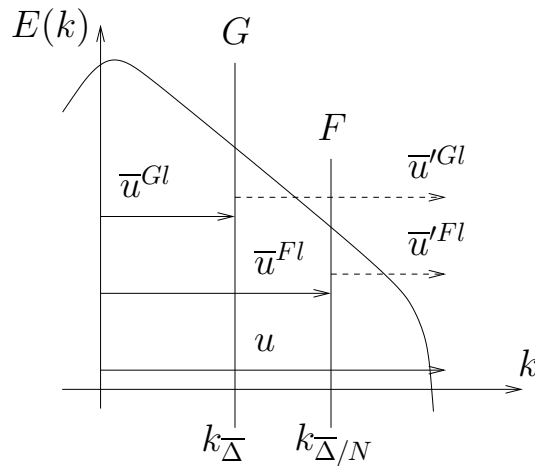


FIG. 6.3 – Sketch of scales separation formalism associated with the  $G$  and  $F$  meshes. For clarity reasons, sharp cut-off filters are considered.

In the case of general zonal methods where the « details » are solved in a finer mesh, some authors specify for the boundary conditions  $w_{F,G} = 0$  [53], where :

$$w_{F,G} = \overline{u}^{Fl} - \overline{u}^{Gl} \quad (6.6)$$

The proposition of authors such as Labourasse *et al.* [53] to prescribe  $w_{F,G} = 0$  seems limited to cases when the location of the boundary condition (or interface) is situated in rather laminar or non-complex parts of the flow where almost no turbulence exists to allow for a physical evolution of turbulence in the  $F$  sub-domain starting from a steady boundary condition. For general flow conditions however, a transitional region may exist in the vicinity of the interface in which the energy spectrum associated to the discretisation forms and increases in the high frequencies solved in  $F$ .

One can therefore introduce the above decomposition in the formulation of the non-filtered field :

$$u = \overline{u}^{Gl} + w_{F,G} + u'^{Fl} \quad (6.7)$$

Labourasse *et al.* only solve for  $w_{F,G}$  in the sub-domain. Subsequently, in the present approach we actually try, at the level  $F_l$ , to account for a part of the unresolved sub-grid scale fluctuations at the level  $G_l$  :

$$w_{F,G} = \overline{u}^{Fl} - \overline{u}^{Gl} \quad (6.8)$$

$$= [\langle \overline{u}^{Fl} \rangle + u_{fluct}^{Fl}] - [\langle \overline{u}^{Gl} \rangle + u_{fluct}^{Gl}] \quad (6.9)$$

where the operator  $\langle \rangle$  stands here for a statistical average operator and  $_{fluct}$  for the fluctuating part.

Assuming that the two mean resolved fields at levels  $F_l$  and  $G_l$  are identical (which should be verified at a continuous and discrete level) or very close, then equation (6.9) can be rewritten in the following explicit form :

$$w_{F,G} \simeq \overline{u}_{fluct}^{Fl} - \overline{u}_{fluct}^{Gl} . \quad (6.10)$$

In the same manner, we can define :

$$\theta_{F,G} \simeq \overline{T}_{fluct}^{Fl} - \overline{T}_{fluct}^{Gl} \quad (6.11)$$

The whole point of the proposed method is therefore to relate to the unsteady  $F_l$  field as far as near-wall fluctuations are concerned, and especially for coupling the solid with the fluid temperature field. Mean temperature field  $\langle \overline{T}^{Gl} \rangle$ , on the contrary, is supposed to be correctly calculated and given by the coarse LES mesh  $G$ . This details the one way coupling strategy from  $G$  to  $F$  introduced before.

The main advantages of the method when compared to a standard local mesh refinement are numerous. First, time marching steps of the two problems are decoupled from each other and the limiting time step obtained in the refined grid does not slow down the outer flow computation. Second, possible numerical instabilities due to large grid ratios at the interface are avoided. Finally, the resolution needed in the near-wall region to obtain a good approximation for the temperature fluctuations and dynamics needs not to be as accurate as the one needed to obtain good skin friction or wall heat-flux (typically  $\Delta y^+ \simeq 1$ ), as it will be shown later on (we will obtain reasonable results for  $\Delta y^+ \simeq 5$ ).

The proposed SWIFT modeling will now be tested in the academic bi-periodic channel flow. As some details of the implementation will depend on the considered numerical method, we will first present some features of the code and then the details of the implementation itself.

### 6.2.3.3 Implementation

The refined problem in the near-wall layer extends in the wall-normal direction with a length  $Ly^+$  (see Figure 6.2). For these first attempts, the middle of the second coarse element has been chosen in order to grasp for a realistic fluctuating field, *i.e.* not damped by the wall-model like it happens in the first near-wall element in the coarse wall-modeled mesh  $G$  [20]. The effect of the recovering length  $Ly^+$  will be analyzed in depth within a parametric study presented in section 6.2.4.1. A refined grid is used in the wall-normal direction ( $y$ ) with grid spacings  $\Delta^F y^+$  in accordance with relatively accurate fluctuations reconstruction, *eg.* catching the location of the peak of temperature fluctuations. In the directions parallel to the wall ( $x$  and  $z$  in the present case), a mesh refinement can be done in order to preserve an aspect ratio of the refined cells

acceptable so that transverse velocity fluctuations are resolved with acceptable accuracy for an LES approach.

The problem on  $G$  is solved with a near-wall modeling approach (see section 6.2.2.1). Skin friction and wall-heat flux are therefore given by their related standard wall-models. The additional near-wall problem on  $F$  is subjected to the following boundary conditions : no-slip boundary condition at the wall with no use of wall-model (due to the mesh refinement near the wall) and satisfies the time evolution of the prolonged values of velocity  $P(\bar{u}^{Gl})$  and temperature  $P(\bar{T}^{Gl})$  fields at its interface with the coarse mesh so that :

$$\bar{u}^{Fl}(y = y_{top}^F) = P(\bar{u}^{Gl}) \quad \text{and} : \quad \bar{T}^{Fl}(y = y_{top}^F) = P(\bar{T}^{Gl}) \quad (6.12)$$

Here, the prolongation operator is a bilinear interpolation. This leads to :  $w_{F,G}(y = y_{top}^F) = P(\bar{u}^{Gl}) - \bar{u}^{Gl}$  which may result in discontinuities between the fields obtained in  $G$  and  $F$  meshes [82].

The resolved equations in the SWIFT region are the same as the ones solved in the outer flow domain. The space discretisation for the advective terms is usually taken as the same one used in the outer flow simulation.

Time advancement in the SWIFT region is subject to the same stability criteria (advection and diffusion) thus leading to lower time steps in the refined grid than in the outer flow. Consequently, when the outer flow reaches time  $n + 1$ , the SWIFT region is still at time  $n$  and time advancement has to be done until  $n + 1$  by successive time integrations to reach the physical time. As an example, the evolution of the normalized time steps ( $\Delta t u_\tau^2 / \nu$ ) in the coarse and the refined mesh are given for the transition to turbulence in a plane channel simulation at  $Re_\tau = 590$  on Figure 6.4. It can be noticed that the time step in the two regions follow the same evolution and that a minimum peak is noticed when transition initiates, not leading to a drastic drop of the fine mesh time step. Also, it can be noticed that the ratio  $\Delta t^G / \Delta t^F$  scales approximately like the mesh size refinement factor, which in the case presented on Figure 6.4 corresponds to a factor 9.

During time advancement of the SWIFT region, the interface boundary conditions evolve linearly between  $n$  and  $n + 1$  following the evolution of the coarse mesh velocity and temperature field in time.

Even though it will not be introduced here, we present some clues in the case of local refinements. In case of a local region refinement, one has also to define the domain side flows interpolations at the interface. In this situation, the interpolated values on the side boundary of the refined region are constant per  $G$  element in which the  $F$  element is situated in. Therefore, the shape of the inlet velocity and temperature exhibit profiles like the one illustrated on Figure 6.5.

A more realistic view of the interpolation procedure could be implemented for the inlet velocities on the side flow interface between the two grids, using for instance a TBLE approximation for imposing a turbulent boundary-layer profile at the inlet. However, it should be pointed out that the proposed interpolation procedure has two main advantages. First, it conserves the mass flow rate between the discrete level  $G$  and the inlet of the refined region  $F$ . Second, the use of a constant per  $G$  element velocity field induces an artificial unsteady shear layer at the inlet of the SWIFT region, developing further downstream and enabling a transition to a turbulent behavior in the SWIFT region within a relatively small distance.

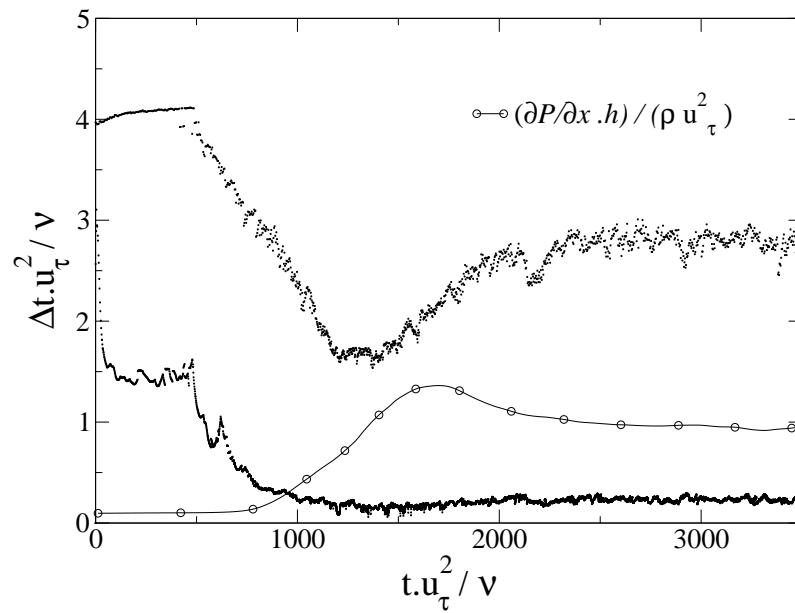


FIG. 6.4 – Time evolution in dimensionless units of the time steps in the coarse (upper curve) and the refined (lower curve) mesh for the transition to turbulence in a periodic plane channel flow at  $Re_\tau = 590$ . The open-symbols curve indicates the transition to turbulence which in this case operates at about 1500 dimensionless time units.

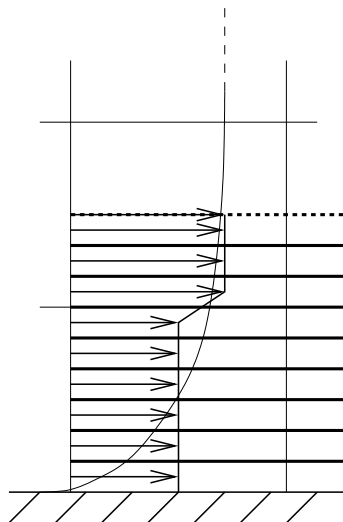


FIG. 6.5 – Side flow boundary conditions in the case of a local SWIFT region refinement.

### 6.2.3.4 Governing equations, sub-grid scale modeling and numerical methods

This study, and subsequent developments, were carried out within the TRIO\_U CFD tool, developed at CEA Grenoble, France [15]. This code is mainly devoted to deal with LES and thermohydraulics purposes, using structured or unstructured (tetrahedral) grids under the incompressible or low-Mach number approximations. The object oriented structure of the CFD code written in C++ made the implementation of a new structure containing more than one problem to be solved relatively easy.

In the present study, the filtered incompressible Navier-Stokes equations and the filtered scalar equation [87] both in their conservative forms are solved in a cartesian and orthogonal grid, where velocity components are located on a staggered grid, while pressure and temperature are located at the center of the elements (see Figure 6.6). A zero divergence velocity field is obtained by solving a Poisson equation for the pressure by means of a Conjugate Gradient iterative method with a SSOR pre-conditioning in the coarse LES mesh, whereas a direct Cholesky method is used in the finer mesh since the number of points is less important in this sub-level, which makes it affordable in terms of memory usage to use a direct method. Spatial discretisation of the convective terms is done using a second order centered scheme for the momentum equation, whereas a third order Quick scheme [57] with FRAM slope limiter [17] (see also Chatelain *et al.* [21]) is used for the temperature equation. Time advancement is achieved with a third order Runge-Kutta explicit scheme [102].

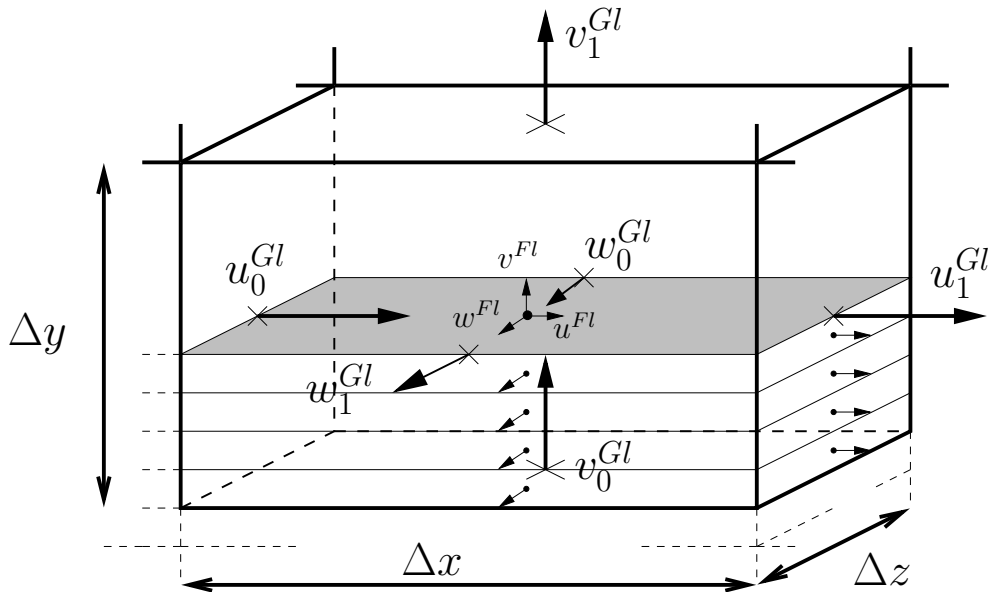


FIG. 6.6 – Notations for interpolated values of fine grid boundary-conditions.

SGS stress tensor modeling is achieved by means of the selective structure function model from Lesieur and Métais [59] and David [22]. As far as SGS heat fluxes modeling are concerned, we used an eddy diffusivity  $\alpha_t$  which is related to the eddy viscosity by means of a constant SGS Prandtl number equal to 0.9 [20], as it is a classical modeling in the Fickian approaches (see Montreuil *et al.* [68] for an extensive review on SGS heat flux modeling).

In the present case of bi-periodic plane channel flow simulations, a source term is introduced in the momentum equation to keep a constant flow rate in time. In the wall modeled cases and for the outer flow simulation, a standard log-law wall-function is used where laminar ( $u^+ = y^+$ )

and logarithmic ( $u^+ = 1/0.415 \ln(y^+) + 5.5$ ) regions are solved by an iterative procedure to define a skin friction value for  $u_\tau$ . As for the wall-heat flux calculation in case of wall modeled simulations, a formulation derived by the experimental work of Kader [40] is implemented which reads as follows :

$$T^+ = Pr y^+ \exp(-\Gamma) + [2.12 \ln(1 + y^+) + \beta(Pr)] \exp(-1/\Gamma) \quad (6.13)$$

$$\beta(Pr) = (3.85 Pr^{1/3} - 1.3)^2 + 2.12 \ln(Pr) \quad (6.14)$$

$$\Gamma = \frac{10^{-2}(Pr y^+)^4}{1 + 5 Pr^3 y^+} \quad (6.15)$$

where  $T^+$  is the dimensionless temperature defined as :

$$T^+ = \frac{T - T_w}{T_\tau} \text{ with } : T_\tau = \alpha_f \frac{(\partial T / \partial y)_w}{u_\tau} \quad (6.16)$$

$Pr = \nu / \alpha_f$  stands for the Prandtl number,  $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$  denotes the friction velocity and  $T_\tau$  denotes the friction temperature. Using the above formulation, one can derive an equivalent distance  $d_{eq}$  that will model the thermal boundary layer thickness. This enables one to write the wall heat flux like :  $\phi_w = \lambda_f (T_f - T_w) / d_{eq}$ , where  $\lambda_f$  is the conductivity of the fluid,  $T_w$  is the wall temperature and  $T_f$  is the first of-wall temperature point. In the solid, a classical unsteady diffusion equation is solved with a possible uniform heat source term. The thermal coupling between the fluid and solid is done by imposing the continuity of the wall heat flux at the interface by calculating it in the following way :

$$\phi_w = \frac{T_f - T_s}{\mathcal{R}_{tot}} ; \mathcal{R}_{tot} = \frac{d_{eq}}{\lambda_f} + \frac{\Delta y_s}{\lambda_s} \quad (6.17)$$

where  $T_s$  is the first solid temperature computational point and  $\Delta y_s$  is the distance to the wall of the latter.

## 6.2.4 Results and discussion

This section will show results obtained using both the standard wall-function as well as the present development for thermal LES involving or not coupling with the wall.

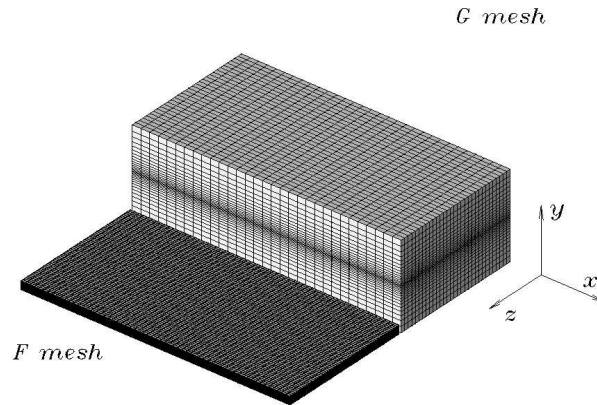
The configuration of the simulations test case is the commonly encountered bi-periodic plane channel flow. The domain size is  $(2\pi, 2, \pi)$  in the  $x, y$  and  $z$  directions. Velocity boundary conditions are periodic in the  $x$  and  $z$  directions and no-slip condition is imposed on both walls ( $y = 0$  and  $y = 2$ ). A forcing term is introduced in the Navier-Stokes equation to keep the flow-rate constant.

We first examined the test case with no coupling with a solid wall (thermally ideal boundary conditions, section 6.2.4.1) and then CHT problems in section 6.2.4.2.

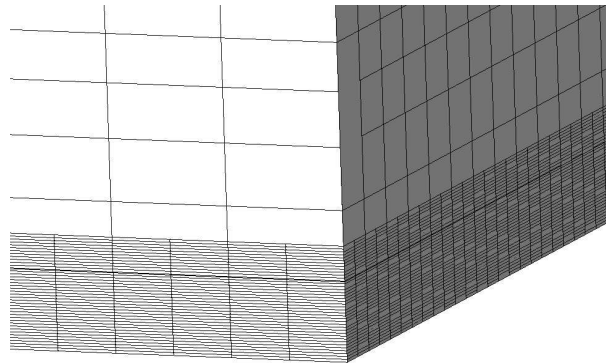
Several cases will be examined. Cases denoted by *StdWF* correspond to the case of a single wall-modeled LES mesh with the standard log-law. *SWIFT* cases are the ones where a complete wall is covered with a refined sub-level grid and where the refined grid extends up to the second computational point (away from the wall) of the coarse mesh. *SWIFT1* and *SWIFT3* inversely correspond to a refined mesh which respectively extends up to the first and third computational point. *ref* denotes cases where a refinement factor of 2 is applied in the  $x$  and  $z$  directions in the *SWIFT* grid (when compared to the coarse LES grid), and *ref2* means a refinement factor of 4



was applied. The  $R - LES$  cases correspond to wall-resolved cases where mesh spacings were seen to be in accordance with good wall transfers and fluctuations estimation. Figure 6.7(a) shows a general view of the meshes used for simulation SWIFT ref -395 (for clarity, the refined mesh is translated in the  $z$  direction and only one side is represented) and Figure 6.7(b) shows a detailed view of the embedded  $F$  grid in the coarse  $G$  grid.



(a) Coarse mesh ( $G$ ) and translated fine embedded near-wall mesh ( $F$ ).



(b) Detail of the near-wall embedded grids.

FIG. 6.7 – Mesh characteristics and grid arrangements for the refined SWIFT ref-395 case.

Three targeted turbulent Reynolds numbers  $Re_\tau$  (based on the friction velocity  $u_\tau$ ) were investigated : 395, 590 and 1000. All simulations are performed with the same fluid (air) with a Prandtl number of  $Pr = 0.71$ . The data presented hereafter are averaged both in time and space and statistics are initiated after transition and when a quasi-steady state is reached. All data (mean and rms profiles) are presented in non-dimensional form, based on the skin friction and the wall heat-flux of the outer LES flow. Mesh characteristics and parameters of all performed simulations are reported in Tables 6.1 and 6.2.

For the lower turbulent Reynolds number  $Re_\tau = 395$  case, a geometric refinement towards the center of the channel is done in the wall-normal direction (see Figure 6.7(a)) in order to place the first coarse computational point at the beginning of the logarithmic region at  $y^+ = 27$  (and a second point at  $y^+ = 80$ ), whereas in the higher Reynolds number cases a uniform mesh can be adopted in order to obtain a first computational point of the coarse domain in the logarithmic region.

Case	N. of points	SGS model	$Re_\tau$	CPU cost
R-LES -395	300,000	SSF	401	33.
StdWF -395	32,768	"	391	1.
SWIFT1 -395	43,008	"	"	-
SWIFT -395	53,248	"	"	5.
SWIFT3 -395	63,488	"	"	-
SWIFT ref -395	112,148	"	"	12.
SWIFT ref 2 -395	195,497	"	"	-
R-LES -590	1,012,500	SSF	-	$\simeq 743$ .
StdWF -590	32,768	"	585	1.
SWIFT -590	48,128	"	"	13.
SWIFT ref -590	92,303	"	"	70.
StdWF -1e3	32,768	SSF	951	-
SWIFT -1e3	53,248	"	"	-

TAB. 6.1 – Simulation parameters for plane channel flow simulations (see ref. [22] for SSF model description). The CPU cost unit is based on the lowest simulation cost, *i.e.* the StdWF one. The  $Re_\tau$  refers to the friction Reynolds number obtained with the standard wall-function.

Case	$N_x \times N_y \times N_z$	$\Delta x^+$	$\Delta y_w^+$	$\Delta y_c^+$	$\Delta z^+$	$Ly^+$
R-LES -395	$50 \times 100 \times 60$	50	1	13	20	-
StdWF -395	$(32)^3$	80	27	9	40	-
SWIFT1 -395	$32 \times 10 \times 32$	"	3	3	"	27
SWIFT -395	$32 \times 20 \times 32$	"	4	4	"	77
SWIFT3 -395	$32 \times 30 \times 32$	"	"	"	"	122
SWIFT ref -395	$63 \times 20 \times 63$	40	"	"	20	77
SWIFT ref 2 -395	$63 \times 41 \times 63$	"	2	2	"	"
R-LES -590	$75 \times 150 \times 90$	50			20	-
StdWF -590	$(32)^3$	120	40	40	60	-
SWIFT -590	$32 \times 15 \times 32$	"	4	4	"	57
SWIFT ref -590	$63 \times 15 \times 63$	60	"	"	30	57
StdWF -1e3	$(32)^3$	200	65	65	100	-
SWIFT -1e3	$32 \times 25 \times 32$	"	4	4	"	97

TAB. 6.2 – Simulation parameters relative to the resolution for plane channel flow simulations.

### 6.2.4.1 Thermally ideal plane channel flow simulations (no fluid/solid coupling)

In this section, a complete parameter study is done to assess the new method to Reynolds number variation and mesh adaptation. Otherwise stated, all simulations are given for a SWIFT mesh that extends up to the second coarse grid point corresponding to the simulations *SWIFT* in Tables 6.1 and 6.2. Only ideally iso-thermal and iso-flux boundary conditions are considered in this section (no fluid/solid coupling).

For the ideal iso-thermal boundary condition cases, a constant wall temperature is imposed  $T_w$  on both walls and a uniform and constant heat source  $Q_f$  is introduced in the fluid. This configuration corresponds to the DNS simulations performed by Kim *et al.* [48] or by Kawamura *et al.* [45] which data are compared to the present results. The iso-flux simulations are also performed with a constant and uniform heat source term in the fluid  $Q_f$  and a constant heat flux is imposed on both walls  $\phi_w = -Q_f$  which value is compatible with periodic boundary conditions.

Figure 6.8 shows the discontinuity (previously discussed in section 6.2.2.1) observed on the profiles of eddy viscosity (non dimensionalized by the viscosity  $\nu$ ) across the interface at  $Re_\tau = 590$  due to the size change of the spatial filter cut-off. As mentioned before, similar behavior may appear also on first and second order moments of the variables of interest : velocity and temperature profiles. But it will be shown that it has less effect on these values.

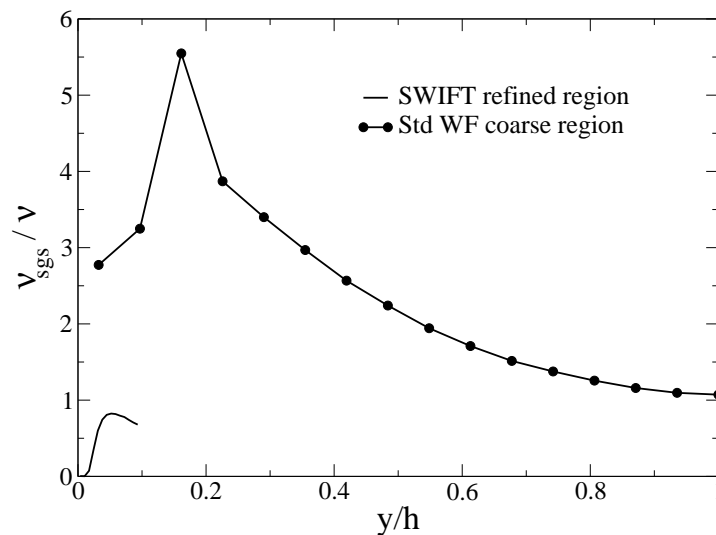


FIG. 6.8 – Profiles of eddy viscosity in both the SWIFT near-wall mesh and outer flow coarse mesh at  $Re_\tau = 590$  for case *SWIFT* – 590.

Mean velocity profiles are shown Figure 6.9 and are compared to the results of Moser *et al.* [70] for  $Re_\tau = 395$  and 590, and to the experimental data of Wei *et al.* [100] for  $Re_\tau = 1000$ . Filled symbols correspond to present simulations : close points near the wall correspond to the SWIFT region (left hand side) and outer flow points (from the coarse LES computation, right hand side) are also given. Mean profiles of the outer flow velocity governed by the standard wall-model agree well with the corresponding DNS and experimental results at every considered regime. The part of the profile corresponding to the SWIFT region shows a smaller friction velocity (an underestimation ranging from 18% to 41 % is observed for  $u_\tau$  as the turbulent Reynolds number increases from 395 to 1000 in our simulations) than in the outer flow. In particular, the viscous sub-layer shows lower values and a smaller increase of the profile. For

the SWIFT-1000 case, at  $Re_\tau = 1000$ , the logarithmic region occupies a larger part of the SWIFT domain and the formation of a logarithmic profile is seen to exist, which is also seen on the lower Reynolds number cases but with less importance.

However, it will be seen later on that this underestimation does not affect dramatically the amplitude and dynamics of the near-wall temperature fluctuations which is why the method is intended.

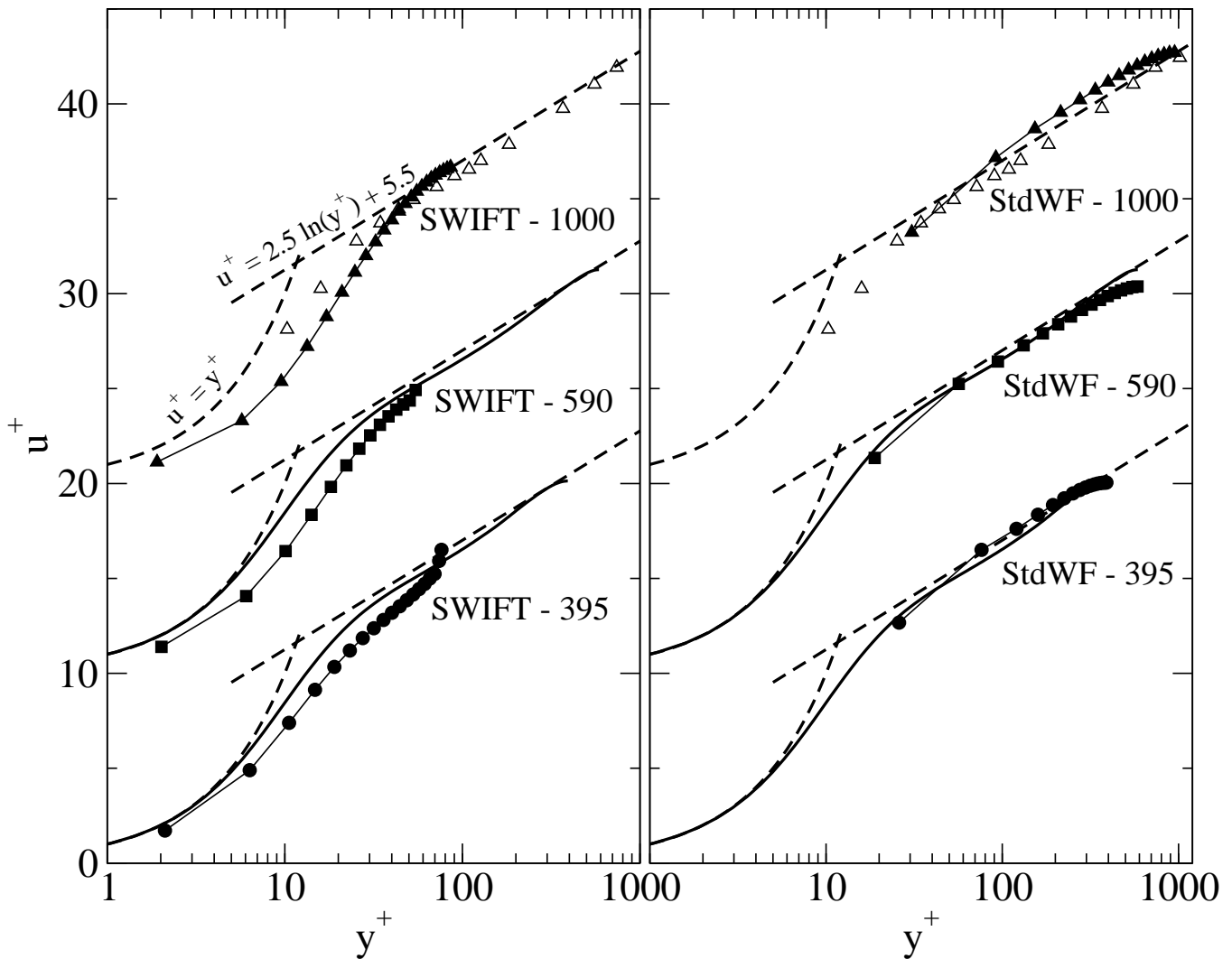


FIG. 6.9 – Mean velocity profiles with Reynolds number variation. – : DNS data from Moser *et al.* [70] at  $Re_\tau = 395$  and  $590$ ;  $\triangle$  : Experimental data from Wei *et al.* [100] at  $Re_\tau = 1017$ ; Filled symbols : present simulations (left : SWIFT region computational points - right : outer flow coarse computational points). Ordinate scale refers to lowest curve ; other curves successively displaced upwards by 10 units. (all curves are un-dimensionalized using the friction velocity given by the standard wall-function)

Streamwise velocity fluctuations  $u_{rms}^+$  on Figure 6.10 show very good agreement in the outer flow region (upper part) for all Reynolds numbers and compares well to the available data at these regimes except for the first computational point near the wall (as expected) which shows

damping effects due to the WF. The streamwise velocity fluctuations in the SWIFT region (lower graph) represent the peak dynamics relatively well. In particular, the near-wall evolution of  $u_{rms}^+$  is in good accordance with DNS data, the position of the peak value lies for the range of interest between 19 and 25, when the available experimental work [4] [96] shows that it is approximately invariant for turbulent Reynolds numbers ranging approximately from 200 to 2000. However, the peak value shows an overestimation of the constant usual peak value of 2.75, since it ranges between 2.9, 3.1 and 3.6. The high value of the peak fluctuations inside the SWIFT region for the SWIFT-1000 case is explained by the fact that the outer flow simulation already leads to an over-prediction of the near-wall fluctuations, forcing the near-wall flow to higher values. However, note that the tendency to over-predict streamwise fluctuations is also a well known characteristic in wall-resolved LES with marginal wall resolution. Moreover, authors such as Schmidt *et al.* [91] also show the same overestimation behavior, even when using a specifically designed one-dimensional turbulence model near the wall.

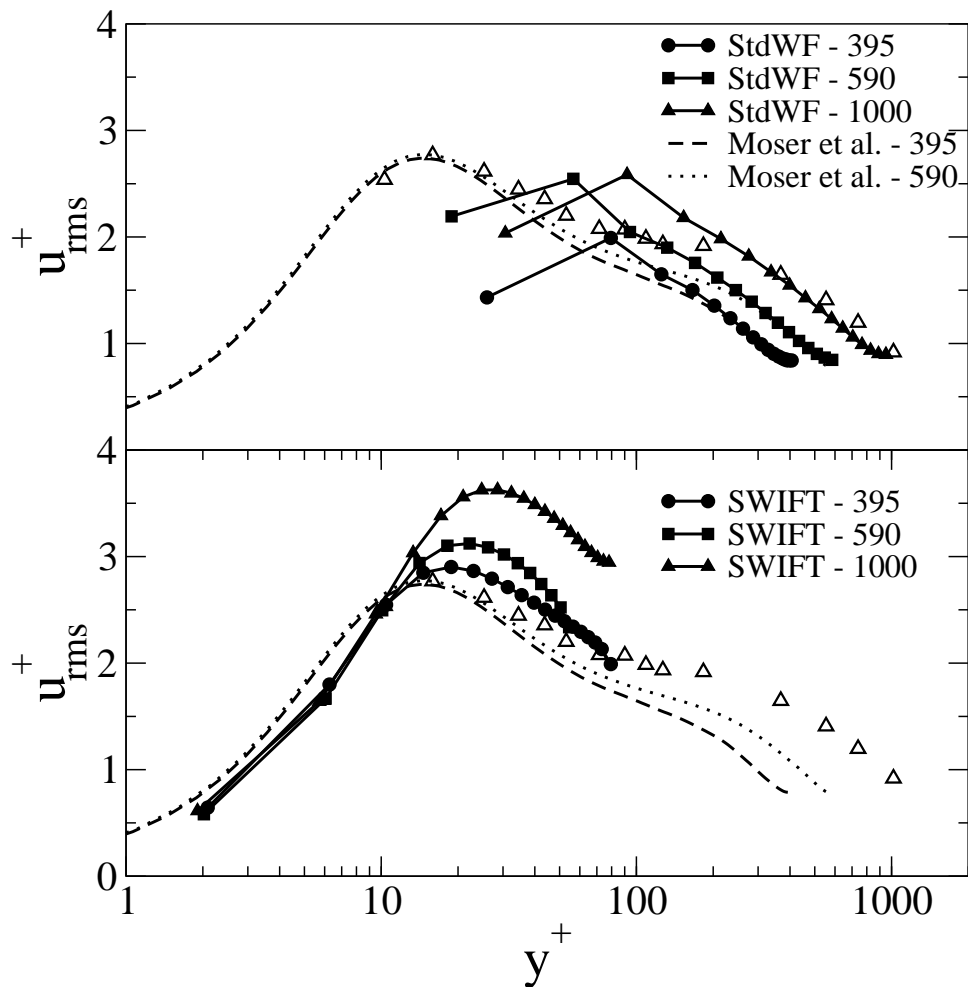


FIG. 6.10 – Profiles of streamwise velocity fluctuations  $u_{rms}^+$  with Reynolds number variation.  $\triangle$  : Wei *et al.* [100] ( $Re_\tau = 1017$ ) (lower graph : SWIFT region computational points - upper graph : outer flow coarse computational points).

Mean temperature profiles for the iso-thermal case are reported on Figure 6.11 in dimensionless form. It is observed that similar results are obtained for the mean temperature compared to the mean velocity profiles : wall heat flux is seen to be slightly under-estimated (14% to 37 %

as  $Re_\tau$  is increased from 395 to 1000) in the refined region, and the start of a logarithmic region (following Kader [40]) is seen to initiate.

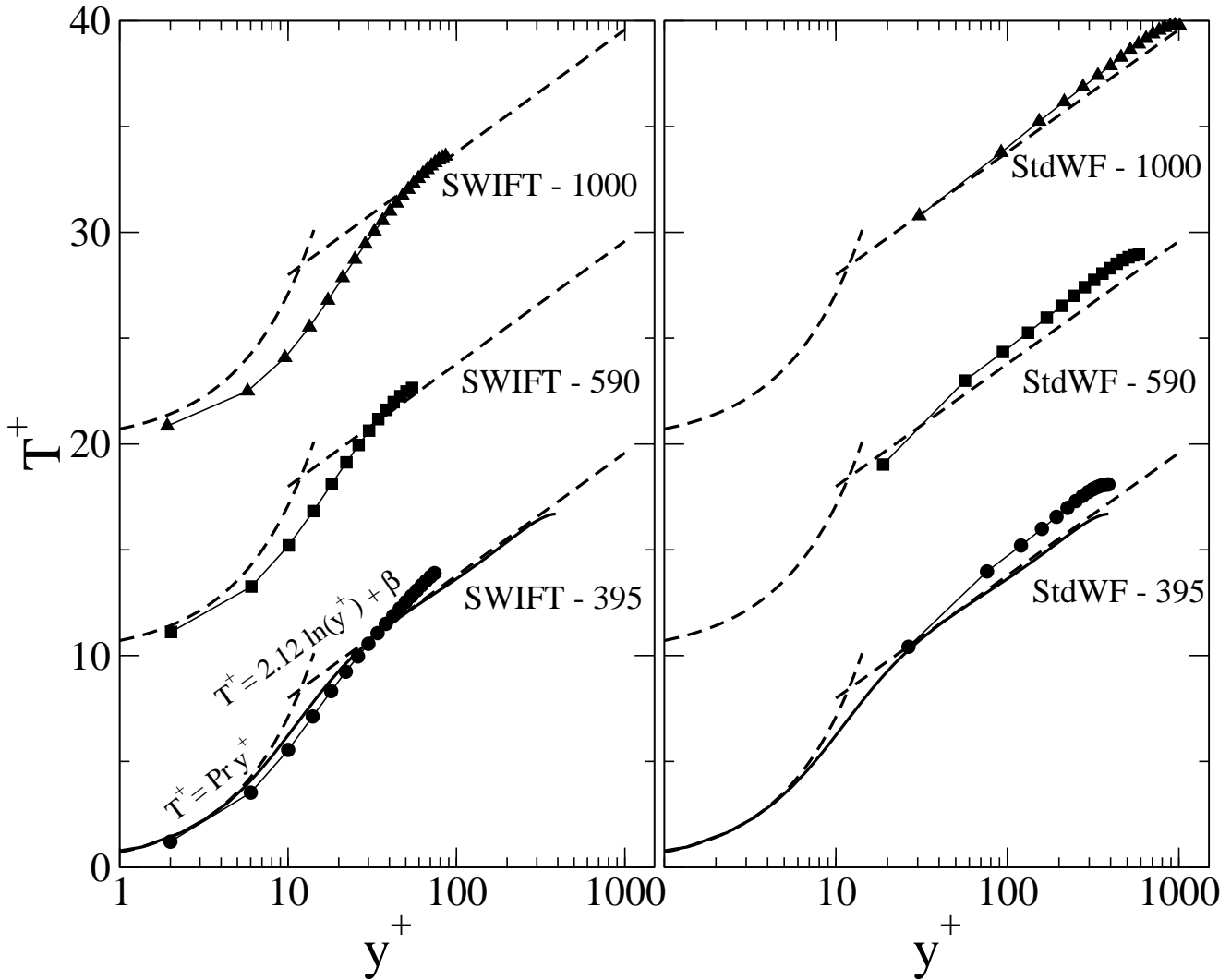


FIG. 6.11 – Mean temperature profiles with Reynolds number variation. – : DNS data from Kawamura *et al.* [45] at  $Re_\tau = 395$ ; Filled symbols : present simulations (left : SWIFT region computational points - right : outer flow coarse computational points). Ordinate scale refers to lowest curve; other curves successively displaced upwards by 10 units. (all curves are un-dimensionalized using both the friction velocity and temperature given by the standard wall-functions)

Figure 6.12 shows the reconstructed temperature fluctuations which are seen to be in good agreement with the data of Kawamura *et al.* and the resolved LES (R-LES - 395) for iso-flux condition. This is true despite a small under-prediction of the peaks intensity ( $\simeq 2$  for the isothermal case) which position ( $\simeq 19 - 24$ ) is in accordance with the data of Subramanian *et al.* [94] and of Kawamura *et al.* who predicts a peak  $T_{rms}^+ = 2.4$  at  $y^+ = 19$ . The slight under-prediction of the turbulent intensity of the temperature field is most likely to be due to the under-prediction of the fluctuating field of the wall-normal velocity component  $v$ , which plays an important role (via the heat flux tensor component  $\overline{v'T'}$ ) in the turbulent heat flux and scalar fluctuations for wall bounded flows. Also note that, even with an estimated transporting field

(i.e. the reconstructed  $u, v$  and  $w$  fluctuating components) the transported scalar shows a priori all the necessary dynamics of a proper fluctuating temperature field.

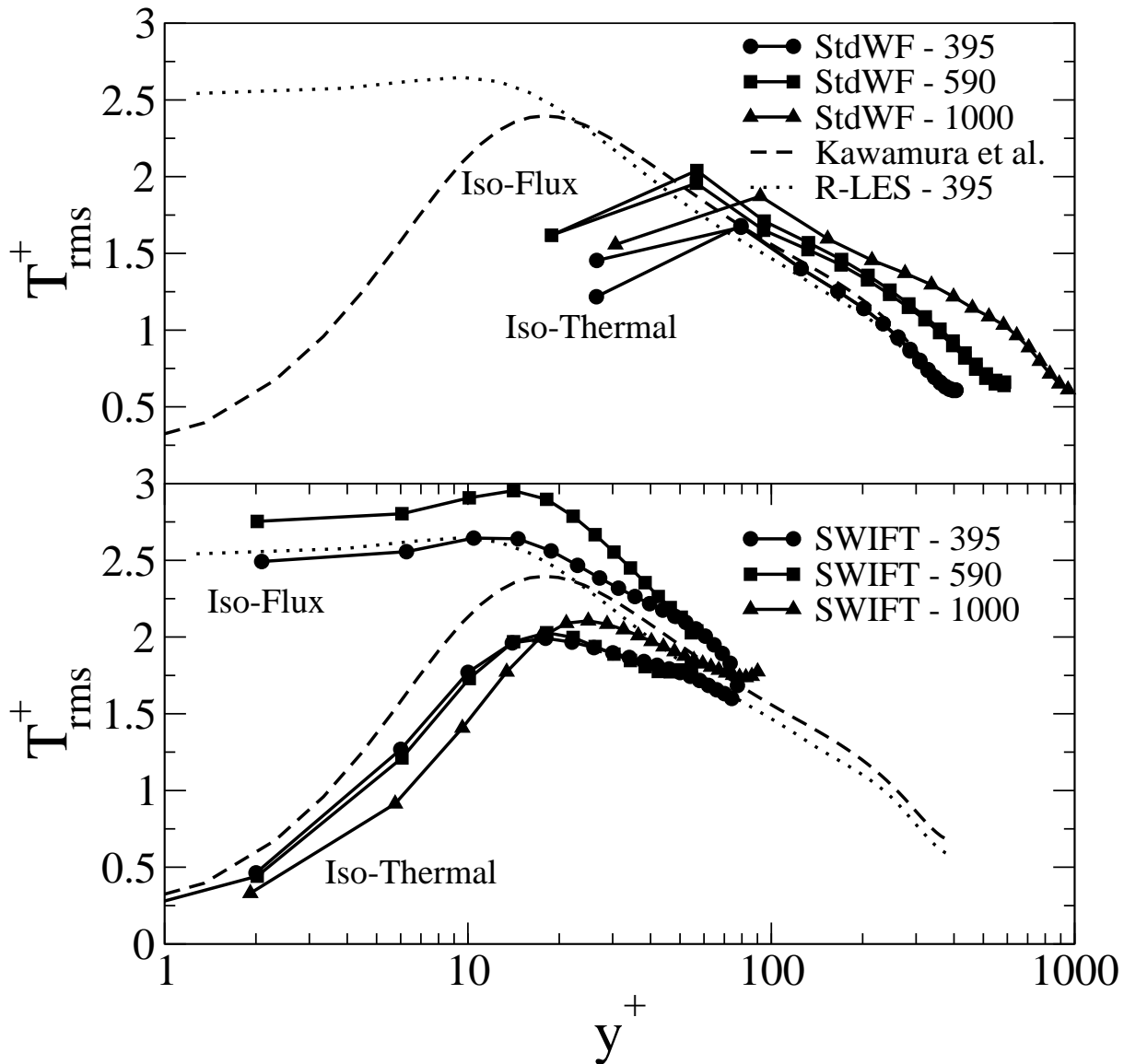


FIG. 6.12 – Profiles of temperature fluctuations  $T_{rms}^+$  with Reynolds number variation for iso-flux and iso-thermal boundary conditions.

Extent of the SWIFT mesh was changed to check for mesh integrity, i.e. it is expected that the fluctuations reconstructed with a mesh that extends only to the first outer flow mesh point (Case SWIFT 1 - 395) will lead to wrong dynamics in the refined mesh. Moreover, it is also expected that the extent  $Ly^+$  of a mesh until the third outer grid point (Case SWIFT 3 - 395) will lead to approximately the same results as the reference SWIFT - 395 case. Obtained results are given on Figures 6.13(a) for the velocity fluctuations and on Figure 6.13(b) for the temperature fluctuations in the iso-thermal case.

Indeed, it is seen that a mesh which extends only until the first coarse grid point at a height  $Ly^+ = 27$  (SWIFT 1 - 395) does not enable to recover a proper near-wall dynamics as one would expect. On the other hand, in the case of a refined grid that extends up to the third point

with  $Ly^+ = 122$  (SWIFT 3 - 395), results are seen to be globally in good agreement with the DNS data of Moser *et al.* as well as the same quality of the fluctuations estimation as for the SWIFT - 395 case.

#### 6.2.4.2 Application to conjugate heat transfer

Plane channel flow simulations coupled with solid walls are carried out in the same fluid domain and geometry as for the previous thermally ideal cases. Solid walls of thickness  $d$  are considered on each side (top and bottom) of the channel flow (see Figure 6.14). Flow and fluid temperature boundary conditions are the same as previously. For the solid, all walls are assumed adiabatic, except the wall in contact with the fluid for which the continuity of the heat flux is imposed (see Section 6.2.3.4 for the expression of the heat flux at the wall).

Simulations are performed with a ratio  $\alpha_f/\alpha_s = 1$  so that  $y^{++} = y^+$  in the solid (as described in Section 6.2.2.2). A constant and uniform heat sink term  $Q_s = -1$  is introduced in the solid and a source term  $Q_f = d$  is introduced in the fluid, to reach an energy balance for the whole computational domain. The fluid Prandtl number is still  $Pr = 0.71$ , and several thermal activity ratios are considered together with wall thickness  $d^{++}$  parametrization and turbulent Reynolds numbers dependence in the range  $Re_\tau = 395, 590$ .

The mesh size in the fluid is still  $(32 \times 32 \times 32)$  for all wall-modeled simulations and  $(50 \times 100 \times 60)$  for the wall-resolved reference cases (see Tables 6.1 and 6.2). The solid mesh coincides with the fluid mesh at the interface and a uniform mesh size is used in the wall-normal direction  $y$  with 41 mesh points, leading to a solid wall mesh spacing of  $\Delta y^{++} = 1.25$  and total number of mesh points inside the solid of  $2.(32 \times 41 \times 32)$  for the wall-modeled cases and of  $2.(50 \times 41 \times 60)$  for the wall-resolved cases.

In order to prevent the solid wall in contact with the SWIFT fluid domain from leading to a different mean temperature field than the one found with the standard WF (which is found to give a good averaged heat flux and mean profile), a source term is introduced in the solid domain in contact with the SWIFT fluid domain. This source term (added in the heat equation) is only intended to make the mean temperature field associated with the SWIFT field tend to the standard WF mean temperature field (coarse LES calculation) and reads as follows :

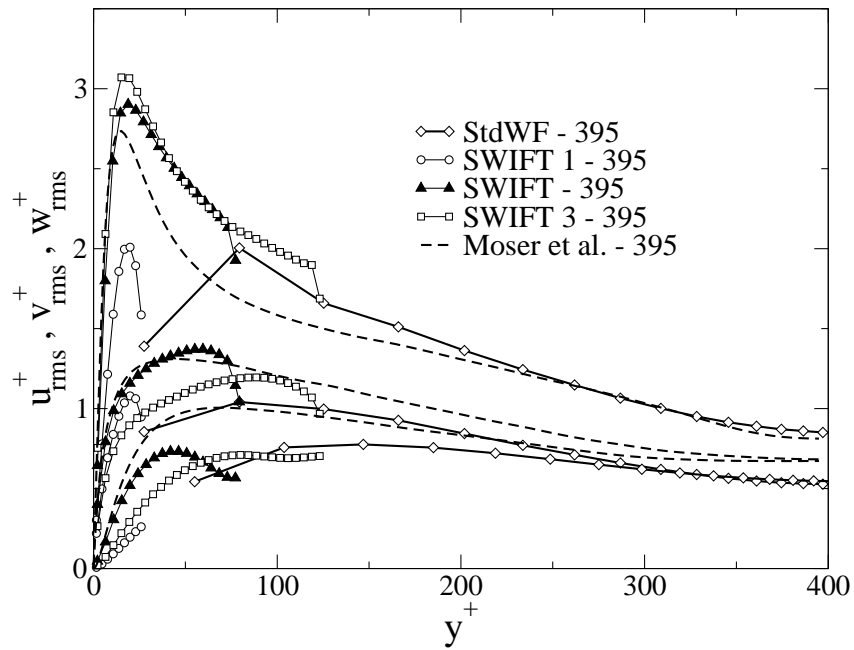
$$Q_{swift}(y, t) = \frac{\langle T_{LES} \rangle_{x,z} - \langle T_{swift} \rangle_{x,z}}{\Omega \Delta t_{LES}}$$

where  $\langle \rangle_{x,z}$  stands here for a spatial average on the homogeneous directions,  $\Delta t_{LES}$  being the time step of the coarse LES and  $\Omega$  is a relaxation factor. Several values of  $\Omega$  were tested among 1, 10 and 100. It was shown that with a value of  $\Omega = 10$ , the solution reached in the solid domain was not damped in terms of temperature fluctuations and that the mean temperature field showed a 3% error compared to the standard WF case. In all subsequent simulation results, this value for the constant  $\Omega$  was used.

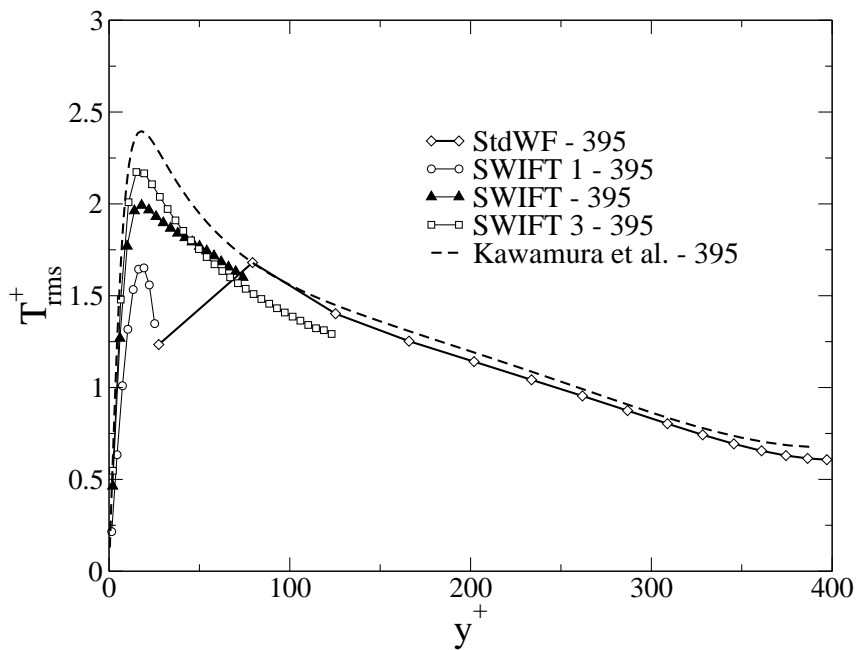
Results of simulations using the standard wall-function are given on figure 6.15 and show damped wall temperature fluctuations when compared to the resolved LES simulations. The relative error observed stands between 30% (for the  $K = 5$  case) and 70% (for the  $K = 0.1$  case).

Conversely, temperature fluctuations at the wall using the SWIFT method (Figure 6.16) are in good agreement with the wall-resolved LES simulations results. However, it is seen that the evolution of the temperature fluctuations inside the wall tend to decrease less fast with the SWIFT reconstructed values compared to the R-LES - 395 results. This can be explained by the fact that low parasite frequencies are created inside the SWIFT region which come from





(a) Velocity fluctuations



(b) Temperature fluctuations

FIG. 6.13 – Effect of the SWIFT region extent,  $Ly^+$ , at  $Re_\tau = 395$  for the iso-thermal case. SWIFT1, SWIFT and SWIFT3 respectively correspond to a near-wall refinement respectively until the first, second and third coarse computational point.

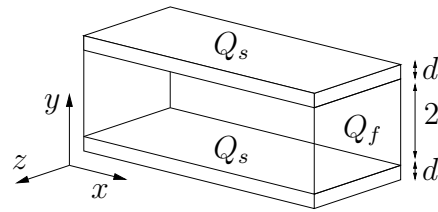
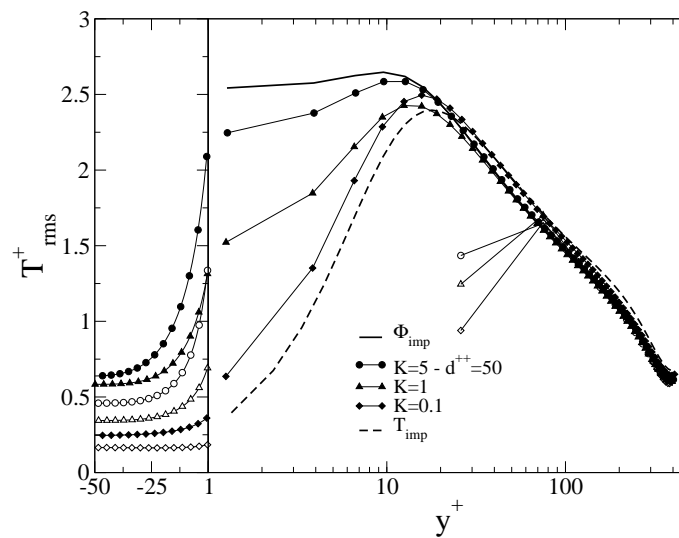


FIG. 6.14 – Channel flow configuration with solid walls thermal coupling.

FIG. 6.15 – Profiles of temperature fluctuations  $T_{rms}^+$  inside the fluid and the solid with thermal activity ratio  $K$  variation at  $Re_\tau = 395$  and  $d^{++} = 50$ . Open symbols : Standard WF simulations ; filled symbols : reference wall resolved simulations [20].

numerical errors and do not exist in the R-LES - 395 cases. Thus, a higher level of temperature fluctuations are observed at the end of the solid which are less damped by diffusion of the solid since there is more energy in the low frequencies of the temperature signal than in the R-LES - 395 case.

Nevertheless, the most important parameter for the thermal fatigue thermal structure calculations remains the maximum values of the fluctuations at the wall which in this case are well represented.

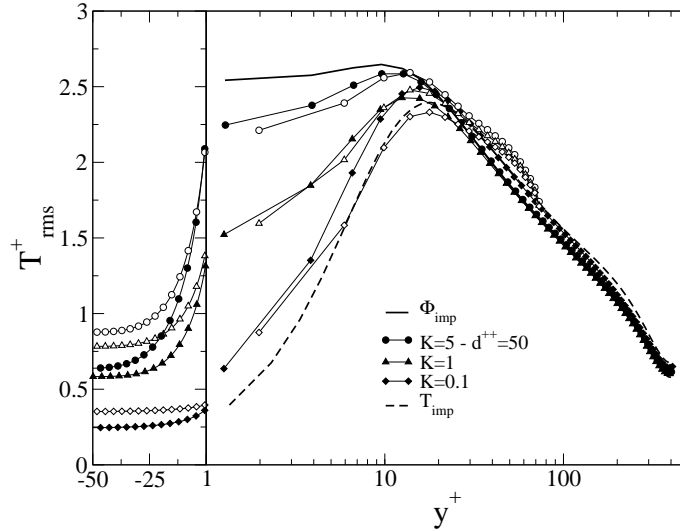


FIG. 6.16 – Profiles of temperature fluctuations  $T_{rms}^+$  inside the fluid and the solid with thermal activity ratio  $K$  variation at  $Re_{\tau} = 395$  and  $d^{++} = 50$ . Open symbols : SWIFT simulations ; filled symbols : reference wall resolved simulations [20].

Figure 6.17 shows the evolution of the wall temperature fluctuation error with respect to wall normal resolution when compared to the resolved LES case :

$$\varepsilon_w = \frac{|T_{rms Res.LES}^w - T_{rms SWIFT}^w|}{T_{rms Res.LES}^w}$$

at  $Re_{\tau} = 395$ ,  $K = 1$  and  $d^{++} = 50$  with varying first grid cell size in the SWIFT region. We observe that an error lower than 10% is already achieved when using a mesh size in the wall normal direction lower than  $\Delta^F y^+ = 11$  (*i.e.* the first computational temperature point at  $y^+ = 5.5$ ) but on the other hand the error increases fast and reaches a 50% error when using a wall grid spacing of  $\Delta^F y^+ = 30$ .

### 6.2.5 Application to a local spatial development

A simulation of a plane channel flow (whose domain dimensions were increased compared to the previous simulations) was carried out in the iso-thermal case at a turbulent Reynolds number of  $Re_{\tau} = 395$  with only a local SWIFT region to test the ability of the method to describe only local phenomena. The periodic plane channel flow is extended and its dimensions are now  $(6\pi, 2, \pi)$  with  $(95 \times 32 \times 32)$  mesh points in the coarse LES domain. The local SWIFT refinement starts at  $x = 1.5\pi$  and extends for a streamwise length of  $L_x = 10$ . Length in the

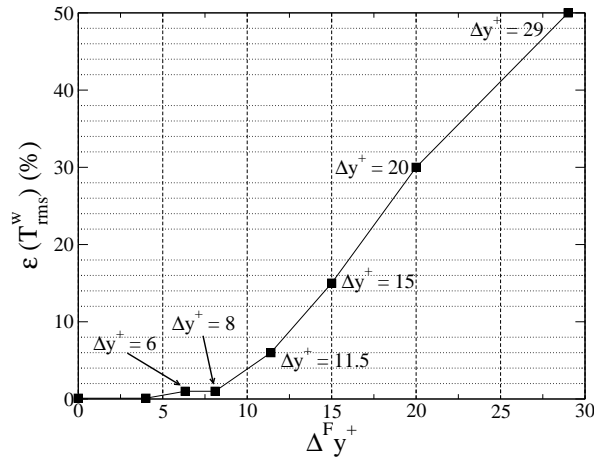
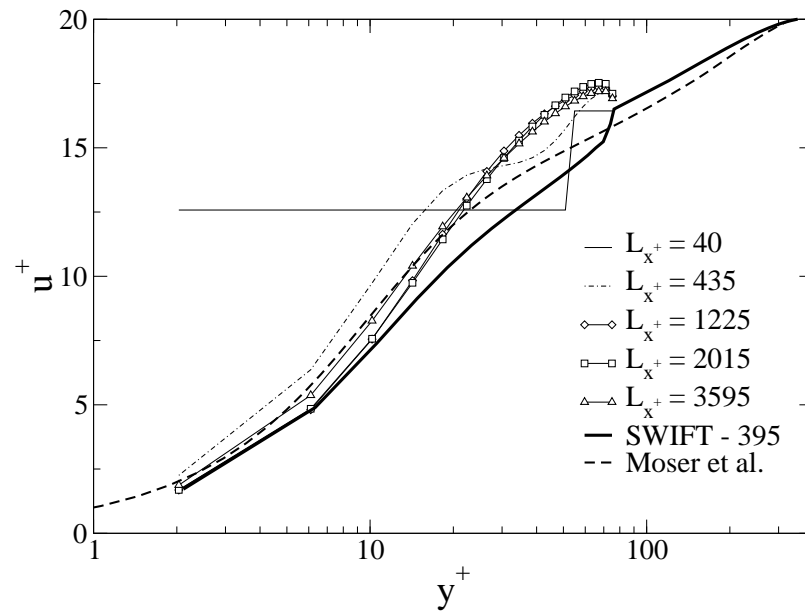


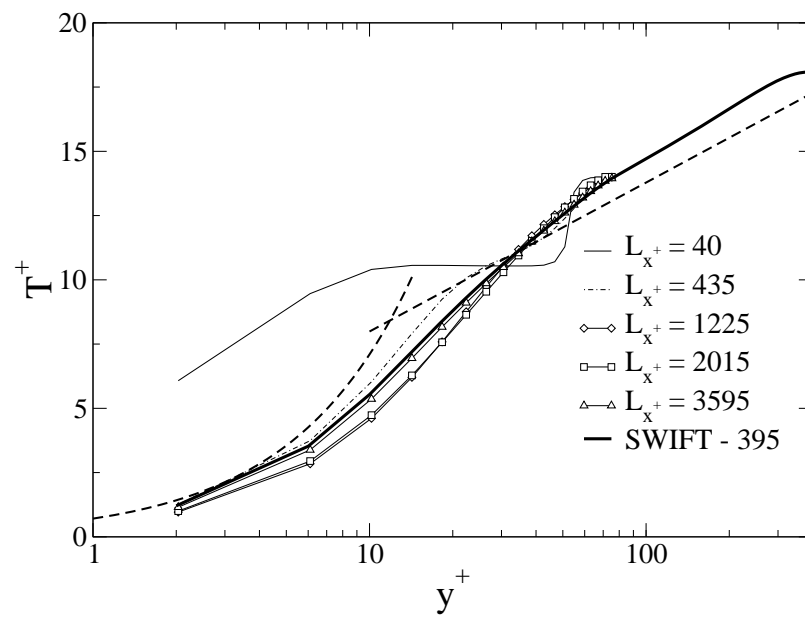
FIG. 6.17 – Evolution of wall temperature fluctuation error with varying first grid cell size  $\Delta^F y^+$  at  $Re_\tau = 395$ ,  $K = 1$  and  $d^{++} = 50$ .

spanwise  $z$  direction is still equal to  $\pi$  and the SWIFT region extends until the second coarse computational point. The number of points in the refined region are  $(101 \times 20 \times 32)$ .

The evolution of the mean velocity and temperature profiles along the main flow direction are given in Figures 6.18(a) and 6.18(b) for several positions from the local inlet in wall units :  $L_x^+ = 40, 435, 1225, 2015, 2805$  and  $3595$ . It is noticed that mean profiles reach a developed state after a distance from the local region inlet of  $L_x^+ \simeq 1000$ . Velocity and temperature fluctuations evolution are given in Figure 6.19. It is seen here that for the Reynolds stress components to reach for the canonical turbulent boundary-layer values it needs a larger distance to reach for converged values, roughly the same distance  $L_x^+ \simeq 2800$  for all turbulent quantities. Also note that the values reached at this distance for mean and fluctuating fields are in agreement with the results of the previous and similar computation with a SWIFT refined region covering the complete wall regions.



(a)



(b)

FIG. 6.18 – Evolution of mean non-dimensional (a) velocity and (b) temperature fields in a local SWIFT region at  $Re_\tau = 395$ .

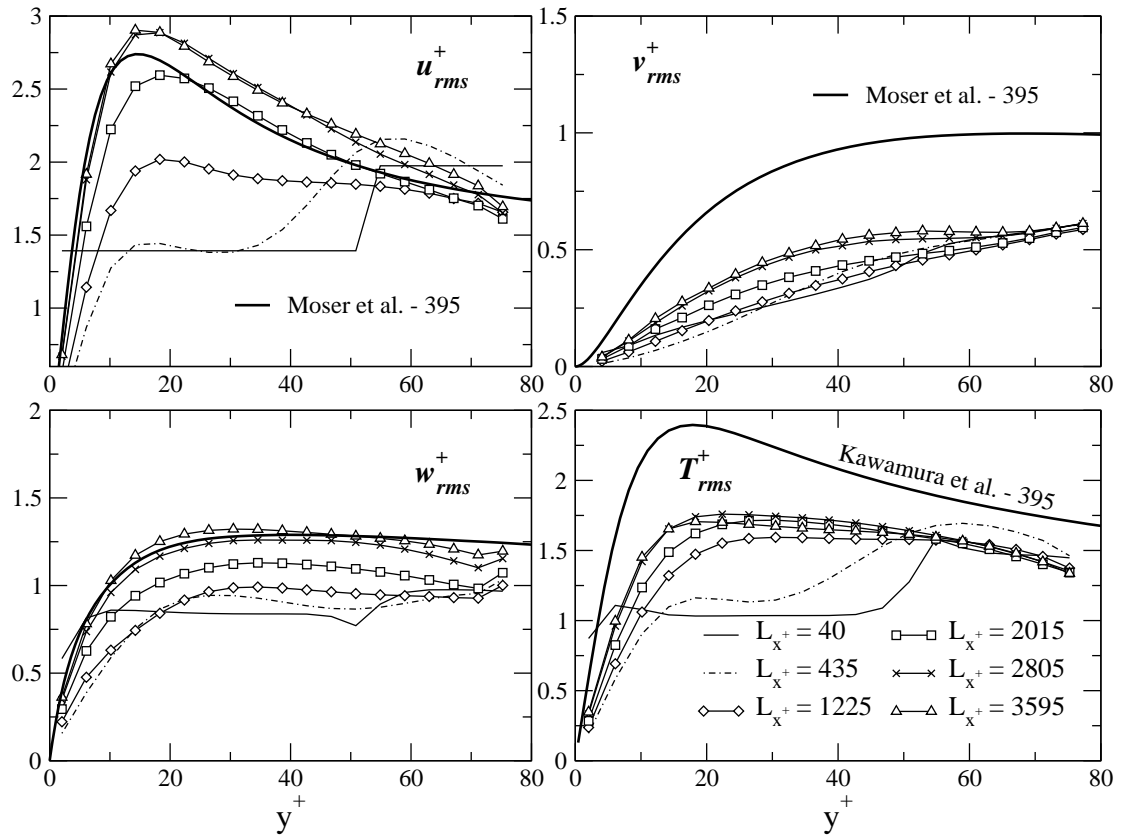


FIG. 6.19 – Spatial evolution of statistical fields in a local SWIFT region. Profiles of fluctuating streamwise ( $u_{rms}^+$  - upper left), wall-normal ( $v_{rms}^+$  - upper right), spanwise ( $w_{rms}^+$  - lower left) velocities and temperature ( $T_{rms}^+$  - lower right).

### 6.2.6 Conclusions

A new method is proposed for the study of Large Eddy Simulation (LES) of conjugate heat transfer at high Reynolds numbers in order to reconstruct the near-wall temperature fluctuations dynamics proper to the physics of the fluid-solid thermal interaction, which in the end plays a similar role as a wall model. The SWIFT method relies on a refined region near-wall mesh coupled not only to the outer coarse LES flow but also to a solid domain which will be retained for the temperature fluctuations estimation. The method (implemented in the CFD code Trio-U) was tested on the periodic plane channel flow, both in the isothermal and iso-flux cases, but also in the case of conjugate heat transfer with solid walls. A complete parametric study was done both for the SWIFT part (effect of the overlapping extent, refinement) and the turbulent quantities of interest (Reynolds number dependence, thermal properties of fluid and solid). The method showed to provide a good estimation of the fluctuating fields (velocity and temperature) at the moderate Reynolds numbers investigated in this work ( $Re_\tau = 395, 590$  and  $1000$ ). In the case of conjugate heat transfer, it showed to lead to a good prediction of the wall temperature fluctuations when compared to the reference resolved LES simulations and a substantial improvement compared to a standard thermal wall model approach.

We have shown that the proposed method leads to interesting and reliable results for moderate Reynolds numbers while sparing a lot of CPU time when compared to « full LES » simulations. The industrial use of such an approach will require the application of such a method for local field reconstruction only and some other points may be investigated to achieve better performances. One way is to go for larger time steps with the use of implicit or semi-implicit time integration schemes (such as Crank Nicolson or dual time-stepping).

Some of the most interesting properties of the SWIFT method first include the fact that it can be active only locally, thus reducing the computational effort only to regions of interest for industrial configurations and Reynolds numbers. Indeed, one can easily make use of different numerical techniques to compute the entire LES flow and the local region to optimize the overhead CPU cost introduced by the local refinement. The creation of a refined local region has no impact on the overall (coarse) domain which can be a good property if one already considers that the outer flow shows satisfactory results. The method is completely general and no particular modeling based on a generic configuration, such as attached boundary layers, is used, thus enabling the method to be suitable for any kind of near wall flows : attached and detached boundary layers, impinging jets ... Most important, the SWIFT method can be easily extended to more general formulations (than the present cartesian orthogonal meshes) such as finite element tetrahedral grids, which will be the next development effort to make the method available to industrial and concrete applications not only to the nuclear thermohydraulics field, but also to all kinds of more general thermal related industries.

### 6.3 Estimation de coût et faisabilité de la méthode sur une application industrielle

On souhaite trouver ici un ordre de grandeur du surcoût de temps de calcul dans l'hypothèse d'un raffinement uniquement local et pour une application de type industriel à Reynolds très élevé. L'objectif de ceci étant de savoir dans quelle mesure la méthode SWIFT peut être industrialisable.

Dans l'analyse présentée ici, on considère que le temps de calcul par point et par itération reste inchangé en augmentant le nombre de points, notamment en ne prenant pas en compte l'augmentation du coût de calcul de la résolution en pression avec l'augmentation du nombre de point. Considérons un domaine de calcul (eg. tube) dont le maillage grossier (voir illustration 6.20) soit composé de  $(20 \times 60 \times N)$  mailles (eg. 20 dans la direction radiale, 60 sur le périmètre et  $N$  suivant la longueur) conduisant à un premier point de calcul à la paroi à  $y_G^+ \simeq 500$ .

On note le *coût du calcul grossier seul pour un pas de temps*  $\Delta t_G$  :  $(20 \times 60 \times N)$ . Le surcoût est indiqué en terme de temps CPU.

1. Sur-coût engendré par un calcul SWIFT recouvrant 10% de la surface grossière :  
Considérons maintenant le calcul grossier précédent ainsi qu'un calcul SWIFT recouvrant 10 % de la surface du calcul grossier uniquement (uniquement  $N/10$  points suivant la longueur - voir illustration 6.21). On souhaite que le premier point de calcul du calcul fin soit situé à  $y_F^+ \simeq 15$ , conduisant approximativement à 15 mailles suivant la direction radiale. De même, on suppose que le raffinement par 15 opéré suivant la direction radiale impose un pas de temps pour le maillage SWIFT  $\Delta t_F = \Delta t_G/40$  (cette dernière valeur est bien évidemment une estimation). Ainsi, le surcoût de cette approche par rapport au cas précédent sera de :

$$\frac{(20 \times 60 \times N) + 40 \times (15 \times 60 \times N/10)}{(20 \times 60 \times N)} \simeq 4$$

2. Sur-coût engendré par un calcul grossier raffiné localement sur 10% de la paroi :

On considère maintenant un unique calcul grossier mais lui-même raffiné localement sur 10 % de la surface de la paroi du domaine de calcul avec la résolution adoptée précédemment pour la région SWIFT (voir illustration 6.22). Ainsi, le calcul total sera soumis à un pas de temps  $\Delta t_G$  en accord avec la condition de stabilité dictée par la région la plus raffinée (et ainsi approximativement 40 fois plus petit que le pas de temps d'origine). Le surcoût engendré par cette approche par rapport au cas sans raffinement local sera de :

$$40 \times \frac{(20 \times 60 \times 9N/10) + ((20 + 15) \times 60 \times N/10)}{(20 \times 60 \times N)} \simeq 40$$

3. Sur-coût d'un unique calcul ayant la résolution du maillage SWIFT sur tout le domaine :  
Ce cas correspond à celui où l'on fait le choix de mailler finement près des parois sur tout le domaine et en un seul calcul, avec la même précision adoptée pour le maillage SWIFT précédent (voir illustration 6.23). Un rapide calcul conduit à une estimation du surcoût pour ce cas de :

$$\frac{40 \times (35 \times 60 \times N)}{(20 \times 60 \times N)} \simeq 70$$



6.3. ESTIMATION DE COÛT ET FAISABILITÉ DE LA MÉTHODE SUR UNE APPLICATION INDUSTRIELLE

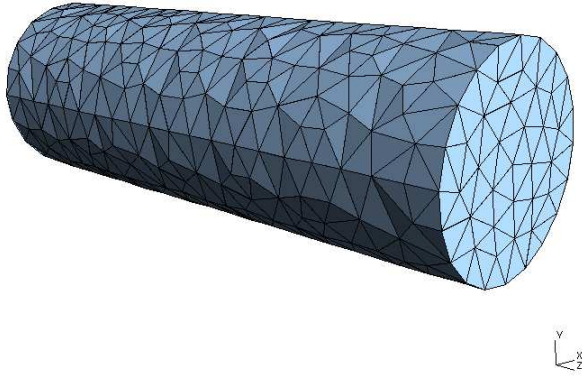


FIG. 6.20 – Calcul grossier.

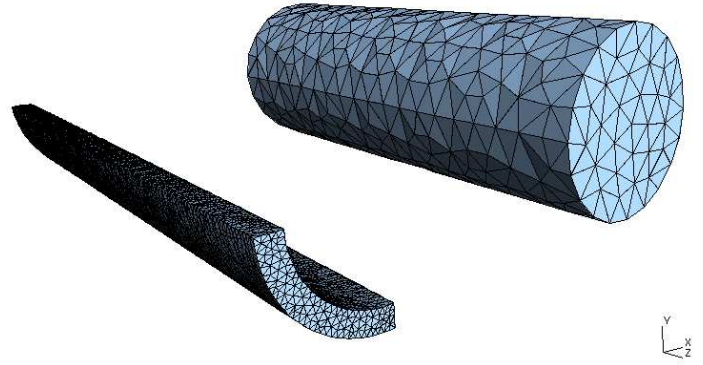


FIG. 6.21 – Calcul grossier avec maillage SWIFT (ici décalé) en proche paroi.

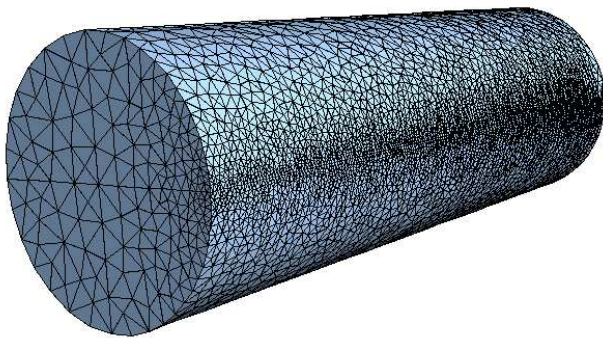


FIG. 6.22 – Calcul grossier raffiné sur 10% de la surface de la paroi.

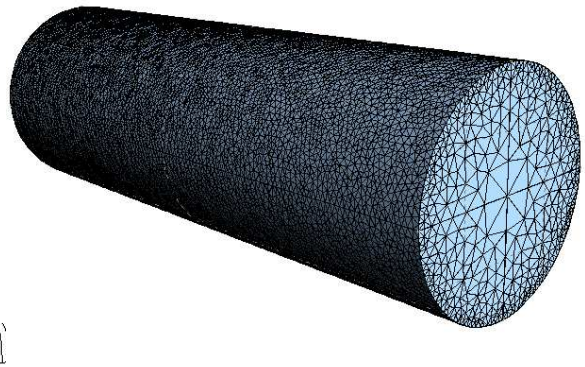


FIG. 6.23 – Calcul grossier raffiné au niveau de toutes les parois.

Ces quelques calculs d'estimation de surcoûts montrent bien l'intérêt de s'orienter vers des approches de type multi-grille (par exemple dans le cas de problème couplés) afin de ne pas pénaliser les performances d'un calcul global fournissant déjà les informations concernant l'ensemble de l'écoulement. De plus, si le calcul LES réalisé sur un maillage grossier comporte un nombre de mailles de l'ordre  $10^6$ , il est peu probable que les méthodes 2. et 3. soient réalisables.

Ceci dit, le surcoût du cas de calcul 1. semble très important dans un cadre industriel car il est peu probable que l'on soit prêt à payer quatre fois le prix de la même simulation grossière, pour des raisons de mise au point du calcul, d'exploitation des ressources (calcul parallèle), etc...

Une alternative peut être considérée en vue de l'utilisation de cette méthode pour des cas industriels. Au lieu de réaliser les deux calculs de façon simultanée, on réalise le calcul grossier global durant lequel on effectue une extraction de données (champs de vitesse et de température) sur un plan donné en proche paroi. Par la suite, on peut envisager de réaliser une série de calculs fins séparément prenant pour conditions aux limites supérieures les données stockées au préalable. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle nécessite une capacité de stockage importante. Toutefois, étant donné la réduction des coûts des disques durs et les avancées technologiques permettant de disposer de disques de plus en plus volumineux, on imagine que l'on puisse réaliser cette procédure, en prenant par exemple un stockage binaire des données. L'avantage d'une telle procédure réside dans le fait qu'elle peut se faire a posteriori. En effet, le temps de calcul de la simulation réalisée sur le domaine grossier reste inchangé (excepté les temps d'écriture). Ce qui permet éventuellement de faire le calcul fin de façon paramétrique (suivant le maillage) et de ne considérer cette phase de production que comme un post-traitement : le surcoût de la méthode est le même mais il est différé.

## 6.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons proposé une solution « maximaliste » consistant à résoudre finement de façon instationnaire et tridimensionnelle l'écoulement en proche paroi, ce afin de reconstruire des fluctuations de température près de la paroi. Cette méthode possède l'avantage d'être très générale et adaptée a priori à tout type d'écoulement. Elle a permis de retrouver des profils de fluctuations (de vitesse et de température) en bon accord avec les simulations de référence et dans la gamme de Reynolds investiguée. Nous avons aussi montré la faisabilité de la méthode dans le cas d'un raffinement local uniquement en montrant le développement du champ à l'intérieur du maillage raffiné et en récupérant un champ établi au bout de quelques centaines d'unités de parois. Cette méthode souffre cependant d'un surcoût de temps de calcul assez élevé qui va nécessiter, pour envisager son industrialisation, de mettre au point des procédures annexes : calcul a posteriori avec enregistrement des données pour génération de conditions aux limites par exemple.

Au final, cette méthode semble suffisamment coûteuse pour que l'on recherche une autre voie, ce qui sera entrepris dans le prochain chapitre.

# Chapitre 7

## Tentative de modélisation basée sur la variance de température

### 7.1 Introduction à la méthode proposée

Afin de palier à certaines déficiences des lois de parois classiques vis à vis de l'évaluation des fluctuations de température pariétale dans le cas de couches limites thermiques, une première approche de type multi-grille a été développée et présentée au chapitre précédent. Cependant, le coût de la méthode et la possible dérive des résultats à haut nombre de Reynolds (dû en particulier à des rapports d'aspect importants des maillages) en fait un outil limité, à l'heure actuelle, aux nombres de Reynolds modérés ou à des zones d'application réduites.

Face à ce constat, il a semblé intéressant de tenter de développer un modèle dont l'utilisation pourrait être envisagée massivement à nombre de Reynolds élevé pour des coûts de calcul réduits. L'idée est d'introduire une modélisation réduisant l'aspect universel du modèle en comparaison à la méthode précédente qui restait très générale et applicable à tout type d'écoulement. Le modèle est appelé par la suite ODVM pour *One Dimensional Variance Model*. Cette tentative assez ambitieuse à la vue des divers éléments à mettre en place n'a pas été couronnée de tout le succès escompté. Nous la présentons cependant car elle peut représenter un intérêt pour de futurs travaux.

*Le but d'une telle modélisation* est bien évidemment de fournir une bonne estimation des fluctuations de température à la paroi. Face aux résultats obtenus par des lois de parois standards dans l'estimation des fluctuations de température à la paroi pour des couches limites thermiques (voir les calculs de canaux plans réalisés précédemment), on souhaite réduire l'erreur de l'ordre de 40/50% à des erreurs de 5/10% sur les fluctuations pour des simulations de type industrielles. Comme on l'aura constaté auparavant, on peut distinguer deux causes de fluctuations du champ de température en proche paroi : la première due à la dynamique des flux de chaleur turbulents au sein d'une couche limite thermique, la deuxième pouvant provenir d'évènements basses fréquences extérieurs et impactant la paroi. La modélisation proposée tente d'exploiter ces deux scénarios.

Une approche intéressante et pouvant réduire substantiellement les coûts de calcul consiste à adopter une approche mono-dimensionnelle comme cela est par exemple le fait pour le modèle TBLE développé par Balaras *et al.* [5]. Cependant, comme on le verra par la suite, ce genre de modélisation ne peut pas amener correctement les fluctuations jusqu'à la paroi. Il est donc nécessaire d'introduire une modélisation centrée essentiellement sur le transport des fluctuations de température jusqu'à la paroi.

L'hypothèse ayant servi de base au développement du modèle dont la présentation va suivre, repose sur l'idée qu'il est possible d'estimer le profil des fluctuations de température de couche limite en proche paroi à partir d'une approche RANS et de la résolution d'une équation de transport de variance. Le forçage des fluctuations pariétales se fait via un couplage RANS/LES, assez différent des couplages envisagés jusqu'à maintenant [53] [93] [9] : on ne force pas un champ moyen, mais plutôt les fluctuations, ce qui introduit une difficulté supplémentaire.

On considère que les champs résolus (en particulier celui de température) peuvent être séparés en une partie dite Haute Fréquence et une partie dite Basse Fréquence, dont on peut assurer séparément le raccordement à la paroi en se donnant comme moyens :

- de trouver un transport pour la partie Haute Fréquence basé sur un profil de variance en proche paroi ;
- de trouver un transport pour la partie Basse Fréquence comme pour un modèle de paroi classique ;
- de reconstruire un champ instationnaire à la paroi à partir du résultat des deux modes de transport précédents.

Pour cela il a fallu :

- un modèle analytique relatif à l'amortissement des fluctuations à l'interface fluide/solide dans le cas d'un couplage thermique (section 7.2.2) ;
- une fermeture bas Reynolds pour la résolution d'une équation de transport de variance de température en proche paroi (section 7.2.3) ;
- la détermination des conditions aux limites pour la résolution de l'équation de variance (section 7.2.4) ;
- l'implémentation pratique de l'algorithme et la définition d'un opérateur statistique adapté à des écoulements transitoires (section 7.2) ;
- une validation et des résultats numériques issus de la résolution de l'équation de transport de variance (dans sa version bas-Reynolds) afin d'appréhender l'effet du nombre de Prandtl et du nombre de Reynolds sur l'amplitude des fluctuations en proche paroi et sur les différents termes du bilan de l'équation de variance (section 7.3) ;

## 7.2 Principe général du modèle

L'approche proposée consiste en la résolution simultanée de deux équations instationnaires : une équation de couche limite thermique et une équation de transport de variance de température (7.18) sur un maillage 1-D. Ce maillage s'étend localement de la paroi au premier point de calcul de la température (voir figure 7.1) et joue le même rôle que dans le modèle de paroi développé par Balaras *et al.* [5] pour la dynamique (présenté à la page 43).

Un schéma général à la figure 7.2 montre les différentes étapes de résolution du modèle, du traitement des champs basses et hautes fréquences à la reconstruction finale du champ à la paroi.

- Le signal instationnaire  $T_{LES}(t)$  à la première maille de calcul est décomposé en une partie moyenne  $\tilde{T}_{LES}(t)$  et une partie fluctuante  $T'_{LES}(t)$  (point 1 du schéma).
- La composante moyenne (partie gauche du schéma 7.2) est transportée du premier point de calcul jusqu'à la paroi en résolvant l'équation instationnaire de couche limite thermique turbulente par l'équation (7.25) (point 2 du schéma). La condition à la limite de paroi pour cette équation correspond au flux moyen enregistré à l'interface fluide/solide.

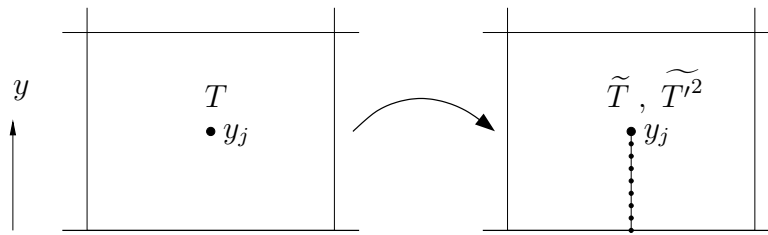


FIG. 7.1 – Maillage proche paroi pour la modélisation basée sur la résolution de l'équation de variance et champs résolus sur le maillage 1-D.

La résolution de l'équation (7.25) permet d'obtenir la valeur de la température moyenne à la paroi  $\tilde{T}_w(t)$ .

- La fluctuation extraite (partie droite du schéma) va permettre d'estimer la variance de température au premier point de calcul LES et servir de condition à la limite supérieure pour la résolution de l'équation de variance avec une condition de flux de variance nul à la paroi (point 3 du schéma). Cette résolution permet d'avoir une valeur pour la variance pariétale dans le cas idéal  $\tilde{q}_w^\phi(t)$  et par l'équation (7.27) permettre de calculer la variance dans le cas couplé  $\tilde{q}_w^K(t)$  (point 4 du schéma). La fluctuation instantanée à la paroi  $T'_w(t)$  est alors calculée par l'équation (7.27) (point 5 du schéma).
- Finalement, la température imposée à l'interface fluide/solide est la superposition des deux composantes moyennes et fluctuantes découlant de l'équation de couche limite thermique et de l'équation de transport de variance (point 6 du schéma).

L'avancée temporelle des deux équations se fait grâce à un schéma d'Euler explicite. Les termes diffusifs sont évalués par différences centrées.

On rappelle à ce stade deux niveaux d'hypothèses sous-jacentes au modèle pour lequel on fait l'hypothèse que dans le cas d'une fluctuation basse fréquence superposée à une turbulence de couche limite :

- les modèles de parois classiques sauront transmettre le signal basse fréquence et trouver le transfert thermique associé ;
- l'équation de transport de la variance (énergie contenue dans la partie fluctuante) basée sur une dynamique de couche limite attachée turbulente saura transmettre le niveau de variance calculé jusqu'à la paroi, même si cette couche limite est localement affectée par le passage de perturbations basses fréquences.

### 7.2.1 Décomposition du signal (Etape 1)

[Ce paragraphe se rapporte à l'Etape1 du schéma 7.2]

Afin de résoudre l'équation de transport de variance de température, il faut définir des conditions aux limites à la paroi ainsi qu'au premier point de calcul. Pour cela, on doit fournir une estimation de la valeur de la variance  $\tilde{q}$ . D'autre part, le forçage des fluctuations de température à l'interface fluide/solide doit faire intervenir une estimation des fluctuations au premier point de calcul ainsi qu'une estimation du champ de température moyenne. La solution retenue ici repose sur la définition d'un opérateur de moyennage (filtrage)  $\mathcal{G}$  défini par :  $\tilde{T} = \mathcal{G} * T$  et tel que :

$$\tilde{T}_n = \gamma T_n + (1 - \gamma) \tilde{T}_{n-1} \quad (7.1)$$

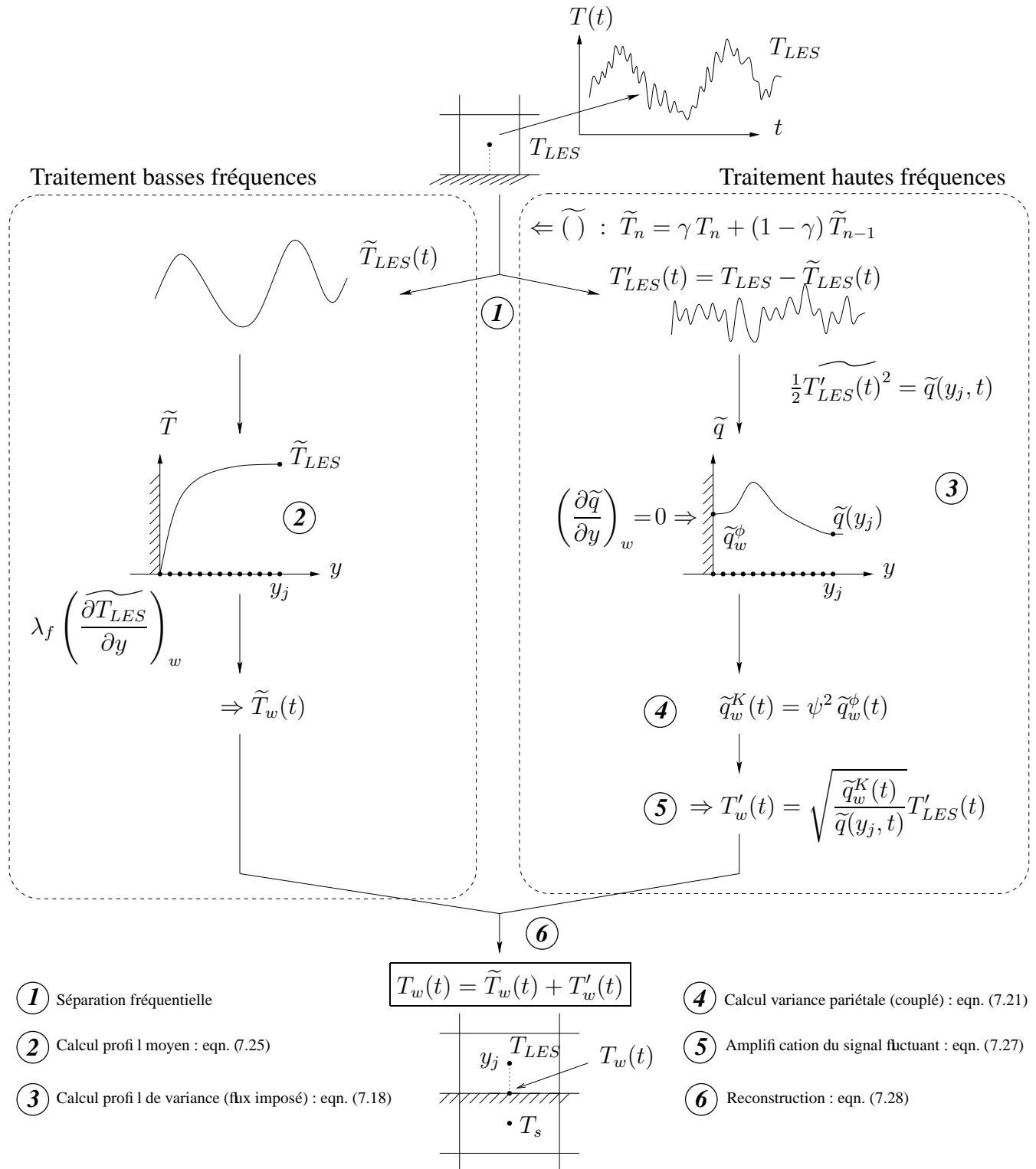


FIG. 7.2 – Etapes de résolution et principe du modèle proposé.

avec  $\gamma < 0.5$ .  $T_n$  et  $T_{n-1}$  sont les termes d'une suite représentant les valeurs instantanées de température à différents temps  $n$  et  $n - 1$ .  $\mathcal{G}$  est appelé *lissage exponentiel simple* (*exponential smoothing*). Il est alors possible de définir un champ filtré (moyen) et un champ fluctuant dont la somme représente le champ total résolu :

$$T = \tilde{T} + T'$$

Une des propriétés de l'opérateur  $\mathcal{G}$  réside dans le fait que lorsque  $\gamma \rightarrow 1$ ,  $\mathcal{G} \rightarrow Id$  et  $\tilde{T}_n = T_n$ .

Y. Benarafa [8] a calculé (dans le cadre de l'application au couplage RANS/LES) le module de la fonction de transfert  $\psi(\gamma, f)$  associé au filtre  $\mathcal{G}$  donné par :

$$|\psi(\gamma, f)| = \frac{\gamma}{(1 + (1 - \gamma)^2 - 2(1 - \gamma) \cos(2\pi f \Delta t))^{1/2}} \quad (7.2)$$

On peut définir la « fréquence de coupure »  $f_c$  qui correspond à la fréquence pour laquelle un certain pourcentage  $p$  (ici pris égal à 95%) du signal est atténué pour une valeur de  $\gamma$  donnée :

$$p = \frac{\gamma}{(1 + (1 - \gamma)^2 - 2(1 - \gamma) \cos(2\pi f_c \Delta t))^{1/2}} \quad (7.3)$$

La figure 7.3 donne en fonction de  $\gamma$  la valeur du produit  $f_c \Delta t$  pour une valeur de  $p = 0.95$ . Ainsi pour  $\gamma = 0.01$  et un pas de temps (considéré constant)  $\Delta t = 10^{-4} s$ , le lissage du signal s'effectue approximativement jusqu'à une fréquence de coupure de  $f_c = 5.3 Hz$ .

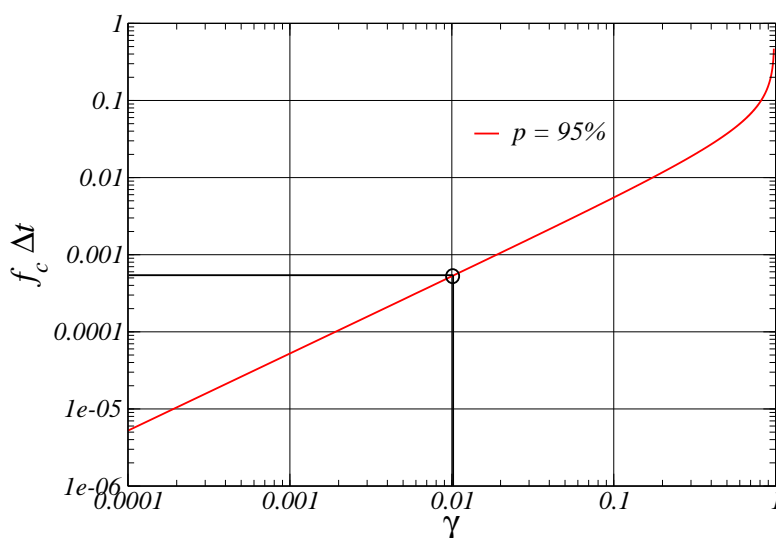


FIG. 7.3 – Estimation de la fréquence de coupure  $f_c$  en fonction de  $\gamma$  et  $\Delta t$  pour  $p = 0.95$ .

Il est clair que le filtre  $\mathcal{G}$  associé à une valeur de  $\gamma$  n'est pas un filtre droit et que théoriquement tout le spectre fréquentiel est affecté par le filtrage de  $\mathcal{G}$ . Cependant, comme il le sera montré plus tard, ce sont majoritairement les hautes fréquences qui sont filtrées. Dans ce travail et d'une manière préliminaire, on fait l'hypothèse que ce sont ces hautes fréquences qui sont représentatives de la dynamique de la couche limite par rapport à de plus basses fréquences pouvant résulter d'un « forçage » ou d'une dynamique extérieure à la couche limite. Le but est donc de trouver pour une application donnée une valeur de  $\gamma$  permettant de filtrer le plus possible les hautes fréquences et de laisser intactes les basses fréquences qui ne sont pas associées à une dynamique de couche limite.

## 7.2.2 Fluctuations de température à l'interface fluide/solide

Kasagi [42] a introduit un paramètre adimensionnel  $R$  afin de caractériser le comportement des fluctuations de température à l'interface fluide/solide suivant la valeur de  $K$ . Celui-ci est donné par le rapport à la paroi de l'amplitude des fluctuations de température  $T_{rms}^K$  (pour une valeur de  $K$  donnée) dans le cas couplé fluide/solide sur l'amplitude des fluctuations de température pour une paroi à flux de chaleur imposé  $T_{rms}^\phi$  dans les mêmes conditions d'écoulement (même Reynolds) [42] [97] :

$$R = \frac{T_{rms}^K}{T_{rms}^\phi} \quad (7.4)$$

Kasagi *et al.* [42] et Tiselj *et al.* [97] montrent que cette valeur de  $R$  devient constante et ne dépend plus que de  $K$  lorsque l'épaisseur de solide  $d^{++}$  augmente et tend vers un solide semi-infini. Ces auteurs ne donnant pas d'indication sur la valeur théorique de  $R$  dans ce cas limite, on propose ci-dessous une évaluation de  $R$  dans le cas particulier d'un fluide en contact avec un solide semi-infini. Ce résultat va être nécessaire à l'évaluation de l'amplitude des fluctuations de température à la paroi dans le cas couplé fluide/solide.

Considérons un milieu semi-infini  $s$  (solide) défini par :  $y \in ]-\infty; 0]$  et un milieu  $f$  défini par :  $y \in [0; L]$  et régit par une équation de diffusion de la chaleur en négligeant les termes de convection (fluide au repos). Les propriétés thermodynamiques telles que l'effusivité  $b$ , la conductivité  $\lambda$  et la diffusivité  $\alpha$  seront désignées par l'indice correspondant au milieu. La figure 7.4 présente le cas analytique étudié.

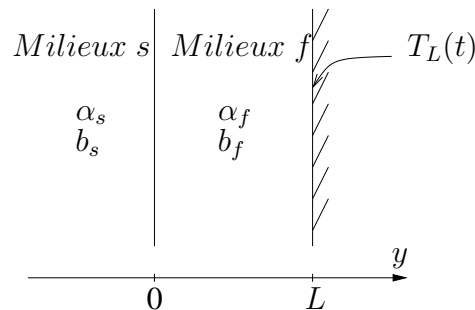


FIG. 7.4 – Domaine mono-dimensionnel du problème pour l'évaluation de  $R$  dans le cas d'un solide semi-infini.

Un signal instationnaire  $T_L(t)$  quelconque est imposé à une distance  $y = L$  au milieu  $f$ . La transformée de Laplace de  $T_L(t)$  s'écrit  $\mathcal{T}_L(p)$  et est définie par :

$$\mathcal{T}_L(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} T_L(t) dt$$

La transformée de l'équation de diffusion devient alors [85] :

$$\frac{\partial T}{\partial t}(y, t) = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad \mapsto \quad \frac{p}{\alpha} \mathcal{T}(y, p) = \frac{d^2 \mathcal{T}}{dy^2} \quad (7.5)$$

La solution générale de l'équation (7.5) est donnée par le système d'équations suivant :



$$\begin{cases} \mathcal{T}_s = A_s e^{k_s y} + B_s e^{-k_s y} \\ \mathcal{T}_f = A_f e^{k_f y} + B_f e^{-k_f y} \end{cases}$$

où  $\mathcal{T}_s$  et  $\mathcal{T}_f$  sont les transformées de Laplace des solutions dans chaque milieu et où [85] :

$$k_s = \sqrt{\frac{p}{\alpha_s}} \quad \text{et} \quad k_f = \sqrt{\frac{p}{\alpha_f}}$$

Les conditions aux limites du problème désigné ci-dessus sont :

$$\begin{cases} y = 0 : & \lambda_s \frac{d\mathcal{T}_s}{dy} = \lambda_f \frac{d\mathcal{T}_f}{dy} \\ y = 0 : & \mathcal{T}_s = \mathcal{T}_f \\ y = L : & \mathcal{T}_f = \mathcal{T}_L(p) \\ y \rightarrow -\infty : & \mathcal{T}_s \quad \text{reste fini} \end{cases}$$

La résolution du système linéaire conduit à la détermination des constantes du problème dans le milieu  $f$  :

$$A_f = -\mathcal{T}_L \frac{(b_s + b_f)}{(b_s - b_f)e^{-k_f L} - (b_s + b_f)e^{k_f L}}$$

$$B_f = \mathcal{T}_L \frac{(b_s - b_f)}{(b_s - b_f)e^{-k_f L} - (b_s + b_f)e^{k_f L}}$$

Considérons à présent le même domaine  $f$ , soumis au même signal  $T_L$  en  $y = L$  (voir figure 7.4), mais ayant un flux imposé (nul) en  $y = 0$ . Notons  $\mathcal{T}^\phi$  la transformée de Laplace de la solution du champ de température instationnaire. Il s'ensuit que les conditions aux limites définissant le problème s'écrivent :

$$\begin{cases} y = 0 : & \frac{d\mathcal{T}^\phi}{dy} = 0 \\ y = L : & \mathcal{T}^\phi = \mathcal{T}_L(p) \end{cases}$$

La résolution du système ci-dessus donne :

$$A^\phi = B^\phi = \frac{\mathcal{T}_L}{e^{-k_f L} + e^{k_f L}}$$

En considérant le rapport à tout instant des deux signaux de température des deux problèmes à l'interface fluide/solide en  $y = 0$ , on obtient :

$$\frac{\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}^\phi} = \frac{b_f (e^{k_f L} + e^{-k_f L})}{(b_s + b_f)e^{k_f L} + (b_f - b_s)e^{-k_f L}}$$

Si l'on considère que  $L$  est suffisamment grand, on obtient finalement :

$$\boxed{\frac{\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}^\phi} \simeq \frac{b_f}{b_s + b_f} = \frac{K}{K + 1} = \psi, \quad \forall p, \mathcal{T}_L} \quad (7.6)$$

Ce résultat suggère que (dans la limite où l'on néglige les termes de convection dans le domaine fluide) :

- pour un signal de forçage  $T_L(t)$  quelconque,
- en considérant toutefois que ce forçage s'effectue suffisamment loin de l'interface fluide/solide,
- et dans le cas d'un solide semi-infini,

les fluctuations de température à la paroi pour un problème couplé fluide/solide peuvent être déduites des fluctuations obtenues pour un calcul à flux imposé par la relation :

$$\boxed{T_{rms}^K = \psi T_{rms}^\phi} \quad (7.7)$$

Dans la pratique, la façon de déterminer le problème à flux imposé équivalent au cas couplé est illustrée à la figure 7.5. Le problème de gauche représente le problème couplé avec une paroi d'épaisseur  $d$ . On se place dans le cas le plus général : un terme source de dégagement de puissance volumique  $Q$  est présent dans le solide et un flux de chaleur surfacique (nul ou non)  $\Phi_w$  est présent du côté opposé au fluide.

La figure de gauche représente le cas à flux imposé équivalent où l'on considère une paroi idéale soumise à un flux de chaleur surfacique  $\Phi'_w$  équivalent et donné par :  $\Phi'_w = Q d + \Phi_w$

Le problème de gauche représente le cas réel présentant un niveau de fluctuations de température à l'interface fluide/solide  $T_{rms}^K$ . Le problème de droite quant à lui reflète le problème idéal à flux imposé pour lequel les fluctuations de température à l'interface fluide/solide sont  $T_{rms}^\phi$ .

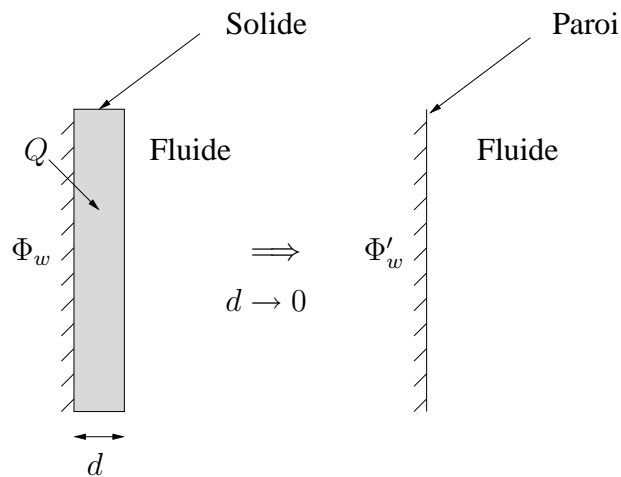


FIG. 7.5 – Illustration de la méthodologie permettant de trouver le problème à flux imposé « équivalent » au problème couplé.

On remarque que :

- lorsque  $K \rightarrow \infty \Rightarrow \psi \rightarrow 1$ . Les fluctuations de température sont alors maximales à la paroi : le solide n'oppose aucune résistance aux fluctuations provenant des transferts de chaleur turbulents dans le fluide.
- lorsque  $K \rightarrow 0 \Rightarrow \psi \rightarrow 0$ . Les fluctuations de température deviennent nulles à la paroi qui tend à se comporter comme une paroi isotherme.

L'hypothèse d'un milieu solide semi-infini dans le cadre d'écoulements industriels peut-être justifiée par les travaux de Kasagi *et al.* [42] en 1989 et Tiselj *et al.* [97] en 2001. Ces auteurs ont montré que pour des épaisseurs de parois supérieures à  $d^{++} \simeq 50$  (pour des Prandtl de l'ordre

de 0.71 et 7), le rapport  $R$  tend vers une valeur asymptotique dépendant uniquement de  $K$ , à savoir (d'après nos calculs) vers  $\psi$ .

On peut a priori voir une contradiction entre l'hypothèse considérant que  $L$  est grand et le fait de négliger les termes convectifs, c'est à dire en ne décrivant le milieu fluide que par une équation de diffusion (éventuellement assimilable à la zone dominée par la diffusion -  $Pr y^+$  faible). Cependant, les essais rassemblés et effectués semblent supporter la pertinence du modèle proposé pour  $R$ . Ainsi, le résultat analytique donné par l'équation (7.7) est clairement vérifié pour tous les cas présentés par ces deux auteurs [42] [97]. On rassemble sur les figures 7.6(a) et 7.6(b) les données de DNS de Tiselj *et al.* publiées dans l'article [97], confirmant le résultat obtenu à l'équation 7.7.

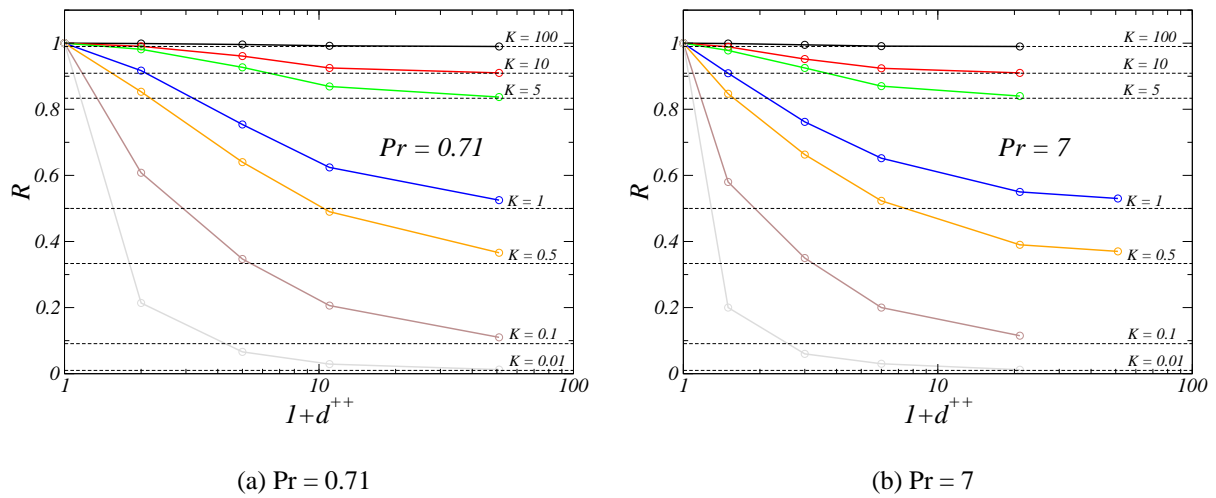


FIG. 7.6 – Rapport  $R$  en fonction de l'épaisseur de solide  $d^{++}$  et du rapport d'activité thermique  $K$  tiré de Tiselj *et al.* [97] (figures 10.(a) et 10.(b), p. 856 ). Les traits pointillés horizontaux représentent les valeurs asymptotiques correspondantes de  $\psi$ .

### 7.2.3 Equation de transport de la variance de température

La variance de température est définie comme :  $\tilde{q} = \frac{1}{2} \widetilde{T'^2}$  où  $(\widetilde{\quad})$  représente une moyenne statistique [18].

#### 7.2.3.1 Dérivation de l'équation de transport

L'équation de transport de  $\tilde{q}$  se dérive classiquement des équations du champ de température total  $T$  (équation (1.7)) et de celui de sa valeur moyenne  $\tilde{T}$  :

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{T}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \alpha_f \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} - \widetilde{u'_i T'} \right] \quad (7.8)$$

En soustrayant l'équation (7.8) de (1.7), on obtient l'équation de transport des fluctuations  $T'$  et en multipliant cette dernière équation par  $\frac{1}{2} T'$  et en lui ré-applicant la moyenne statistique

(7.8), on obtient finalement l'équation de transport de la variance de température (voir Schiestel [89]) :

$$\frac{\partial \tilde{q}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{q}}{\partial x_i} = \underbrace{-\tilde{u}_i' \tilde{T}' \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i}}_{(a)} - \underbrace{\tilde{u}_i' \frac{\partial \tilde{q}}{\partial x_i}}_{(b)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha_f \frac{\partial \tilde{q}}{\partial x_i} \right)}_{(c)} - \underbrace{\alpha_f \left( \frac{\partial \tilde{T}'}{\partial x_i} \right)^2}_{(d)} \quad (7.9)$$

dans laquelle on identifie les termes suivants :

- (a) Production
- (b) Diffusion turbulente
- (c) Diffusion moléculaire
- (d) Dissipation :  $-\varepsilon_{\tilde{q}}$

### 7.2.3.2 Fermeture dans le cas restreint d'une couche limite pariétale turbulente

Le terme de production par action des gradients de scalaire moyen sur la turbulence est généralement modélisé par le biais d'une diffusivité turbulente de la façon suivante [89] :

$$-\tilde{u}_i' \tilde{T}' \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} = \alpha_t \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} \quad (7.10)$$

Le terme de diffusion turbulente nécessitant lui aussi une modélisation fait intervenir les fluctuations de vitesse (au sens RANS du terme) responsables de la diffusion turbulente de variance. Il vient alors naturellement la modélisation suivante faisant elle aussi intervenir la diffusion turbulente [89] :

$$-\tilde{u}_i' \frac{\partial \tilde{q}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha_t \frac{\partial \tilde{q}}{\partial x_i} \right) \quad (7.11)$$

Le dernier terme  $\varepsilon_{\tilde{q}}$  de dissipation est quant à lui plus délicat à modéliser. En faisant l'hypothèse qu'il existe un rapport  $R_q = \tau_\theta / \tau_u$  constant (voir *eg.* Jimenez *et al.* [39]) entre échelles de temps du champ dynamique ( $\tau_u = k/\varepsilon$ ) et du champ de température ( $\tau_\theta = \tilde{q}/\varepsilon_{\tilde{q}}$ ), l'expression suivante peut-être écrite :

$$\varepsilon_{\tilde{q}} = \frac{\varepsilon}{k} \frac{\tilde{q}}{R_q} \quad (7.12)$$

$k$  étant l'énergie cinétique turbulente du champ dynamique et  $\varepsilon$  représentant la dissipation de l'énergie cinétique turbulente :

$$k = \frac{1}{2} \tilde{u}_i' u_i' \quad \text{et} \quad \varepsilon = \nu \left( \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right)$$

La valeur de  $R_q$  peut être déterminée par des données expérimentales. On peut montrer [89] que la décroissance des fluctuations de vitesse et de température derrière une grille chauffée suivent une loi puissance. La plupart des expériences de décroissance de turbulence de grille suggèrent que  $k \propto x^{-m}$ , où  $x$  est la distance exprimée à partir de la grille avec  $1.15 \leq m \leq 1.4$ . De même, les études de Lin *et al.* (1973) montrent que la décroissance de variance de température suit la loi  $\tilde{q} \propto x^{-n}$ , le rapport des deux constantes étant précisément égal à  $R_q$ .

On peut aussi vérifier [45] que la valeur de  $R_q$  tend vers  $Pr$  à la paroi, ce qui a priori laisse penser à une modélisation de  $R_q$  fonction du nombre de Prandtl. Cependant, Kasagi *et al.* [43] dans leur étude de canal plan périodique anisotherme par simulation numérique directe à  $Re_\tau = 150$  et  $Pr = 0.71$  montrent (figure 11 de l'article [43]) que  $R_q$  varie faiblement entre la paroi et le centre du canal (entre 0.71 et 0.65) et atteint un maximum de 0.8 à  $y^+ \simeq 20$ . Toujours par simulation numérique directe, Kawamura *et al.* [45] montrent que le rapport  $R_q$  évolue entre 0.71 et 0.35 pour des écoulements turbulents de Poiseuille et de Couette à  $Re_\tau = 180$  et  $Pr = 0.71$ .

D'après Beguier, Dekeyser et Launder (1978) [7], une valeur correcte de  $R_q$  semble être proche de 0.5 pour un grand nombre d'écoulements libres ou pariétaux : ce sera la valeur adoptée par la suite puisqu'on rappelle que l'on s'intéresse au cas restreint de la couche limite turbulente pariétale.

En faisant l'hypothèse d'équilibre (la production est égale à la dissipation), on peut écrire la relation donnant la dissipation en fonction du tenseur des taux de déformations par :

$$\varepsilon = 2\nu_t \widetilde{S}_{ij} \widetilde{S}_{ij} \quad (7.13)$$

Dans le cas d'un écoulement cisailé simple de couche limite (de vitesse  $u$  dans la direction principale de l'écoulement et orientée suivant la normale à la paroi  $y$ ) pour lequel la contrainte totale est constante et égale à  $u_\tau^2$  [18] on a la relation :

$$\sqrt{2\widetilde{S}_{ij}\widetilde{S}_{ij}} = \|S\| = \left| \frac{\partial \widetilde{U}}{\partial y} \right| = \frac{u_\tau^2}{\nu + \nu_t}$$

De plus en utilisant l'équation (1.40) donnant l'expression de la viscosité turbulente [54] :

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (7.14)$$

avec  $C_\mu = 0.09$  [54], l'expression d'une modélisation possible pour la dissipation de variance de température est donnée par :

$$\boxed{\varepsilon_{\widetilde{q}} = \sqrt{C_\mu} \|S\| \frac{\widetilde{q}}{R_q}} \quad (7.15)$$

Cependant, une formulation bas Reynolds doit être adoptée afin de modéliser le terme de dissipation puisque les considérations ayant permis d'obtenir la relation (7.15) sont valables loin de la paroi dans une zone de turbulence plus homogène qu'en proche paroi (écoulement fortement anisotropique), zone qui nous intéresse plus particulièrement. Pour pallier ce problème, on introduit une fonction d'amortissement. Celle-ci permet de retrouver à la paroi le bon comportement pour la dissipation qui doit être égale à la diffusion moléculaire de variance à la paroi, notée  $\varepsilon_{\widetilde{q}_w}$ , et donnée par :

$$\varepsilon_{\widetilde{q}_w} = \alpha_f \left( \frac{\partial^2 \widetilde{q}}{\partial y^2} \right)_w$$

Dans le cadre de cette thèse, nous proposons une variante bas-Reynolds (en introduisant une fonction d'amortissement  $f$ ) du modèle de dissipation de température  $\varepsilon_{\widetilde{q}}$  qui sera finalement calculée par l'équation suivante :

$$\boxed{\varepsilon_{\widetilde{q}} = f \varepsilon_{\widetilde{q}_w} + (1 - f) \sqrt{C_\mu} \|S\| \frac{\widetilde{q}}{R_q}} \quad (7.16)$$

$$f = \frac{1 + \tanh[A(30 - y^+)]}{2}, \quad A = 0.08 \quad (7.17)$$

En négligeant les termes de convection dans le membre de gauche de l'équation (7.9), l'équation de transport de variance de température (pour une couche limite orientée suivant la normale à la paroi  $y$ ) sera finalement présentée et utilisée sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \tilde{q}}{\partial t} = \alpha_t \frac{\partial \tilde{T}}{\partial y} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\alpha_f + \alpha_t) \frac{\partial \tilde{q}}{\partial y} \right] - \varepsilon_{\tilde{q}} \quad (7.18)$$

Peu d'auteurs se sont attachés à l'étude de cette équation de transport et à la modélisation de ses termes de fermeture. R. Schiestel [89] insiste d'ailleurs sur l'état « embryonnaire » du développement d'équations de transport pour sa résolution ainsi que des constantes intervenant dans les modèles proposés, comme par exemple le rapport des échelles temporelles entre le champ dynamique et le champ scalaire.

#### 7.2.4 Conditions aux limites

Si l'on désire résoudre une équation de transport pour la variance de température en proche paroi, il est nécessaire de définir les conditions aux limites appropriées pour la variance à la paroi, compatibles avec les conditions aux limites pour le champ de température.

Dans le cas d'une paroi isotherme, la condition de variance nulle vient tout naturellement. En considérant une paroi dont la normale est située suivant  $y$  et à une position  $y = 0$ , on pose :

$$\tilde{q}_w = 0 \quad (7.19)$$

Dans le cas d'une paroi à flux imposé  $\phi_w$ , une condition à la limite non triviale doit être déduite. En partant de l'équation définissant le champ moyen et le champ fluctuant :

$$\frac{\partial T'}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{T}}{\partial y}$$

et en multipliant l'équation ci-dessus par  $T'$ , on obtient :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial T'^2}{\partial y} = T' \left( \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{T}}{\partial y} \right)$$

A la paroi, un flux de chaleur constant  $\phi_w$  est imposé de telle sorte que :

$$\frac{\phi_w}{\lambda_f} = \left( \frac{\partial \tilde{T}}{\partial y} \right)_w = \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_w$$

conduisant donc à la relation ci-dessous :

$$\left( \frac{\partial T'^2}{\partial y} \right)_w = 0$$

Finalement, dans le cas d'une condition à la limite de flux imposé, la condition limite correspondante à l'équation de variance de température est une condition de flux nul :

$$\boxed{\left(\frac{\partial \tilde{q}}{\partial y}\right)_w = 0} \quad (7.20)$$

Ayant déterminé les conditions aux limites dans les deux cas idéaux (isotherme et flux imposé), il est possible de considérer maintenant la condition limite dans le cas d'un couplage fluide avec un solide, dont le rapport d'activité thermique est donné par  $K$ . La méthode proposée consiste à calculer dans un premier temps la variance de température à la paroi  $\tilde{q}_w^\phi$  dans le cas d'une condition de flux imposé et de faire appel à la relation (7.7) afin de calculer la valeur de  $\tilde{q}_w^K$  à imposer à l'interface fluide/solide par la relation :

$$\boxed{\tilde{q}_w^K(t) = \psi^2 \tilde{q}_w^\phi(t)} \quad (7.21)$$

On note  $j$  l'indice du dernier point sur le maillage 1D :  $y_j$  désigne donc la position du premier point de calcul de température dans le domaine de calcul LES (voir figure 7.1). La condition limite supérieur en  $y_j$  pour l'équation de variance est donnée par l'estimation des fluctuations provenant du lissage du signal en  $y_j$  :

$$\boxed{\tilde{q}(y_j, t) = \frac{1}{2} \widetilde{T'^2}(y_j, t) = \frac{1}{2} \widetilde{(T - \tilde{T})^2}(y_j, t)} \quad (7.22)$$

En ce qui concerne l'équation du profil moyen,  $\tilde{T}$ , les conditions aux limites en  $y_j$  et à la paroi sont données respectivement par :

$$\boxed{\tilde{T}(y_j, t) = \widetilde{T}_{LES}(y_j, t) \text{ et : } \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial y}\right)_w(t) = \left(\frac{\partial \widetilde{T}}{\partial y}\right)_{w,LES}(t)} \quad (7.23)$$

$T_{LES}$  étant la température instantanée résolue dans le maillage grossier LES au premier point de calcul.

*Notons ici que l'hypothèse ayant permis de dériver certaines équations présentées ci-dessus est basée sur l'idempotence du filtre  $\mathcal{G}$  qui n'est a priori pas vérifiée dans notre cas :*

$$\tilde{\tilde{T}} \neq \tilde{T} \text{ et : } \tilde{T}' \neq 0$$

*Cependant, cette hypothèse ne semble pas être un facteur limitant de la modélisation puisque dès le départ l'opérateur  $\mathcal{G}$  a été défini pour faire une estimation des grandeurs associées au champ fluctuant (fluctuation instantanée, variance) et non pas une détermination de ces grandeurs au sens statistique du terme. Toutefois, on a vérifié que cet opérateur permettait de trouver des fluctuations à moyenne nulle dans les cas considérés.*

## 7.2.5 Evolution du champ de température moyen (filtré) (Etape 2)

[Ce paragraphe se rapporte à l'Etape2 du schéma 7.2]

Le maillage 1-D (avec une discrétisation suivant la direction normale à la paroi  $y$  proche de  $\Delta y^+ \simeq 1$ ) permet tout d'abord la résolution de l'évolution temporelle de la diffusion turbulente

de la température en prenant pour modèle de turbulence un modèle de longueur de mélange pour  $\alpha_t$  (tout comme dans Balaras *et al.* [5] pour  $\nu_t$ ) donné par :

$$\boxed{\alpha_t(y) = \chi y u_\tau D(y) / Pr_t} \text{ avec : } \begin{cases} D(y) &= [1 - \exp(-y^+/A)]^2 \\ \chi &= 0.415 \text{ (constante de Von Karman)} \\ Pr_t &= 0.9 \\ A &= 19 \end{cases} \quad (7.24)$$

et introduit dans l'équation suivante :

$$\boxed{\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\alpha + \alpha_t) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial y} \right]} \quad (7.25)$$

Les conditions aux limites satisfaites par l'équation ci-dessus sont données par les relations (7.23). Le profil de  $\tilde{T}$  obéissant à une modélisation RANS de la turbulence, son profil de couche limite thermique fluctue en accord avec les basses fréquences non-filtrées par l'opérateur  $\mathcal{G}$  et contenues dans  $\tilde{T}_{LES}$ . Cependant, ces fluctuations basses fréquences ne sont a priori pas représentatives d'échelles temporelles associées à la couche limite turbulente et ne sont pas filtrées par la modélisation RANS : comme l'ont montré Benarafa ou Labourasse [53], une modélisation RANS instationnaire de la turbulence permet de tenir compte d'écoulements oscillants à de basses fréquences.

Ainsi, si des fluctuations « hautes fréquences » provenant des effets de couche limite et de cisaillement turbulent (phénomènes non-linéaires) parviennent à l'équation d'évolution de  $\tilde{T}$  (c'est à dire si l'effet du moyennage est faible), elles connaîtront une atténuation importante du fait de la modélisation : Benarafa *et al.* [9] ont observé des profils de fluctuations de vitesse décroissant de façon monotone dans le maillage TBLE, sans aucun « pic ». A l'inverse, si l'on considère des fluctuations de température basse fréquence provenant par exemple d'instabilités hydrodynamiques (eg. Kelvin-Helmoltz) ou de battements, celles-ci devraient être prises en compte de façon réaliste par la modélisation introduite par l'équation (7.25) (cette réflexion s'appuie sur les simulations réalisées par Benarafa *et al.* [9] et Labourasse *et al.* [53] sur des configurations de canal isotherme pulsé).

### 7.2.6 Evolution de la variance de température (Etapas 3 et 4)

[Ce paragraphe se rapporte aux *Etapas 3 et 4* du schéma 7.2]

L'équation instationnaire de transport de la variance de température (7.18) est résolue sur le même maillage 1-D afin d'évaluer le profil de variance (quantité positive) associé au profil de température  $\tilde{T}(y)$  découlant de la résolution de l'équation (7.25).

On résout l'équation de variance pour une condition de flux imposée à la paroi, ce qui permet d'obtenir la valeur de la variance à la paroi  $\tilde{q}_w^\phi$  pour une condition de flux imposé. Une fois cette valeur calculée, on remonte à la valeur de la variance pour le cas réel fluide/solide couplé par la relation (7.21) afin d'obtenir  $\tilde{q}_w^K$

### 7.2.7 Reconstruction du champ de température à la paroi (Etapas 5 et 6)

[Ce paragraphe se rapporte aux *Etapas 5 et 6* du schéma 7.2]



Le problème réside maintenant dans la façon de déterminer la valeur de la fluctuation instantanée à la paroi à partir d'une quantité définie positive telle que la variance. Pour se faire, on se base sur l'approche suivante en considérant un signal  $f_1(t)$  ayant pour variance  $v_1$  sur un intervalle de temps donné. Si l'on souhaite obtenir un signal  $f_2(t)$  ayant pour variance  $v_2$  sur le même intervalle de temps, une opération permettant de déterminer  $f_2$  en fonction de  $f_1$  peut s'écrire :

$$f_2(t) = \sqrt{\frac{v_2}{v_1}} f_1(t) \quad (7.26)$$

On a considéré ici que la variance des deux signaux restait constante sur l'intervalle de temps donné, sans quoi il n'aurait pas été possible d'établir l'équation ci-dessus. En d'autres termes, on a à nouveau fait l'hypothèse que le filtre  $\widetilde{(\quad)}$  est un projecteur.

La relation (7.26) transcrit en fin de compte l'amortissement ou l'amplification du signal d'origine par un facteur permettant d'obtenir la variance voulue. Elle permet notamment de conserver les mêmes caractéristiques fréquentielles (forme du spectre, phases). Cette opération étant définie, on introduit finalement le calcul de la fluctuation instantanée  $T'_w(t)$  de la façon explicite suivante :

$$T'_w(t) = \sqrt{\frac{\widetilde{q_w^K}}{T_{LES}'^2}} T_{LES}'(t) \quad (7.27)$$

Dans cette approche, les fluctuations à un instant  $t$  sont transportées instantanément de l'altitude  $y_j$  à la paroi sans aucun déphasage temporel, déphasage qui lui est présent lorsque l'on résout l'équation d'évolution de  $\widetilde{T}$ . Ceci constitue une limite de la présente modélisation

La dernière étape consiste à imposer à l'interface fluide/solide la température totale reconstruite à partir du modèle et calculée de cette façon (étape 6 du schéma 7.2) :

$$T_w(t) = \widetilde{T}_w(t) + T'_w(t) \quad (7.28)$$

## 7.3 Etude de sensibilité de la modélisation à divers paramètres

Dans un premier temps, on teste la résolution de l'équation de variance séparément de tout code de calcul ainsi que les différents paramètres intervenants dans le modèle proposé.

### 7.3.1 Effets des nombres de Prandtl et de Reynolds

Dans ce paragraphe, on cherche à quantifier l'erreur commise sur les profils de fluctuations (par rapport à des résultats de simulations) et à dégager quelques tendances (sur l'amplitude des pics de fluctuations, la position du maximum de fluctuations) du modèle d'équation de transport de variance avant de l'introduire dans un code CFD en tant que modèle de paroi. Pour cela, on résout l'équation (7.18) de façon stationnaire, aussi bien à température imposée qu'à flux imposé, en faisant varier le nombre de Reynolds et le nombre de Prandtl. On considère dans ces cas un écoulement de couche limite. On compare le bilan des différents termes de l'équation de variance (7.18) ainsi que les profils de fluctuations de température aux résultats de DNS [14] [45].

Le nombre de Prandtl  $Pr$  varie entre 0.1 et 50 (un seul calcul à haut nombre de Prandtl sera aussi fait à  $Pr = 200$  à des fins de comparaisons). Le nombre de Reynolds turbulent  $Re_\tau$  varie quant à lui de 150 à 50.000.

On présente sur les figures 7.7, 7.8 et 7.9 le bilan des termes de l'équation de variance (7.18) pour trois valeurs de Prandtl (1, 7 et 200) à  $Re_\tau = 600$ . Les données à  $Pr = 1$  et 200 sont comparées aux données de Calmet *et al.* provenant de [14] qui a réalisé des simulations des grandes échelles de canal plan bi-périodique à haut nombre de Schmidt à  $Re_\tau = 640$ . Les courbes sont rendues sans dimensions par  $(T_\tau u_\tau)^2 / \alpha_f$ .

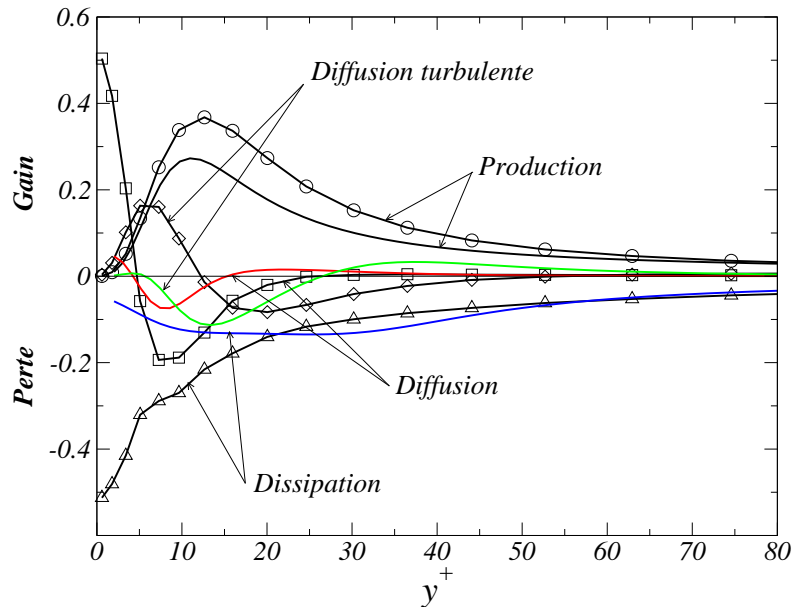


FIG. 7.7 – Bilan de variance de température à  $Pr = 1$  et  $Re_\tau = 600$  dans une couche limite (sur paroi isotherme). Les données obtenues (traits continus) sont comparées aux données LES de Calmet *et al.* [14] à  $Sc = 1$  et  $Re_\tau = 640$  (traits et symboles).

Les résultats issus de la résolution de l'équation de variance sont en assez bon accord avec les résultats disponibles à  $Pr = 1$  et 200. La position du pic de production ainsi que les décalages dus aux variations de Prandtl sont bien pris en compte. On constate une forte dépendance de la position du pic de production  $y^+ \simeq 11$  ([14] :  $y^+ \simeq 12.5$ ) à  $Pr = 1$  et  $y^+ \simeq 1.6$  ([14] :  $y^+ \simeq 2.1$ ) à  $Pr = 200$ .

Cependant, la dissipation à la paroi (qui contrebalance la diffusion moléculaire de variance) est fortement sous-évaluée. Comme on le verra par la suite, l'erreur commise sur la dissipation pariétale n'a toutefois pas de grande incidence sur l'amplitude du maximum de fluctuations, puisqu'elle n'intervient en fait que sur le flux de variance à la paroi. Par contre, la modélisation de  $\varepsilon_{\bar{q}}$  loin de la paroi est cohérente et reproduit correctement l'égalité des termes de production et de dissipation.

On compare à la figure 7.10 les profils de fluctuations adimensionnels de couche limite, dans le cas d'une paroi isotherme. Les résultats sont comparés aux travaux de Kawamura *et al.* [45] qui a réalisé des simulations numériques directes de canal plan anisotherme à différents nombres de Prandtl et de Reynolds. On constate un assez bon accord avec les données provenant des DNS, malgré toutefois une sous-estimation du pic des fluctuations de l'ordre de 15 % dans tous les cas, à l'exception du cas à  $Pr = 0.1$ .

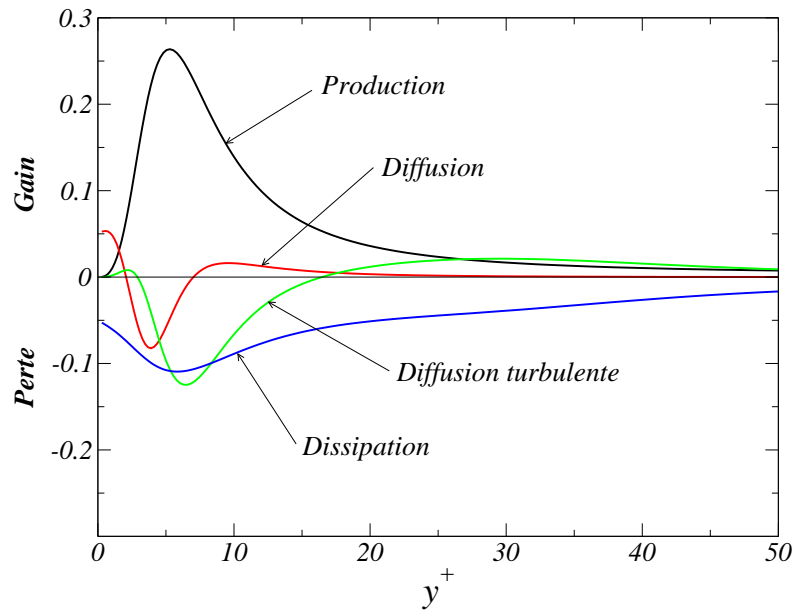


FIG. 7.8 – Bilan de variance de température à  $Pr = 7$  et  $Re_\tau = 600$  dans une couche limite (sur paroi isotherme) adimensionné par  $(T_\tau u_\tau)^2 / \alpha_f$ .

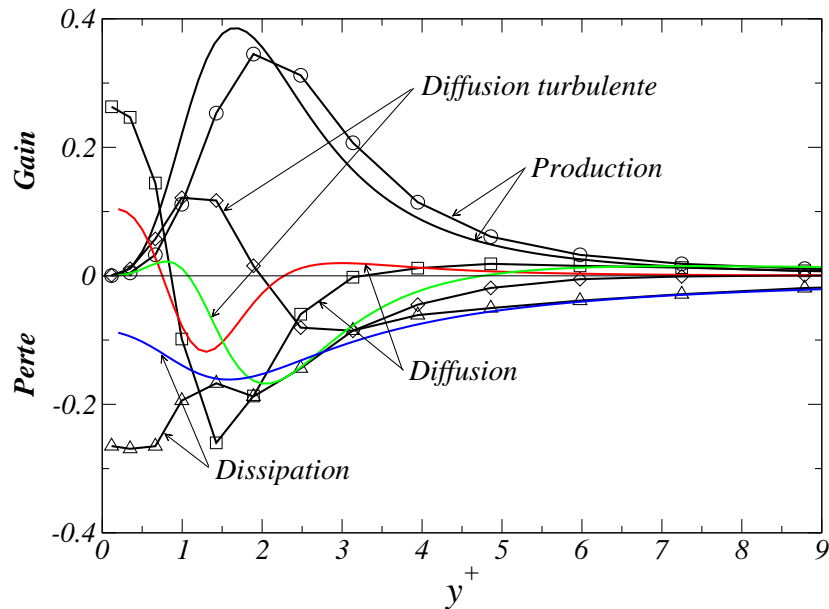


FIG. 7.9 – Bilan de variance de température à  $Pr = 200$  et  $Re_\tau = 600$  dans une couche limite (sur paroi isotherme). Les données obtenues (traits continus) sont comparées aux données LES de Calmet *et al.* [14] à  $Sc = 200$  et  $Re_\tau = 640$  (traits et symboles) adimensionné par  $(T_\tau u_\tau)^2 / \alpha_f$ .

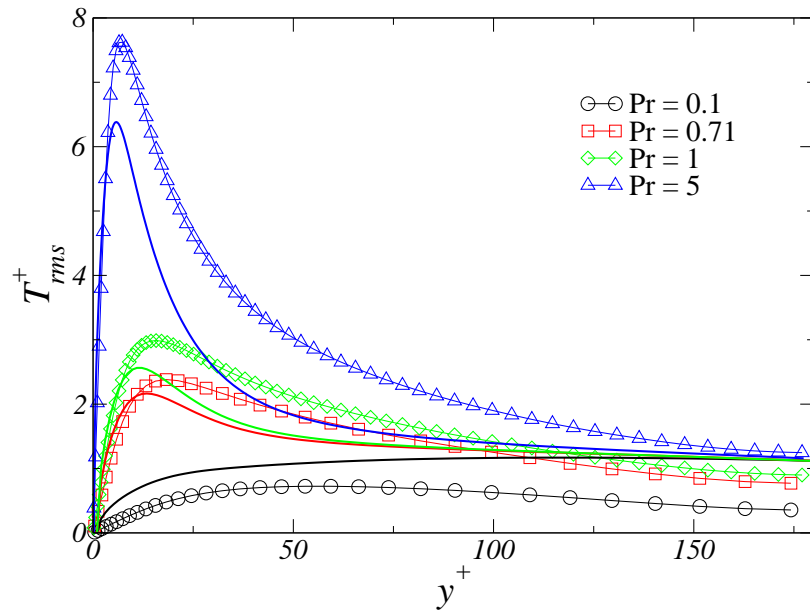


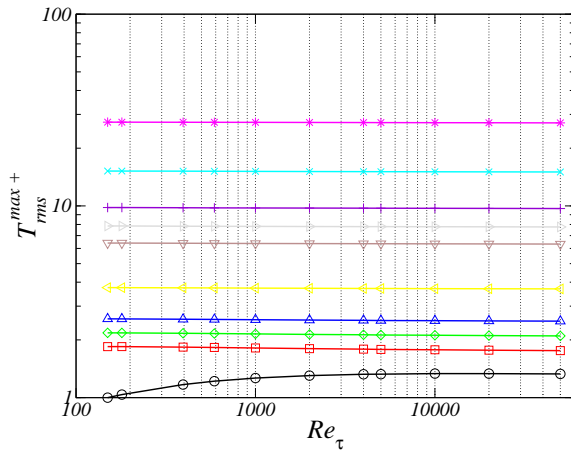
FIG. 7.10 – Profils de fluctuations de couche limite sur une paroi isotherme, adimensionnés par  $T_\tau$ , en fonction du nombre de Prandtl. Traits pleins : résolution de l'équation (7.18) ; Symboles : DNS Kawamura *et al.* [45] à  $Re_\tau = 180$ .

Les abaques représentés figures 7.11(a), 7.11(b), 7.12(a) et 7.12(b) représentent en fonction du nombre de Reynolds turbulent à Prandtl constant :

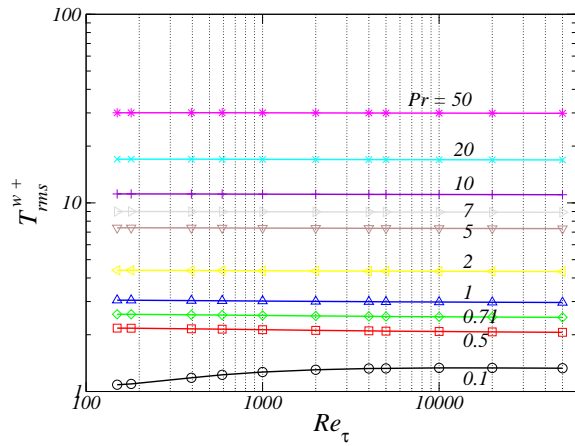
- l'évolution du pic de fluctuations près d'une paroi isotherme adimensionné par la température de frottement  $T_\tau$  - figure 7.11(a) - et par l'écart de température de la couche limite  $\Delta T = T_{extCL} - T_w$  - figure 7.12(a)
- l'évolution de l'amplitude des fluctuations de température à la paroi pour une couche limite sur paroi adiabatique adimensionné par la température de frottement  $T_\tau$  - figure 7.11(b) - et par l'écart de température de la couche limite  $\Delta T = T_{extCL} - T_w$  - figure 7.12(b).

On constate que l'adimensionnement par  $T_\tau$  (figures 7.11(a) et 7.11(b)) permet de retrouver dans ce cadre un comportement autosimilaire en variant le nombre de Reynolds. Par contre, une forte dépendance sur l'amplitude des fluctuations à nombre de Prandtl constant est observée par rapport au nombre de Reynolds lorsque l'on adimensionne les fluctuations par l'écart de température  $\Delta T$  de la couche limite (figure 7.12(a) et 7.12(b)). Ainsi, pour  $Pr = 20$  et dans le cas d'une paroi adiabatique, l'amplitude des fluctuations à la paroi reste à peu près constante autour de 14% de l'écart de température  $\Delta T$  présent dans la couche limite. Par contre, pour une valeur de  $Pr = 1$ , l'amplitude des fluctuations pariétales semble décroître avec l'augmentation du nombre de Reynolds de 16% à faible Reynolds jusqu'à atteindre 9% pour les valeurs les plus élevées dans la gamme de Reynolds investiguée. Le même genre de comportement est aussi observé à la figure 7.12(a) sur l'amplitude du pic des fluctuations pour une paroi isotherme. Ces résultats seront en partie rediscutés au paragraphe 7.4.2 page 160.

Nous aurions souhaité confronter nos résultats à des données de référence de la littérature, mais cela n'a pas pu être réalisé à cause d'un manque de données à ce sujet.

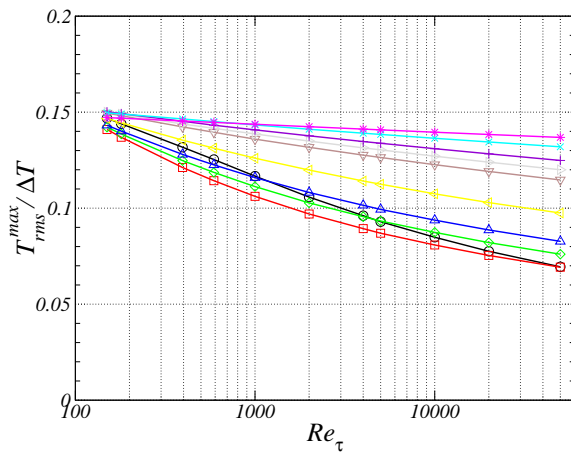


(a) Amplitude du pic de fluctuations de couche limite proche d'une paroi isotherme.

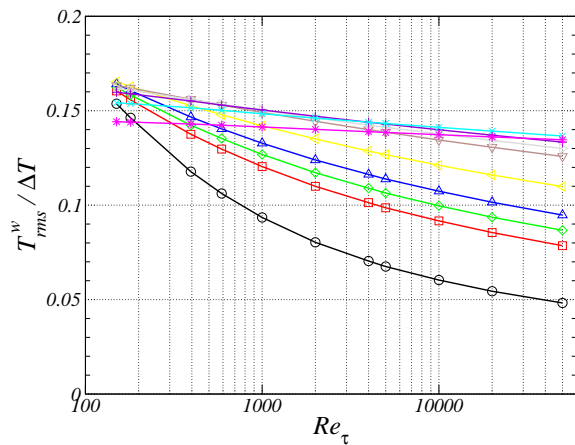


(b) Amplitude des fluctuations pariétales de couche limite pour une paroi adiabatique.

FIG. 7.11 – Evolution des fluctuations de couche limite thermique en proche paroi, en fonction du nombre de Reynolds turbulent et du nombre de Prandtl, adimensionnées par la température de frottement  $T_{\tau}$ .



(a) Amplitude du pic de fluctuations de couche limite proche d'une paroi isotherme.



(b) Amplitude des fluctuations pariétales de couche limite pour une paroi adiabatique.

FIG. 7.12 – Evolution des fluctuations de couche limite thermique en proche paroi, en fonction du nombre de Reynolds turbulent et du nombre de Prandtl, adimensionnées par l'écart de température de couche limite  $\Delta T$  (même légendes que la figure 7.11(b)).

### 7.3.2 Effet de séparation fréquentielle du signal

Un paramètre important de la modélisation proposée réside dans la « séparation » fréquentielle du filtrage introduit par  $\gamma$ . En effet, on souhaite que la moyenne glissante s'opère sur les fréquences associées à la couche limite qui sont (pour un écoulement donné) a priori plus haute fréquence que des éventuels comportements instationnaires provenant de la zone externe de couche limite qui sont des phénomènes plus basse fréquence.

Afin de tester le filtrage du signal suivant la valeur du paramètre  $\gamma$ , on réalise deux enregistrements de signaux de température en proche paroi (issus de calculs LES finement résolus de canaux plans) :

- le premier,  $S_1$  (échantillonné tous les  $\Delta t = 0.012s$ ), correspond à un signal issu d'une LES de couche limite thermique à  $Re_\tau = 395$  et  $Pr = 0.71$  au-dessus d'une paroi isotherme à l'altitude  $y^+ = 25$  ;
- le deuxième,  $S_2$  (échantillonné tous les  $\Delta t = 0.045s$ ), correspond à un signal issu d'une LES de couche limite thermique dont le signal de température (à  $y^+ = 10$ ) présente non seulement un spectre relatif à la couche limite (similaire à  $S_1$ ) mais aussi une fluctuation basse fréquence  $f_c = 1/2\pi = 0.159Hz$  provenant d'un signal monochromatique :  $20\sin(t)$  (similaire à la configuration présentée à la section 7.5).

Rappelons que la température est considérée ici comme un scalaire passif. Ainsi la valeur prise par le champ de température est arbitraire et n'influe donc pas sur le champ de vitesse et n'intervient pas dans une évaluation de la viscosité ou de la masse volumique. On présente aux figures suivantes des signaux de température en fonction du temps pouvant être négatifs ce qui ne reflète pas un comportement non-physique mais tout simplement le transport d'une quantité scalaire pouvant avoir une valeur négative.

On réalise sur ces deux signaux des filtrages différents en faisant varier la valeur de  $\gamma$ , pour s'intéresser à la part de basses fréquences filtrées. Les figures 7.13(a) et 7.14(a) représentent non seulement l'enregistrement temporel des signaux  $S_1$  et  $S_2$  mais aussi leurs filtrages respectifs  $\tilde{T}$ . En contrepartie, les figures 7.13(b) et 7.14(b) représentent l'enregistrement des signaux complémentaires  $T'$  issus du filtrage des signaux  $S_1$  et  $S_2$ . On remarque clairement l'effet lissant du filtrage opéré par  $\gamma$ .

Si l'on s'intéresse maintenant à une information plus quantitative, telle que la distribution fréquentielle de l'énergie contenue dans chaque part du signal (filtré ou non-filtré), on peut se reporter aux figures 7.15(a), 7.16(a), 7.15(b) et 7.16(b). Ces figures représentent respectivement les spectres (obtenus par transformée de Fourier) des signaux filtrés et non filtrés issus de  $S_1$  et  $S_2$ . Il est clair que pour dégager d'une analyse spectrale des éléments plus pertinents (telle que la pente d'un spectre) il aurait été nécessaire d'avoir un échantillonnage sur une plus longue période ainsi que de procéder à plus de fenêtrages temporels des signaux (ce qui aurait eu pour effet de lisser les spectres représentés) ce qui n'a pas été fait ici. Le but ici est essentiellement de donner un aperçu du comportement spectral du filtrage au niveau des hautes et basses fréquences vis à vis des spectres d'origine.

De même, on représente aux figures 7.18(a) et 7.18(b) les fonctions de transfert associées aux deux parties du signal extraites de  $S_1$  et  $S_2$ . On remarque notamment l'impact de la valeur de  $\gamma$  sur l'étendue des plages fréquentielles contenues dans les parties moyenne et fluctuante.

*Il est important de noter que le lissage exponentiel utilisé ici n'est qu'une première approche dans l'extraction d'une partie hautes et une partie basses fréquences du signal enregistré en première maille. D'autres filtres plus performants (tels que la famille des filtres de Butterworth [35]) sont actuellement en phase de test au sein de l'équipe pour des applications au couplage*

RANS/LES (voir Benarafa et al. [8]). Cette première approche d'une séparation d'échelles temporelles est suffisante pour tester la présente modélisation.

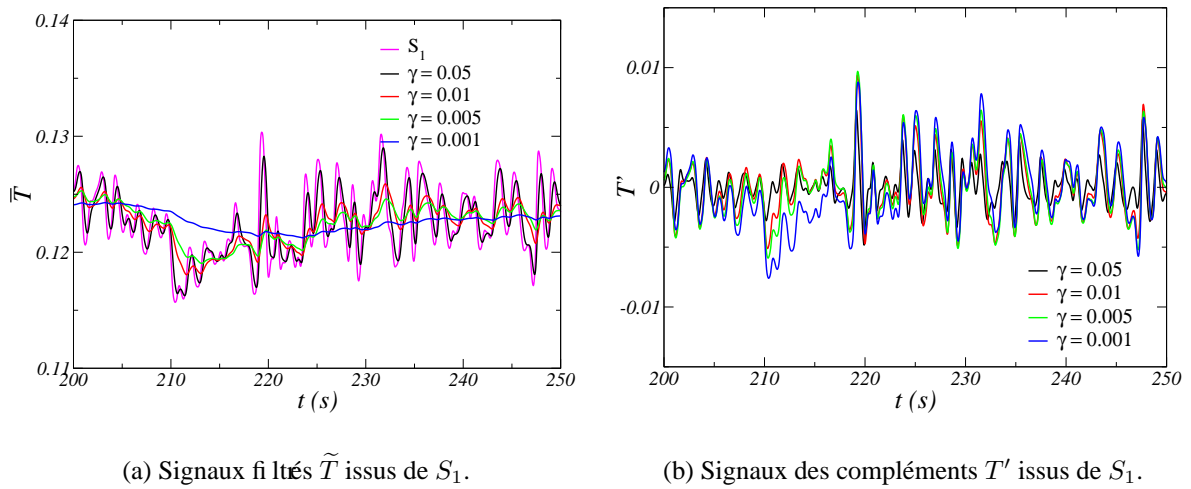


FIG. 7.13 – Enregistrements temporels des signaux filtrés  $\tilde{T}$  (gauche) et compléments  $T'$  (droite) du signal initial  $S_1$  pour différentes valeurs de  $\gamma$  (échantillonnés à  $\Delta t = 0.012s$ ).

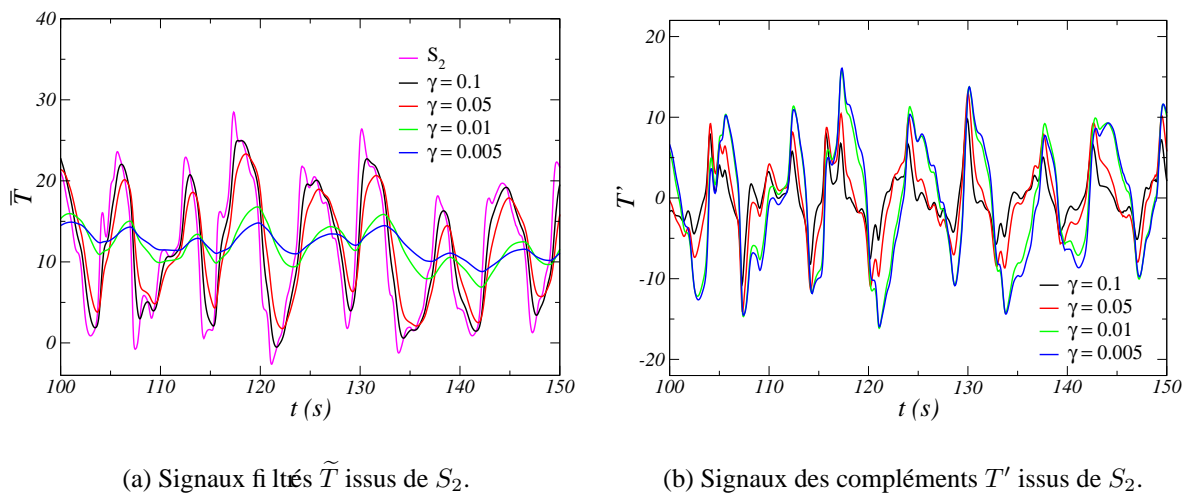
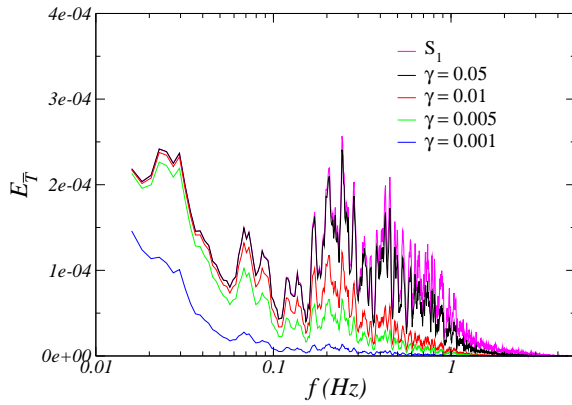
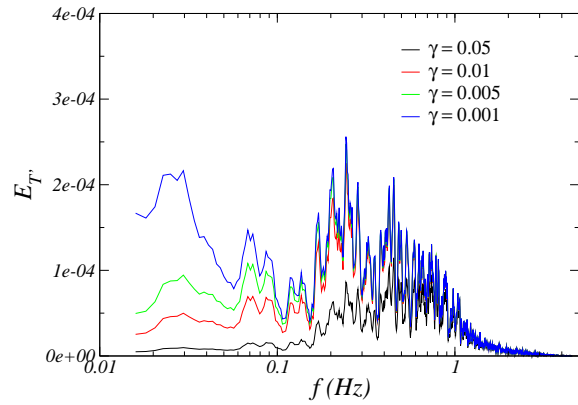


FIG. 7.14 – Enregistrements temporels des signaux filtrés  $\tilde{T}$  (gauche) et compléments  $T'$  (droite) du signal initial  $S_2$  pour différentes valeurs de  $\gamma$  (échantillonnés à  $\Delta t = 0.045s$ ).

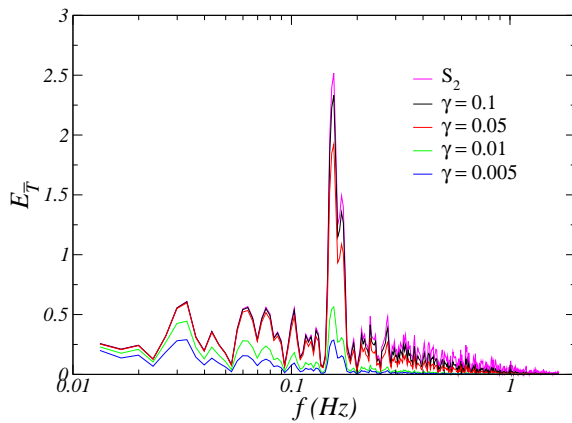


(a) Spectres de  $\tilde{T}$  issus de  $S_1$ .

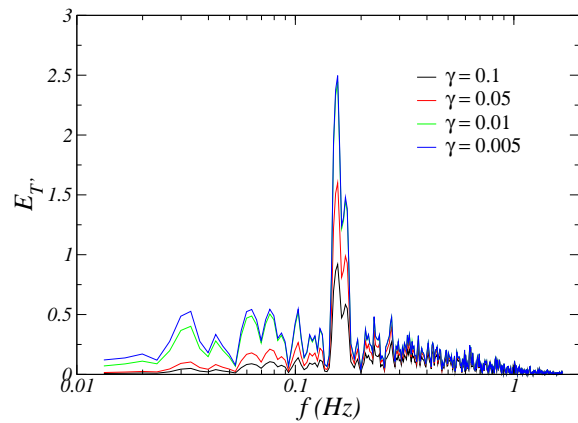


(b) Spectres des compléments  $T'$  issus de  $S_1$ .

FIG. 7.15 – Spectres du signal initial  $S_1$  non filtré et des signaux filtrés correspondants (gauche) ainsi que des compléments  $T'$  du signal initial (droite) pour différentes valeurs de  $\gamma$ .



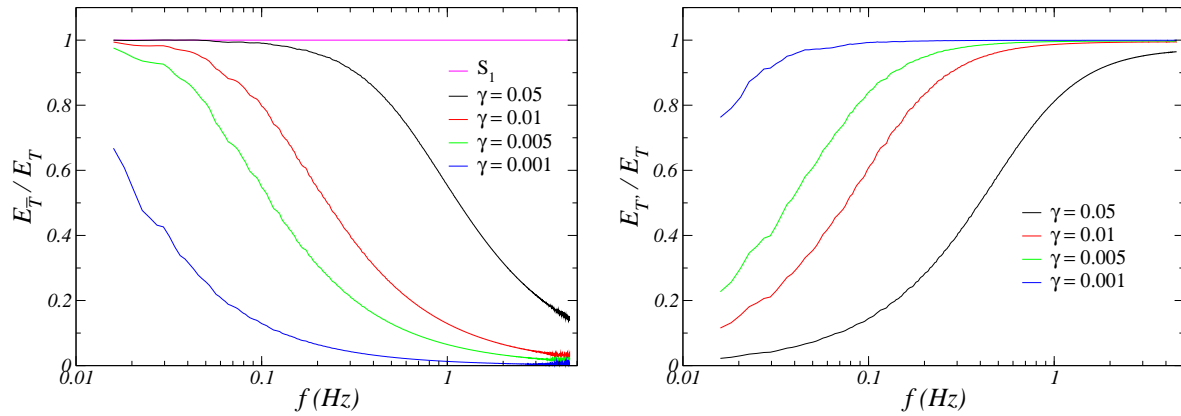
(a) Spectres de  $\tilde{T}$  issus de  $S_2$ .



(b) Spectres des compléments  $T'$  issus de  $S_2$ .

FIG. 7.16 – Spectres du signal initial  $S_2$  non filtré et des signaux filtrés correspondants (gauche) ainsi que des compléments  $T'$  du signal initial (droite) pour différentes valeurs de  $\gamma$ .

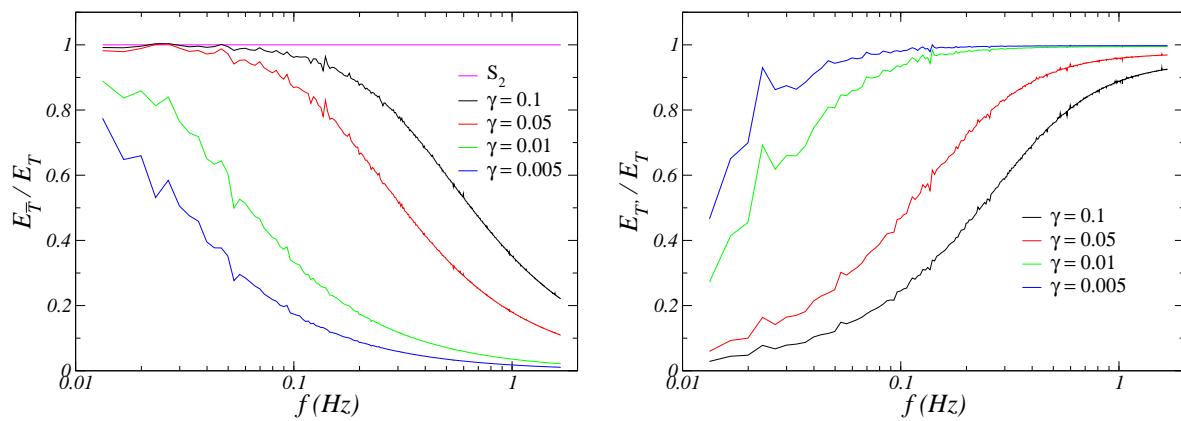




(a) Fonction de transfert appliquée à  $\tilde{T}$  issu de  $S_1$ .

(b) Fonction de transfert appliquée à  $T'$  issu de  $S_1$ .

FIG. 7.17 – Fonctions de transferts associées aux décompositions du signal initial  $S_1$  pour différentes valeurs de  $\gamma$ .



(a) Fonction de transfert appliquée à  $\tilde{T}$  issu de  $S_2$ .

(b) Fonction de transfert appliquée à  $T'$  issu de  $S_2$ .

FIG. 7.18 – Fonctions de transferts associées aux décompositions du signal initial  $S_2$  pour différentes valeurs de  $\gamma$ .

## 7.4 Validation dans le cas de couches limites thermiques (*Config 1*)

Dans un premier temps, on cherche à qualifier l'approche dans une configuration simple sans fluctuations aux parois, qui sont considérées isothermes. Enfin, la modélisation proposée est testée dans le cas de simulations couplées à des parois solides dans la configuration du canal plan bi-périodique.

### 7.4.1 Conditions de paroi isotherme

La configuration du canal plan bi-périodique est choisie. Une température identique  $T_0$  est imposée sur les deux parois, et un dégagement de puissance uniforme  $Q_f > 0$  est présent dans l'écoulement (configuration  $T_0/Q$ ). On réalise plusieurs simulations en faisant varier le nombre de Reynolds ( $Re_\tau = 590, 1000$  et  $10.000$ ) à nombre de Prandtl constant ( $Pr = 0.71$ ) en utilisant la modélisation ODVM pour le flux de chaleur (sans utiliser l'équation de variance, *i.e.*  $\gamma = 1$ ) et la loi de paroi standard (basée sur le profil logarithmique) pour le calcul du frottement à la paroi. Cette approche nous permet donc de vérifier le comportement du modèle de paroi en ne faisant appel qu'à la partie modélisant la couche limite thermique.

Les dimensions du canal sont les mêmes pour toutes les simulations :  $L_x = 2\pi$  (direction principale de l'écoulement),  $L_y = 2$  (direction normale aux parois) et  $L_z = \pi$  (direction transverse). La résolution en pression se fait par une méthode de Gradient Conjugué [28] et l'avancée en temps est réalisée par un schéma de Runge-Kutta du troisième ordre (voir [102]). Les schémas de convection pour la vitesse et pour la température sont respectivement un schéma centré d'ordre 2 [28] et un schéma Quick d'ordre 3 [57] avec limiteur de pente [17].

Les caractéristiques des différentes simulations sont reportées au tableau suivant :

$Re_\tau$	Maillage	$N$	$y_j$	$\Delta y^+_{\text{ODVM}}$
590	$(32)^3$	20	0.032	1
1000	"	32	"	1
10.000	"	150	"	2

TAB. 7.1 – Paramètres des calculs de canal plan bi-périodique à parois isothermes. Le maillage indiqué correspond au maillage LES grossier.  $N$  représente le nombre de points (uniforme) du maillage ODVM.  $y_j$  représente l'altitude jusqu'à laquelle s'étend le maillage du modèle de paroi (ayant pour résolution uniforme  $\Delta y^+$ ).

La figure 7.19 présente les profils moyens de température pour les trois Reynolds considérés. Les profils obtenus dans le maillage ODVM sont présentés eux aussi et sont séparés des profils obtenus dans le reste du canal par les traits continus verticaux. On constate un très bon accord au niveau du flux de chaleur pariétal qui permet de positionner le premier point de calcul LES correctement sur la loi proche de celle de Kader [40]. Ensuite, le profil issu de la simulation des grandes échelles montre un comportement correct en donnant un profil logarithmique dont la pente est très proche de celle attendue.

Les profils de fluctuations de température dans le canal sont présentés à la figure 7.20 pour deux valeurs de Reynolds (le profil à  $Re_\tau = 10.000$  n'est pas présenté par soucis de clarté). La possible comparaison à bas Reynolds avec les résultats de DNS de Kawamura *et al.* [44] montre un accord assez bon en proche paroi, notamment sur l'évaluation de l'intensité du pic. Bien qu'aucune équation de variance ne soit résolue, ce phénomène peut être attribué à une meilleure

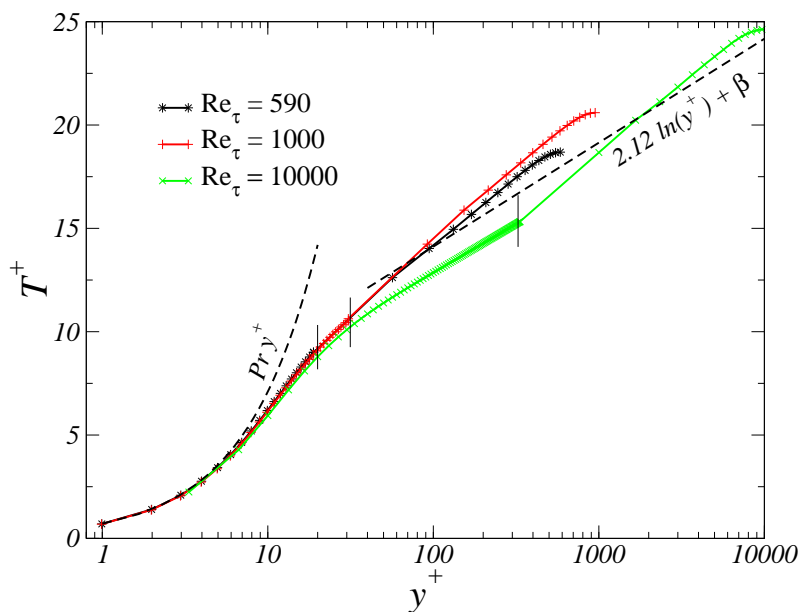


FIG. 7.19 – Profils adimensionnels de température moyenne au-dessus d’une paroi isotherme à  $Pr = 0.71$  pour un canal bi-périodique (les trois traits verticaux montrent l’étendue du maillage 1-D jusqu’au premier point de calcul de température).

représentation du déphasage existant entre le premier point de calcul et la paroi, déphasage provenant du phénomène de transport turbulent (temps de diffusion turbulente) entre ces deux points. Ce déphasage qui n’existe pas dans le cas d’une loi de paroi standard (voir courbes *StdWF* figure 7.20) semble favoriser l’apparition de fluctuations plus importantes en proche paroi (voir aussi [20]).

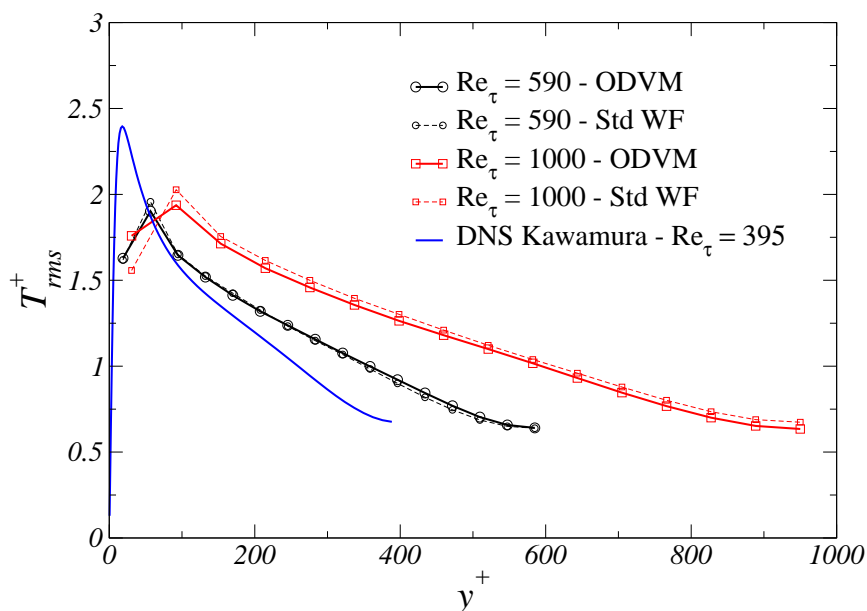


FIG. 7.20 – Profils adimensionnels de fluctuations de température dans le canal à parois isothermes ( $T_0/Q$ ) sans calcul et forçage par la variance.

Les profils de fluctuations de température dans le maillage 1-D sont représentés à la figure 7.21, où l'on note une décroissance monotone de la fluctuation de la première maille de calcul jusqu'à la paroi. Ce résultat qualitatif est identique au comportement observé par Benarafa *et al.* [9] sur les fluctuations de vitesse pour l'approche TBLE. Il confirme entre autre le fait qu'une approche RANS ne permet évidemment pas de retrouver la dynamique des fluctuations de couche limite.

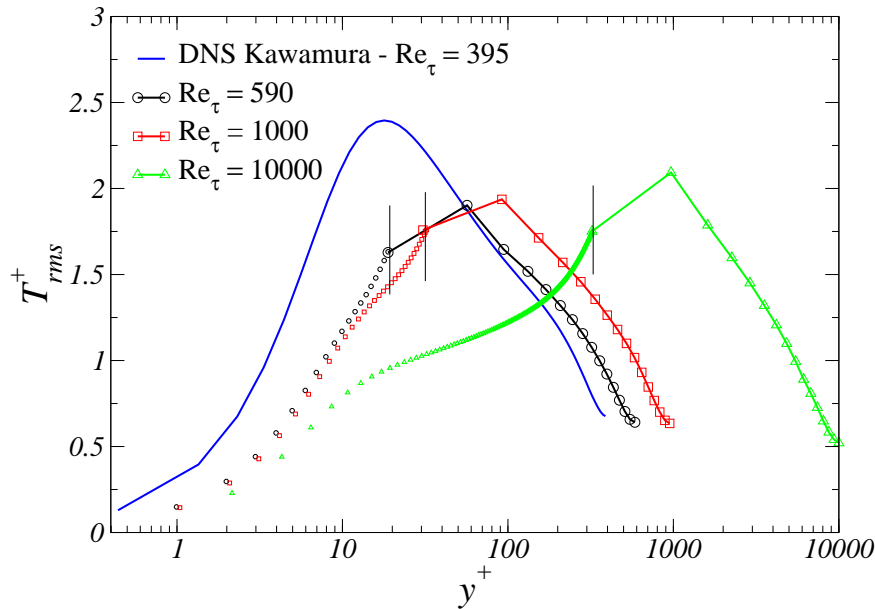


FIG. 7.21 – Profils adimensionnels de fluctuations de température proche-paroi dans le maillage 1-D, sans calcul et forçage par la variance. Les traits verticaux montrent l'extension du maillage mono-dimensionnel et marquent le premier point de calcul du maillage LES.

Il semble important de noter que suite aux calculs réalisés pour des conditions de parois isothermes, une approche ODVM en ne faisant appel qu'à la résolution de l'équation de couche limite thermique ne présente qu'un intérêt restreint, tout du moins dans la configuration d'une couche limite attachée. La prise en compte de l'équation de transport de variance dans ce cas particulier n'a pas montré de grands changements par rapport aux résultats présentés ci-dessus (résultats non montrés), étant donné que l'amplitude des fluctuations de température tend vers zéro à la paroi. Ainsi l'utilisation d'un modèle de paroi classique semble convenir tout aussi bien à ce type d'écoulement. Il serait cependant intéressant de tester cette approche dans le cas de parois isothermes dans des configurations moins académiques, telles que le jet impactant ou l'écoulement en aval d'une marche descendante.

## 7.4.2 Calculs couplés

Après avoir validé l'approche proposée dans le cas isotherme et aux vues des résultats obtenus sur les champs moyens et des champs fluctuants non forcés, on s'intéresse maintenant au cas d'un écoulement de canal couplé à des parois solides. Dans ce cas, le forçage des fluctuations basé sur l'équation de variance entre en jeu.

La configuration de calcul ainsi que les schémas numériques utilisés sont identiques aux calculs présentés aussi bien dans l'article donné au chapitre 6 (page 99) que dans l'article donné

à la section 5 (page 87). Les deux parois, en contact avec l'écoulement dans le canal, sont considérées d'épaisseur  $d$  et sont le siège d'un terme puits de chaleur uniforme ( $Q_s < 0$ ). Dans le canal, à l'inverse, un terme source uniforme et constant ( $Q_f > 0$ ) assure l'équilibre du flux de chaleur à travers l'interface fluide/solide. Les parois autres que celles en contact avec le fluide sont considérées comme adiabatiques.

On considère dans cette section l'étude du comportement du modèle vis à vis des paramètres physiques des écoulements étudiés (effet du rapport d'activité thermique  $K$ , de l'épaisseur de solide  $d$ , des nombres de Reynolds  $Re_\tau$  et de Prandtl  $Pr$ ), mais aussi du paramètre de filtrage intervenant dans le modèle ( $\gamma$ ).

### Effet du rapport d'activité thermique $K$

Dans cette partie, on s'intéresse à l'estimation des profils de fluctuations de température, à  $Re_\tau = 395$ ,  $Pr = 0.71$  et à épaisseur de solide constante  $d^{++} = 50$ , tout en faisant varier la valeur du rapport d'activité thermique ( $K = 0.1, 1$  et  $5$ ). On choisit pour  $\gamma$  la valeur de  $10^{-3}$  pour toutes ces simulations.

La figure 7.22 montre le comportement du modèle dans l'estimation des fluctuations de température pour différentes valeurs de  $K$ . Les résultats des simulations réalisées avec le modèle de paroi sont comparés aux résultats obtenus à l'aide de simulations LES fines ( $LES\ 0.1$ ,  $LES\ 1$  et  $LES\ 5$  dont les résolutions sont identiques à celles prises au tableau 6.2 page 114 pour la simulation R-LES -395) à même  $Re_\tau$ ,  $Pr$  et  $d^{++}$ .

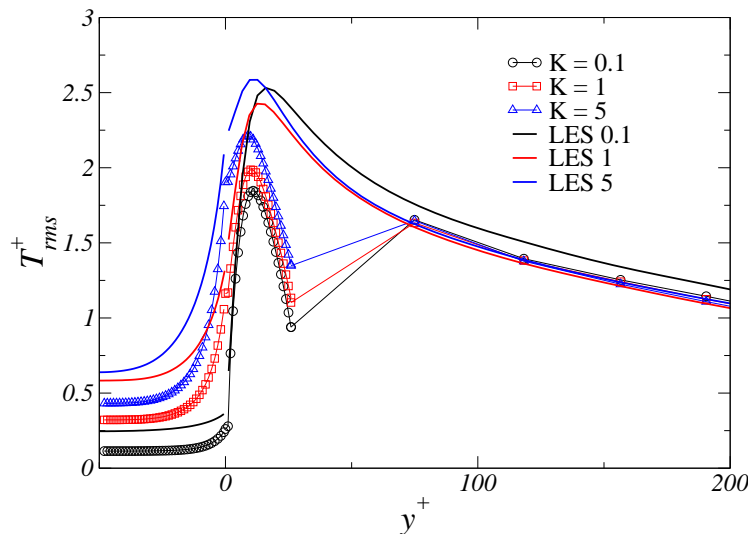


FIG. 7.22 – Effet du rapport d'activité thermique sur les profils de fluctuations de température proche-paroi en canal couplé à  $Re_\tau = 395$ ,  $d^{++} = 50$  et  $Pr = 0.71$ . Traits pleins : LES fines. Symboles : ODVM.

On constate un assez bon accord des résultats avec les références données par les simulations fines, ce malgré une épaisseur de paroi qui soit à la limite de validité de l'hypothèse de solide semi-infini (voir section 7.2.2). De même, il est intéressant de noter qu'il est possible de forcer les fluctuations à l'interface fluide/solide à des valeurs plus élevées que celles obtenues dans la première maille de calcul. Ainsi pour le calcul avec un rapport d'activité  $K = 5$  par exemple, l'amplitude des fluctuations adimensionnée enregistrée en première maille de calcul est de 1.35,

alors que l'amplitude enregistrée à la paroi est de 1.9 (amplification de 40%) grâce à la résolution de l'équation de transport de variance de température. Une comparaison des principaux résultats entre les différentes méthodes et pour différentes valeurs de  $K$  (0.1, 1 et 5) est faite au tableau 7.2, faisant ainsi une synthèse des résultats de la figure 7.22.

	$K = 0.1$			$K = 1$			$K = 5$		
	$T_{rms}^w$	$R$	$\varepsilon$ (%)	$T_{rms}^w$	$R$	$\varepsilon$ (%)	$T_{rms}^w$	$R$	$\varepsilon$ (%)
LES résolue	0.36	0.14	-	1.31	0.51	-	2.09	0.82	-
ODVM	0.24	0.09	36	1.06	0.42	18	1.74	0.68	17
SWIFT	0.39	0.15	7	1.38	0.54	6	2.06	0.81	2
Std WF	0.18	0.07	50	0.69	0.27	47	1.34	0.53	35

TAB. 7.2 – Principaux résultats des simulations de canal plan bi-périodique couplé à  $Re_\tau = 395$ ,  $d^{++} = 50$  et  $Pr = 0.71$  : fluctuation de température  $T_{rms}^w$  à l'interface fluide/solide, rapport  $R$  des fluctuations et erreur  $\varepsilon$  par rapport à la LES fine correspondante.

Il est intéressant de noter que bien que la valeur de la variance au premier point (situé vers  $y^+ = 27$ ) soit sous-estimée par le calcul grossier, on arrive à retrouver à la paroi un niveau de fluctuations cohérent vis à vis de la résolution de l'équation de transport de la variance de température. Ceci s'explique par le fait que même si la condition à la limite de l'équation est sous-estimée, la variance est calculée entre autre à partir du gradient de température moyen (terme de production) provenant de l'équation de couche limite et qui est lui en très bon accord avec les résultats de références (voir figure 7.19). D'autre part, le terme prépondérant et responsable en partie du pic de fluctuation proche de la paroi est bien ce terme de production. Une autre approche aurait consisté à faire comme pour la méthode SWIFT, c'est à dire de partir du deuxième point de calcul de la LES grossière pour la résolution des équations de couche limite et de transport de la variance. Ceci aurait sans aucun doute amélioré le comportement du profil de variance entre  $y^+ \simeq 30$  et  $y^+ \simeq 1$  mais n'aurait pas forcément eu beaucoup d'influence sur la valeur de la quantité à la paroi.

La figure 7.23 montre l'importance du forçage de la fluctuation de température en paroi par la résolution de l'équation de variance. Les résultats obtenus avec ( $\gamma = 0.001$ ) et sans forçage ( $\gamma = 1$ ) comparés au résultat obtenu par simulation fine montrent clairement que la seule approche « TBLE » (équation de couche limite instationnaire) pour la température instantanée ( $\gamma = 1$ ) ne suffit non seulement pas à recréer une dynamique de proche paroi concernant le profil de fluctuations, mais conduit en plus à une forte sous-estimation de l'amplitude de celles-ci à l'interface fluide/solide.

### Effet de l'épaisseur de solide $d^{++}$

Le modèle est maintenant testé pour diverses épaisseurs de solide, variant de  $d^{++} = 10$  à 200, afin de montrer sa plage de validité en regard de l'hypothèse de solide semi-infini, ce qui n'est a priori pas le cas pour les plus faibles valeurs de  $d^{++}$  envisagées ici (10, 20).

On constate que l'amplitude des fluctuations de température à l'interface fluide/solide reste bien constante en fonction de l'épaisseur de solide, conformément à la modélisation introduite. Cependant, le fait que l'amplitude reste constante même pour les faibles de valeurs de  $d^{++}$  (10 et 20) induit une sous-estimation non négligeable de la valeur de  $T_{rms}^w$  : ceci constitue

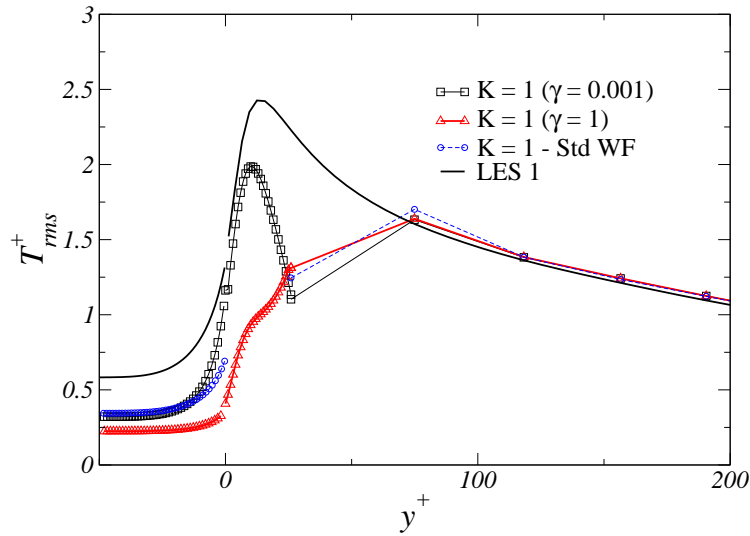


FIG. 7.23 – Mise en évidence de l'importance du forçage par la variance : profils de fluctuations de température en proche paroi en canal couplé à  $Re_\tau = 395$ ,  $d^{++} = 50$ ,  $Pr = 0.71$  et  $K = 1$ . Traits pleins : LES fine.  $\square$  : ODVM avec variance ( $\gamma = 0.001$ ).  $\triangle$  : ODVM sans forçage par variance ( $\gamma = 1$ ).

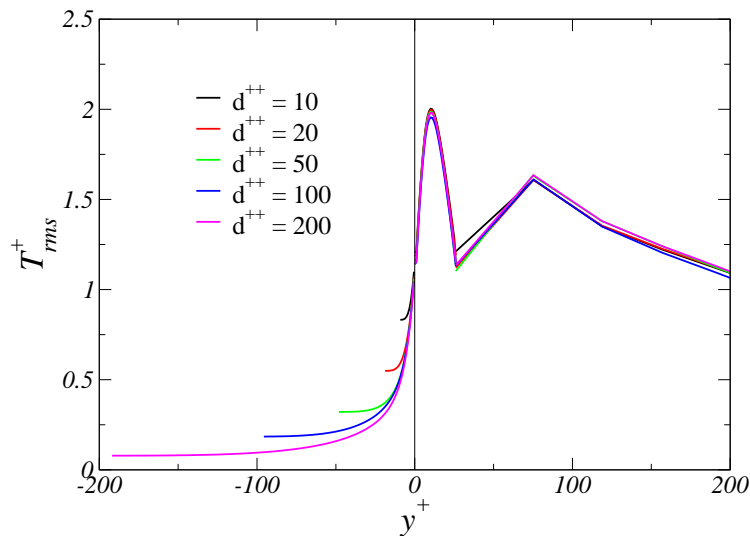


FIG. 7.24 – Effet de l'épaisseur de solide sur les profils de fluctuations de température en proche paroi en canal couplé à  $Re_\tau = 395$ ,  $K = 1$  et  $Pr = 0.71$ .

une limitation du présent modèle qui n'est valable que pour des cas où l'épaisseur de solide adimensionnelle est supérieure à 50.

Cependant, si l'on s'intéresse à des cas industriels à haut Reynolds, on s'aperçoit que la condition de solide semi-infini est souvent vérifiée. Considérons un écoulement d'eau ( $\alpha_f \simeq 10^{-7} m^2/s$ ) à un Reynolds de  $Re_D \simeq 10^6$  en contact avec de l'acier ( $\alpha_s \simeq 5 \cdot 10^{-6} m^2/s$ ). Ces valeurs conduisent à une valeur de  $K \simeq 0.2$  et donc  $\psi \simeq 0.17$  par la relation (7.6)). Une valeur de  $d^{++} \gtrsim 100$  correspond alors à  $d \gtrsim 10 mm$ , ce qui est une épaisseur de solide généralement trouvée dans le cas de conduites pour l'eau sous pression.

La décroissance des fluctuations dans le solide est conforme aux résultats de Tiselj *et al.* [97] : l'amplitude des fluctuations sur le mur opposé à l'interface fluide/solide diminue avec l'augmentation de son épaisseur, ce qui s'explique par le fait que plus l'épaisseur du solide augmente, moins l'extrémité de la paroi solide est sollicitée par les perturbations provenant de l'écoulement turbulent. Ceci est dû à l'effet d'atténuation de la diffusivité (voir l'équation (2.7) et la figure 5.8(b)). Pour le cas où l'épaisseur de solide est de  $d^{++} = 200$ , l'amplitude à l'autre extrémité du solide ne représente plus que 7.5% de l'amplitude enregistrée à l'interface fluide/solide. La tendance, pour des valeurs de  $d^{++}$  tendant vers l'infini, sera une diminution de l'amplitude des fluctuations (qui tendront vers 0) à l'extrémité opposée de l'interface fluide/solide.

Une synthèse des caractéristiques du modèle pour des variations de  $K$  et d'épaisseur de solide  $d^{++}$  sont reportées à la figure 7.25. Cette figure représente les données de Tiselj *et al.* [97] (tout comme sur les figures 7.6(a) et 7.6(b)) auxquelles on compare nos résultats pour les différentes approches vis à vis du rapport des fluctuations  $R$ .

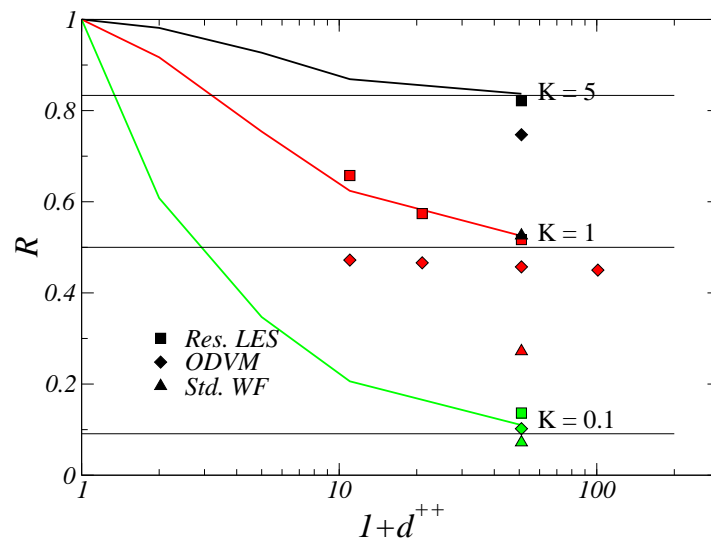


FIG. 7.25 – Rapport  $R = T_{rms}^K / T_{rms}^\phi$  des fluctuations de température à l'interface fluide/solide en canal couplé à  $Re_\tau = 395$  et  $Pr = 0.71$  : synthèse des résultats. Traits pleins : DNS Tiselj *et al.* [97].

### Effet du nombre de Reynolds $Re_\tau$

On se propose maintenant de valider la tenue du modèle à haut nombre de Reynolds. Pour cela, on considère un rapport d'activité constant  $K = 1$  et une épaisseur de solide de  $d^{++} = 100$ .



Les caractéristiques des simulations faites à différents Reynolds sont reportées au tableau 7.3 suivant :

$Re_\tau$	Maillage	$N$	$y_n^+$	$\Delta y^+_{\text{ODVM}}$
395	$(32)^3$ *	27	26	1
590	$(32)^3$	19	18	1
1000	"	31	31	1
2000	"	61	62	1

TAB. 7.3 – Paramètres des simulations de canal couplé à différents Reynolds. Le maillage indiqué correspond au maillage LES grossier.  $N$  représente le nombre de points (uniforme) du maillage ODVM.  $y_n^+$  représente l'altitude jusqu'à laquelle s'étend le maillage du modèle de paroi (ayant pour résolution uniforme  $\Delta y^+$ ) (\* : maillage raffiné au centre)

Les profils de fluctuations donnés à la figure 7.26 montrent une amplitude de fluctuations de température à la paroi allant de  $T_{rms}^{w+} \simeq 1.04$  à 1.54 en fonction du nombre de Reynolds. Cette augmentation des fluctuations pariétales à propriétés thermodynamiques de couplage identiques ne peut malheureusement pas se comparer à d'autres études, puisque l'on ne connaît pas à l'heure actuelle de travaux à haut Reynolds (supérieur à  $Re_\tau = 395$ ) portant sur l'évolution des fluctuations de température en proche paroi. A première vue les résultats obtenus à la figure 7.26 ne semblent pas cohérents vis à vis de ceux présentés à la figure 7.11(b), puisqu'on constate une augmentation de l'amplitude des fluctuations à la paroi en augmentant le Reynolds, alors que l'adimensionnement par  $T_\tau$  devrait donner des profils indépendants du nombre de Reynolds.

Cependant :

- Les résultats donnés à la figure 7.11(b) sont issus de la résolution stationnaire de l'équation de variance seule, alors que les profils obtenus à la figure 7.26 ont été obtenus dans le cadre de simulations numériques instationnaires pouvant conduire à d'éventuelles erreurs numériques dans l'approche utilisée et dans la résolution de l'équation de variance.
- D'autres auteurs constatent aussi (par simulation numérique) une augmentation globale de l'amplitude des fluctuations de température en augmentant le nombre de Reynolds. Calmet *et al.* [14] observent ainsi une valeur plus élevée (3.49) des fluctuations de scalaire à  $Re_\tau = 640$  par rapport à Lyons *et al.* [60] (3.1) qui a réalisé des simulations numériques directes de scalaire passif à un  $Re_\tau$  plus faible (150) mais pour un même nombre de  $Pr = 1$ . De même, dans le cadre des simulations fines en LES réalisées et présentées dans ce mémoire à  $Re_\tau = 150$  et  $Re_\tau = 395$ , on note une augmentation de l'amplitude des fluctuations à l'interface fluide/solide lorsque l'on augmente le Reynolds : ainsi, pour  $K = 1$ ,  $d^{++} = 50$  et  $Pr = 0.71$ ,  $T_{rms}^{w+}$  vaut 1.09 à  $Re_\tau = 150$  et 1.314 à  $Re_\tau = 395$ . Cette tendance n'est certes pas élaborée à partir d'un nombre important d'informations, mais elle s'appuie sur des simulations fines censées représenter correctement la dynamique pariétale aux divers Reynolds étudiés.
- Finalement, le constat fait sur les variations obtenues sur l'amplitude des fluctuations à la paroi est à tempérer : en effet, en multipliant le nombre de Reynolds turbulent par un facteur 4 (de 395 à 2000), l'erreur commise sur  $T_{rms}^{w+}$  par notre modèle par rapport au cas finement résolu à  $Re_\tau = 395$  s'échelonne de -18% (395) à +22% (2000).

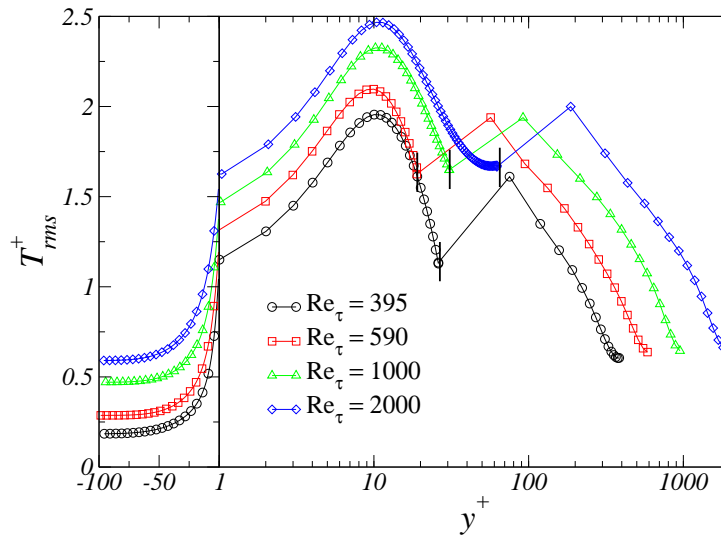


FIG. 7.26 – Effet du nombre de Reynolds  $Re_\tau$  sur les profils de fluctuations de température proche-paroi en canal couplé pour  $K = 1$ ,  $d^{++} = 100$  et  $Pr = 0.71$ .

### Effet du nombre de Prandtl $Pr$

Dans cette section, on réalise une comparaison des fluctuations pariétales pour deux valeurs de nombre de Prandtl : 0.71 (air) et 7 (eau). Le choix du nombre de Prandtl de l'eau est clairement dicté par le fait que beaucoup d'applications industrielles font intervenir ce fluide. Les deux simulations sont réalisées pour un Reynolds turbulent de 395, avec une épaisseur de solide  $d^{++} = 50$  et  $K = 1$ . Les paramètres de ces deux simulations sont donnés au tableau 7.4 ci-dessous :

$Pr$	Maillage	$N$	$y_n^+$	$\Delta y^+_{ODVM}$
0.71	$(32)^3$ *	27	26	1
7	$(32)^3$ *	100	26	0.26

TAB. 7.4 – Paramètres des simulations de canal couplé à différents Prandtl. Le maillage indiqué correspond au maillage LES grossier.  $N$  représente le nombre de points (uniforme) du maillage ODVM.  $y_n^+$  représente l'altitude jusqu'à laquelle s'étend le maillage du modèle de paroi (ayant pour résolution uniforme  $\Delta y^+$ ) (\* : maillage raffiné au centre).

On remarque à la figure 7.27 la forte dépendance attendue sur l'amplitude des fluctuations à l'interface fluide/solide en fonction du nombre de Prandtl. On compare les données obtenues à  $Pr = 0.71$  et  $Pr = 7$  au tableau 7.5 : on constate un bon accord avec les données issues des DNS de Tiselj *et al.* [97] à  $Re_\tau = 150$  pour le modèle ODVM proposé. La forte augmentation de l'amplitude des fluctuations (exprimée en unité de paroi) avec l'augmentation du nombre de Prandtl ne peut clairement pas être captée par un modèle de paroi classique à en croire le niveau de fluctuations à l'interface fluide/solide donné par le calcul  $StdWF$ , qui est sous-estimé d'environ 70%. La résolution de l'équation de variance pour le modèle ODVM fournit dans le cas d'un  $Pr = 7$  une amplitude de fluctuation de température 3.7 fois plus importante que celle enregistrée en première maille.

Ce point constitue un avantage indéniable de la modélisation ODVM par rapport aux modèles

de parois classiques pour des valeurs de nombre de Prandtl grandes devant l'unité. Ainsi l'erreur commise par des modèles de parois classiques sur les fluctuations de température en proche paroi sera d'autant plus grande que le fluide concerné aura un nombre de Prandtl élevé, ce qui est notamment le cas dans nombre d'applications industrielles faisant intervenir de l'eau ( $Pr = 7$ ).

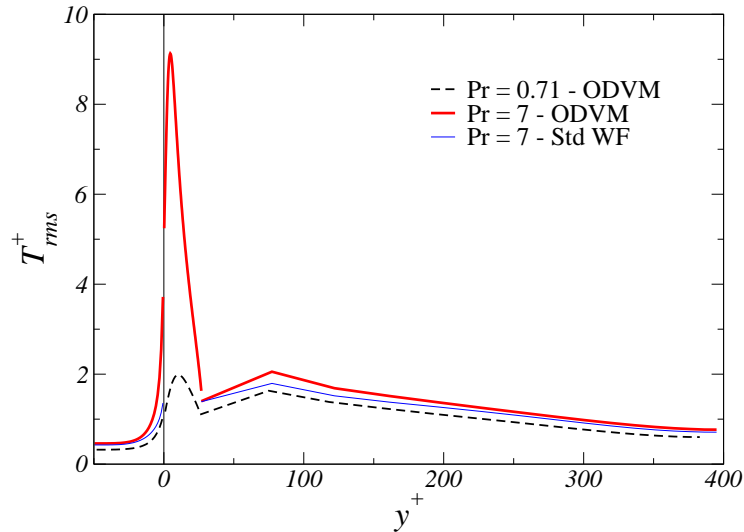


FIG. 7.27 – Effet du nombre de Prandtl  $Pr$  sur les profils de fluctuations de température proche-paroi en canal couplé pour  $K = 1$ ,  $d^{++} = 50$  et  $Re_\tau = 395$ .

	$Pr = 0.71$	$Pr = 7$
Tiselj <i>et al.</i> ( $Re_\tau = 150$ )	0.98	4.611
ODVM ( $Re_\tau = 395$ )	1.1 (+12%)	4.77 (+4%)
StdWF. ( $Re_\tau = 395$ )	0.69 (-29%)	1.36 (-70%)

TAB. 7.5 – Variation de l'amplitude des fluctuations à l'interface fluide/solide  $T_{rms}^{w+}$  en fonction du nombre de Prandtl, à  $d^{++} = 50$  et  $K = 1$ .

### Effet du filtrage associé à $\gamma$

La modélisation proposée repose sur deux équations statistiques basées sur des moyennes temporelles. Il est alors intéressant de mesurer l'influence de la moyenne glissante en fonction de  $\gamma$ , notamment sur la résolution de l'équation de variance et donc sur les profils de variance calculés. On réalise donc 3 simulations à  $Re_\tau = 395$ ,  $K = 1$  et  $d^{++} = 50$  pour trois valeurs de  $\gamma$  : 0.1, 0.01 et 0.001. La figure 7.28 représente les profils de fluctuations reconstruits par l'équation de variance.

Comme attendu, on constate que le niveau de la variance de température utilisé pour la condition à la limite en  $y_j$  ( $y_j^+ \simeq 27$ ) est d'autant plus faible que la valeur de  $\gamma$  est petite. En effet, lorsque  $\gamma = 1$ , la variance estimée est nulle (puisque  $T' = 0$ ), et plus la valeur de  $\gamma$  diminue (vers 0) plus la variance estimée se rapproche de la valeur obtenue par un moyennage temporel. Dans notre cas, une valeur de  $\gamma = 0.01$  semble déjà convenir afin d'avoir une bonne estimation de la variance en ce point. D'autre part, la valeur la plus élevée de  $\gamma = 0.1$  (qui

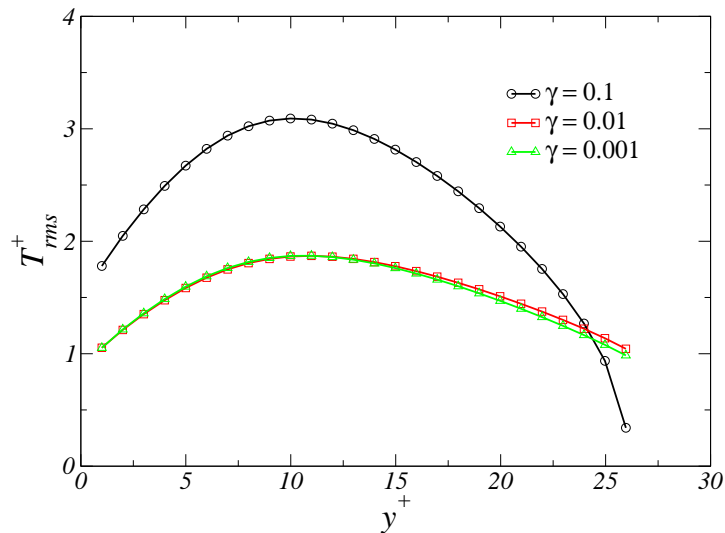


FIG. 7.28 – Effet du filtrage en fonction de  $\gamma$  sur les profils de fluctuations de température proche-paroi en canal couplé pour  $K = 1$ ,  $d^{++} = 50$  et  $Re_\tau = 395$ .

filtre une faible part du signal) conduit à un profil de variance éloigné de ceux obtenus pour des valeurs plus faibles. En effet, pour  $\gamma = 0.1$  l'estimation du profil moyen de température est en fait très proche du profil instantané de température, ce qui est hors du cadre de validité du modèle RANS. Ainsi, le calcul du terme de production présent dans l'équation de transport de variance n'est plus basé sur une quantité suffisamment moyennée, ce qui semble conduire à une surestimation du profil de variance.

La valeur de  $\gamma$  semble donc être un paramètre important qu'il ne faut pas négliger, aussi bien pour la séparation entre échelles basses et hautes fréquences que dans l'estimation des profils de variance.

## 7.5 Canal plan couplé et pulsé en température (*Config 2*)

On teste maintenant les différentes approches de simulation (LES résolue, LES avec modèle de paroi standard et modèle ODVM) dans le cas exposé au paragraphe 5.1 traitant d'écoulements soumis à des fluctuations de température basses fréquences. La configuration académique - *Config 2* - représente donc un écoulement présentant un champ de température pulsé avec un gradient de température moyen transverse à la paroi. On rappelle que ce cas est représentatif de la topologie rencontrée par exemple dans des couches de mélange de deux fluides à températures différentes (voir la figure 3 à la page 14).

A cette fin, on réalise des simulations spatiales de canal plan couplé (voir la configuration à la figure 5.3) à  $Re_\tau = 395$ ,  $Pr = 0.71$ ,  $d^{++} = 50$  et  $K = 1$ . Dans cette section, la même valeur de  $\gamma = 0.1$  a été prise pour tous les calculs menés avec le modèle ODVM.

Le domaine de calcul (géométrie) ainsi que les conditions aux limites ont fait l'objet d'une présentation à la page 88. Les résolutions adoptées pour chaque type d'approche sont données au tableau 7.6 ci-dessous :

Dans un premier temps, les champs de fluctuations de température dans l'espace sont visualisés par coupes transverses et perpendiculaires aux parois. Les figures 7.29 et 7.30 représentent

	Maillage	$\Delta y_w^+$	$\Delta y_c^+$	$\Delta x^+$	$\Delta z^+$
<i>LES Res.</i>	$(120 \times 70 \times 45)^*$	2	20	66	29
<i>ODVM</i>	$(80 \times 32 \times 32)$	25	50	100	40
<i>Std. WF</i>	$(80 \times 32 \times 32)$	25	50	100	40

TAB. 7.6 – Paramètres des simulations de canal (couplé) pulsé en température et en développement spatial à  $Re_\tau = 395$ . *LES Res.* désigne la simulation des grandes échelles finement résolue, *ODVM* désigne la simulation réalisée avec le présent modèle et *Std. WF* correspond à la simulation réalisée avec le modèle de paroi standard.  $\Delta y_w^+$  et  $\Delta y_c^+$  représentent respectivement les pas de maillage à la paroi et au centre du canal. (\* : maillage raffiné à la paroi avec une tangente hyperbolique)

respectivement les champs 3D de fluctuations par coupes transverses et perpendiculaires aux parois respectivement dans les cas *LES Res.* et *ODVM* (le champ 3D obtenu pour le cas *Std. WF* n'est pas représenté car très similaire au cas *ODVM*). Les coupes perpendiculaires à la direction de l'écoulement (à  $x$  constant) sont à leur position d'origine. La coupe du haut correspond à une coupe à  $y/h = 1$  (centre du canal) et a été translatée suivant la direction  $y$ . La coupe de droite correspond à une coupe à  $z/h = 1.6$  (au centre du canal) et a été translatée suivant la direction  $z$ .

La valeur de l'écart type de température maximal en entrée est bien égale à sa valeur théorique de  $T_{rms}^{max} = 5$ , correspondant à l'écart type d'un créneau périodique d'amplitude  $\Delta T = 10$ . On constate tout d'abord une topologie très proche dans les deux cas, confortant ainsi la capacité du schéma de convection QUICK à représenter correctement une dynamique instationnaire et turbulente dans le cas de maillages lâches. Cependant, on note une légère atténuation de l'étendue de la zone de fluctuations maximales s'étendant à partir de l'entrée du canal. De même, l'amplitude des fluctuations au centre du canal ( $y/h = 1$ ) et à la fin de celui-ci ( $x/h = 15$ ) montre l'homogénéisation de l'écoulement qui semble avoir été légèrement plus importante dans le cas *ODVM* (ainsi que le cas *Std. WF*) conduisant à des amplitudes de fluctuations légèrement plus faibles au centre du canal. On notera de même l'effet modérateur des parois solides conduisant à une déformation de la zone d'excitation imposée en entrée : celle-ci passe d'une région verticale suivant toute la hauteur du canal en entrée, à une zone concentrique réduite au centre du canal en fin de domaine.

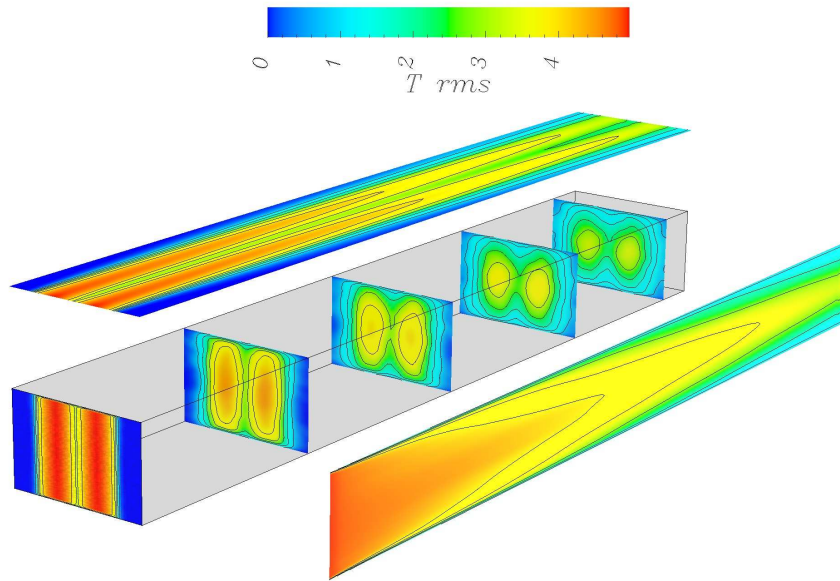


FIG. 7.29 – Champ 3D de fluctuations de température dans le canal pulsé (gradient de température transverse) pour le calcul *LES Res*. Les coupes à  $x$  constant sont à leurs positions d'origine. La coupe à  $y$  constant provient du centre du canal ( $y/h = 1$ ). Celle à  $z$  constant a été faite à la position du maximum d'amplitude du signal d'entrée ( $z = z_1 + \delta z/2$ ).

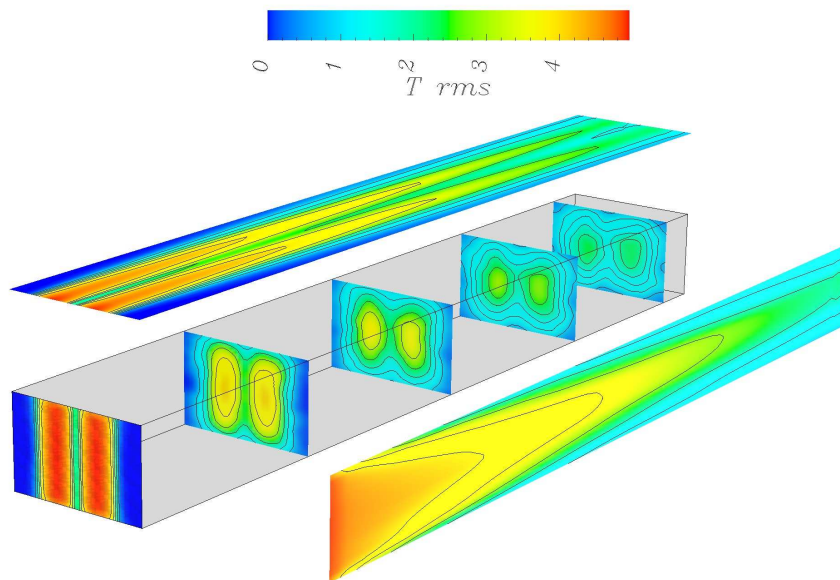


FIG. 7.30 – Champ 3D de fluctuations de température dans le canal pulsé (gradient de température transverse) pour le calcul *ODVM* (coupes identiques à la figure ci-dessus).

La configuration étant totalement tridimensionnelle, on compare des cartographies bidimensionnelles de fluctuations de température à l'interface fluide/solide. Les résultats obtenus à l'aide d'une approche standard et de l'approche ODVM sont comparés à ceux obtenus par la simulation fine *LES Res* qui sont tous trois donnés aux figures 7.32, 7.33 et 7.34. La topologie du champ de fluctuations à l'interface fluide/solide est très semblable dans les trois cas, avec des niveaux de fluctuations tout à fait comparables.

On donne aussi les profils de fluctuations de température suivant  $z$  à l'interface fluide/solide, à différentes distances  $x/h$  de l'entrée :  $x/h = 2, 4, 6$  et  $10$ . Les résultats des trois calculs sont comparés entre eux aux figures 7.31(a), 7.31(b), 7.31(c) et 7.31(d). Les résultats obtenus par les deux modélisations de parois montrent un bon accord dans le cas de gradients de température transverses. En effet, le tableau 7.7 donnant les erreurs relatives commises sur l'amplitude des maxima (pic) de fluctuations confirme l'aptitude de la modélisation ODVM à gérer des fluctuations basses fréquences dans le cas d'oscillations et de gradients de température transverses aux parois.

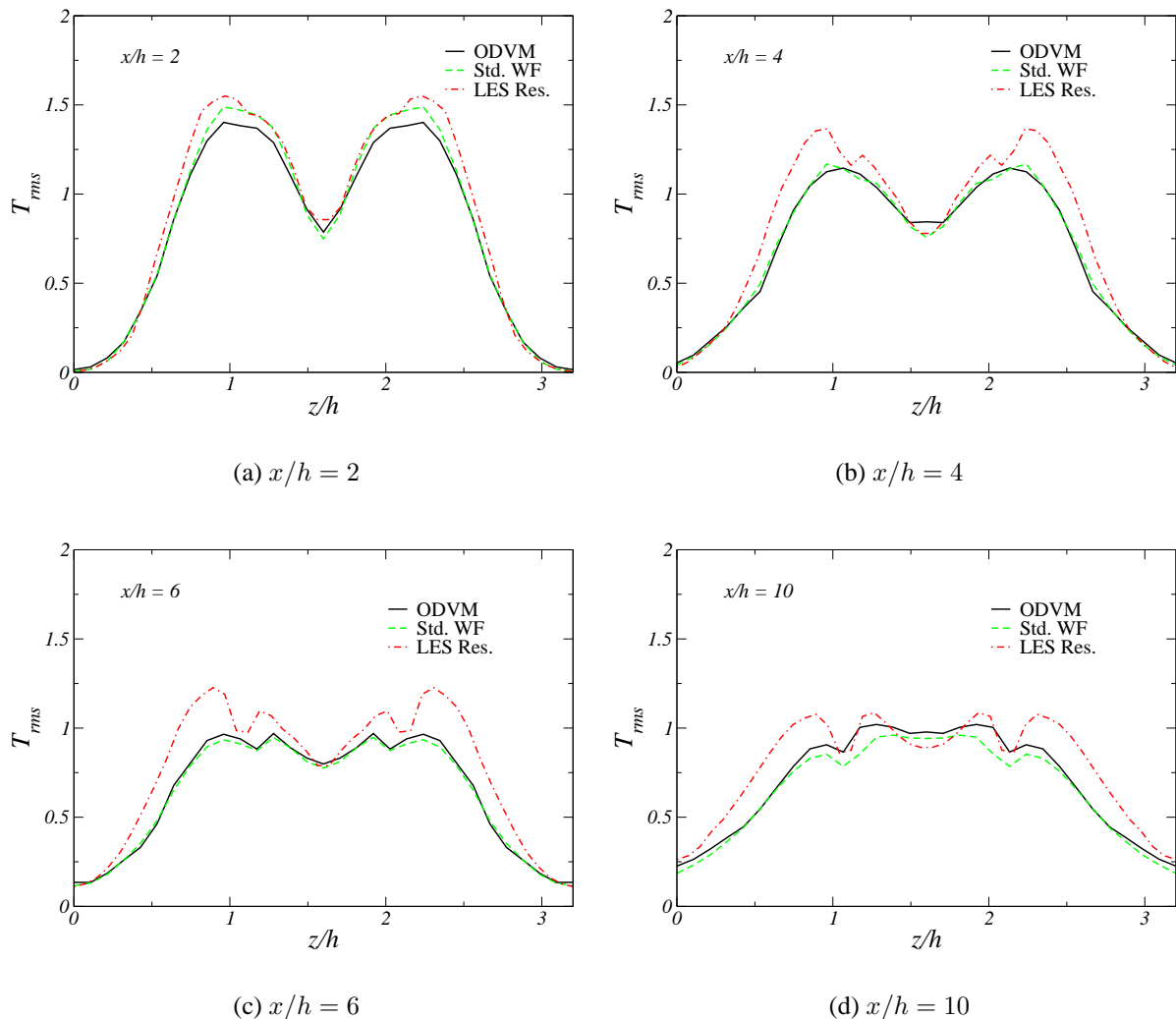


FIG. 7.31 – Profils de fluctuations de température  $T_{rms}$  suivant  $z$  à l'interface fluide/solide ( $y/h = 0$ ) dans le canal spatial pulsé et avec gradient de température transverse.

Afin de vérifier que dans le cas présent (excitation basse fréquence) le filtrage opéré par la faible valeur de  $\gamma = 0.1$  est effectivement négligeable, on donne pour le calcul *LES Res.* les

	$x/h = 2$	$x/h = 4$	$x/h = 6$	$x/h = 10$
<i>ODVM</i>	10%	15 %	20 %	15%
<i>Std. WF</i>	5%	15 %	20 %	20%

TAB. 7.7 – Erreur relative (par rapport au calcul *LESRes.*) commise sur l’amplitude du maximum des pics fluctuations de température dans le canal pulsé avec gradient de température transverse pour les calculs *ODVM* et *Std. WF*.

spectres relatifs aux signaux  $\bar{T}$  et  $T'$  issus du filtrage d’un signal  $T$  enregistré à  $y^+ \simeq 12$ ,  $x/h = 5$  et  $z/h = 2$ . La figure 7.5 représente l’évolution temporelle du signal total et du signal filtré (uniquement sur un intervalle de temps donné). On constate bien que la partie basse fréquence du signal d’origine est presque totalement retrouvée dans le signal filtré  $\bar{T}$ . Cette affirmation est aussi corroborée par la figure 7.5 représentant quant à elle les spectres fréquentiels associés à ces deux signaux, comparés au spectre du signal d’origine. En s’intéressant à l’énergie contenue dans chaque signal, on constate que l’écart type du signal filtré  $(\bar{T})_{rms} = 3.18$  représente 99% de l’écart type  $T_{rms} = 3.21$  du signal d’origine, alors que le signal fluctuant ne contient que 15% du signal d’origine  $(T')_{rms} = 0.49$ .



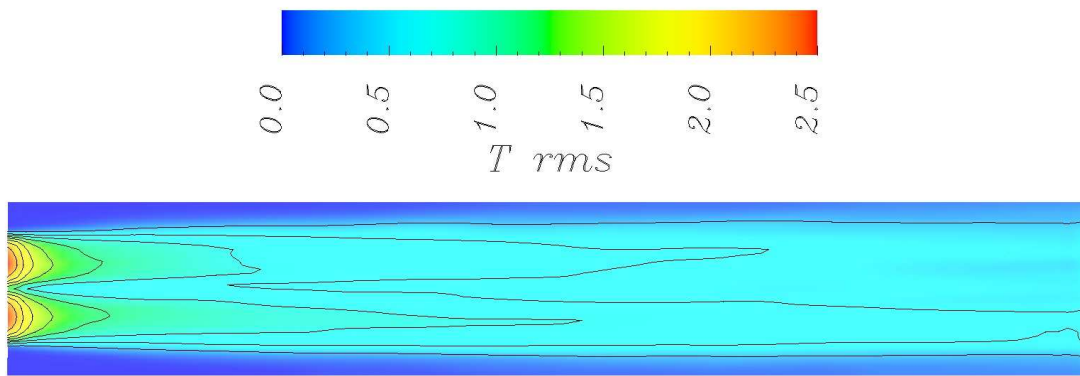


FIG. 7.32 – Carte de fluctuations de température à l'interface fluide/solide pour le calcul *LES Res.* du canal pulsé avec gradient de température transverse.

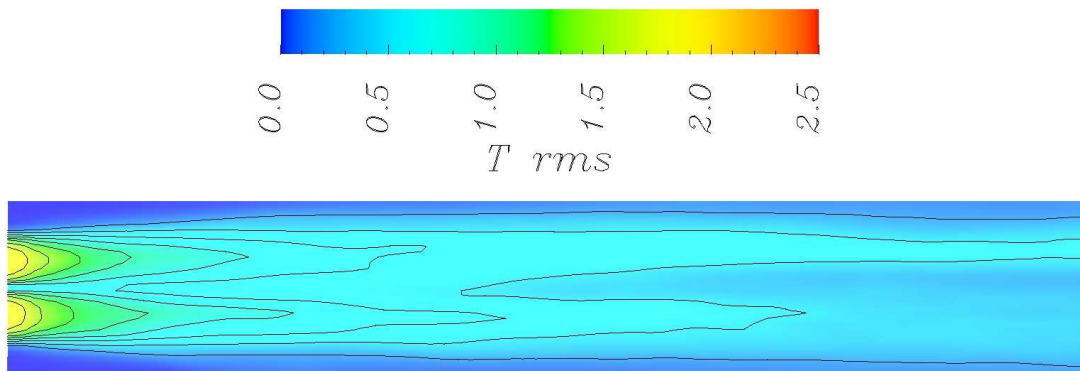


FIG. 7.33 – Carte de fluctuations de température à l'interface fluide/solide pour le calcul *Std. WF* du canal pulsé avec gradient de température transverse.

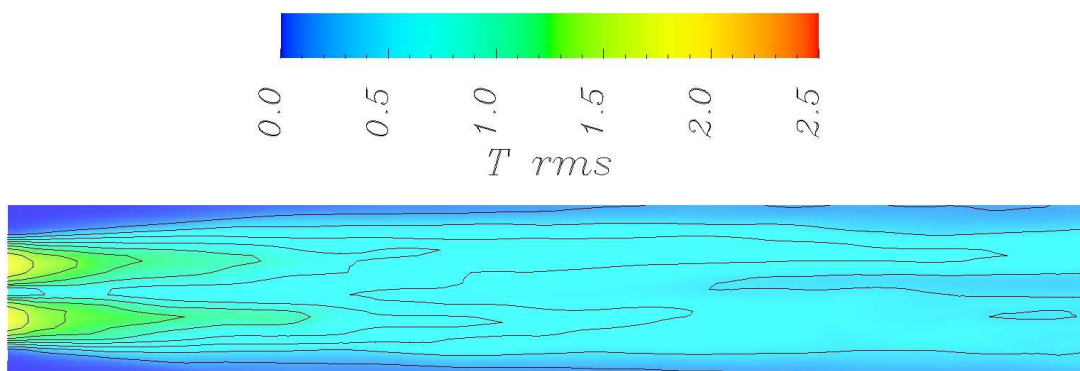
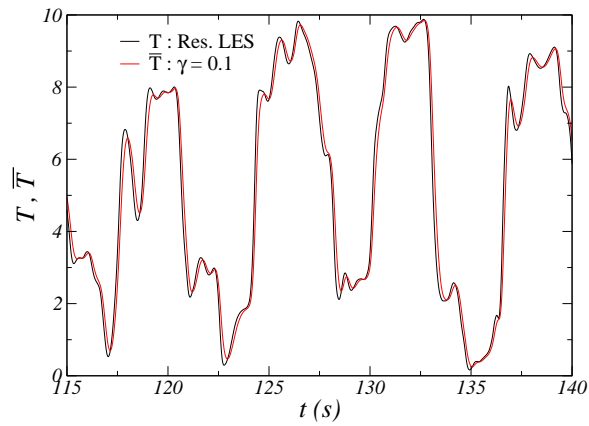
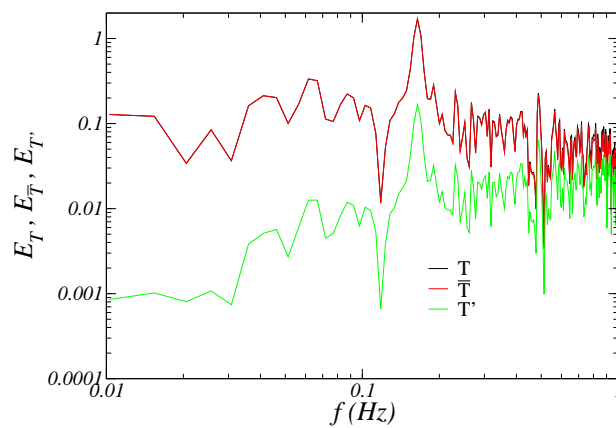


FIG. 7.34 – Carte de fluctuations de température à l'interface fluide/solide pour le calcul *ODVM* du canal pulsé avec gradient de température transverse.

FIG. 7.35 – Signaux instantanés de  $T$  et  $\bar{T}$  par filtrage à  $\gamma = 0.1$ FIG. 7.36 – Spectres des signaux relatifs à  $T$ ,  $\bar{T}$  et  $T'$

## 7.6 Conclusions

Une nouvelle approche de modèle de paroi basée sur la résolution d'une équation de variance en proche paroi a été proposée afin de forcer l'amplitude des fluctuations de couche limite dans le cas de calculs couplés fluide/solide. Des développements théoriques ont permis de fournir une estimation de l'amplitude des fluctuations de température d'interface dans les cas couplés, à partir de résultats obtenus dans le cas idéal équivalent de flux imposé. Ce résultat a été confirmé par les précédents travaux de DNS de canal couplé [97], ainsi que sur les configurations de canal pulsé étudiées.

Le forçage des fluctuations « hautes fréquences » associées à la dynamique de couche limite a montré des résultats encourageants dans le cas du canal plan couplé avec des parois solides (erreurs de l'ordre de 10/15% pour un nombre de  $Pr = 0.71$ ). L'estimation des fluctuations de température à la paroi a été très bonne dans le cas d'un nombre de Prandtl élevé ( $Pr = 7$ ) permettant de montrer l'énorme apport d'une telle modélisation par rapport à un modèle de paroi classique qui sous-estime de 70% l'amplitude des fluctuations de température à la paroi. La méthode a conduit à un bon compromis entre temps de calcul et précision des résultats, amenant à envisager une possible industrialisation dans des configurations complexes et sur de grands maillages. Le sur coût en temps de calcul engendré par le modèle est de l'ordre de 5-10% (par rapport à un calcul identique utilisant un modèle de paroi analytique classique) sur la gamme des Reynolds investigués.

L'utilisation d'une telle modélisation dans le cas d'instabilités basses fréquences et de gradients de température principaux transverses aux parois, les résultats des deux types de modélisations (ODVM et modèle standard) semblent montrer leur aptitude à transmettre les signaux de température jusqu'à la paroi avec toutefois des erreurs de l'ordre de 15% sur les maxima de fluctuations.

Ce modèle se veut être un point de départ vers des modélisations plus sophistiquées basées sur le forçage de quantités fluctuantes (température ou vitesse) à partir de la résolution d'équations statistiques sur la variance (ou les tensions ou flux de chaleur sous-maille). Notamment, ce modèle peut être très intéressant dans le domaine de l'aérodynamique (externe ou interne) par exemple, où l'on est souvent en présence d'écoulements établis, pour lesquels une décomposition entre champ moyen et fluctuant est facile à prendre en compte [53].

Deux autres résultats se dégagent également de ce chapitre. Le premier concerne l'estimation des fluctuations de température à l'interface fluide/solide pour un problème couplé donné en fonction du rapport d'activité thermique  $K$  et de la relation (7.6) en  $K/(K + 1)$ . Il serait fort intéressant de corroborer ce résultat dans des configurations plus complexes en réalisant deux calculs : l'un à paroi idéale ayant un flux imposé, l'autre couplé avec un solide (dont l'épaisseur peut être considérée comme « semi-infinie ») avec à sa surface opposée au fluide le flux de chaleur équivalent.

Le deuxième point intéressant réside dans le fait que l'on soit parvenu à proposer une fermeture bas-Reynolds de l'équation de transport de variance de température. Ainsi nous avons pu montrer que sa résolution permettait d'estimer, avec une assez bonne approximation, les profils de fluctuations de température en proche paroi dans une couche limite thermique.



# Chapitre 8

## Conclusions et Perspectives

Le présent travail de thèse, consacré à la Simulation des Grandes Echelles d'écoulements anisothermes, consistait à fournir une expertise ainsi que des outils de prédiction adaptés à l'étude du couplage thermique instationnaire fluide/structure.

Différentes configurations ont été traitées de difficultés de modélisation et simulation croissantes : décroissance de turbulence homogène isotrope de scalaire passif à nombre de Reynolds infini, écoulement de canal plan bi-périodique à parois isothermes, écoulement de canal plan bi-périodique couplé à des parois solides, et « développement spatial » dans un canal pulsé en température et couplé à des parois solides. Les cas tests sont donc passés des configurations les plus académiques à des cas simplifiés tentant de représenter au mieux certaines situations typiques rencontrées dans l'industrie.

Ce cheminement a permis de s'intéresser tout d'abord aux aspects numériques liés à des calculs finement résolus. Les tests de schémas de convection sur les configurations de la turbulence isotrope en décroissance libre et du canal plan à parois isothermes ont permis d'identifier les problèmes inhérents à l'utilisation de certains types de schémas de convection. Bien que le calcul des champs moyens de température ne dépendent pas fondamentalement du schéma utilisé, il en va tout autrement des champs de fluctuations qui peuvent présenter des caractères non-physiques (température en dehors des bornes imposées par la physique de l'écoulement) ou très atténués par rapport à des résultats de simulations numériques directes, suivant que l'on utilise un schéma purement centré ou décentré de faible ordre (voir Châtelain *et al.* [21]). Suite à ces résultats de calculs LES fins, le schéma de convection retenu pour l'estimation des flux convectifs de scalaire passif a été le schéma décentré du troisième ordre QUICK (avec limiteur de pente FRAM). Cette démarche adoptée en thermique est à rapprocher aux travaux réalisés sur les équations de la dynamique sous l'appellation MILES [75].

L'étude précédente ayant conduit au choix d'un schéma numérique, des applications de ces résultats à nombres de Reynolds plus élevés ont été menées en faisant appel dorénavant à des lois de parois afin de modéliser les flux diffusifs (frottement et chaleur) à la paroi. Les calculs menés sur maillages grossiers et à des Reynolds modérés en canal plan ont montré l'aptitude des modélisations standards existantes (aussi bien pour la quantité de mouvement que pour le transfert de chaleur à la paroi) à reproduire des profils moyens en bon accord avec les corrélations disponibles (loi logarithmique, loi de Kader). Il semble ainsi que les conclusions apportées auparavant (choix du schéma de convection) peuvent s'appliquer à des cas industriels sur mailles grossières. Cependant, un défaut apparaît lors de l'utilisation de ces modélisations classiquement utilisées : l'estimation de l'amplitude des fluctuations de température en proche paroi est fortement sous-estimée (suivant la position du premier point de calcul, la valeur du

nombre de Prandtl...), en partie car elles ne permettent pas de tenir compte des dynamiques non-linéaires de proche paroi responsables des profils de fluctuations (voir Châtelain *et al.* [20]). Deux méthodes de modélisation de paroi visant à reconstruire les fluctuations de température en proche-paroi ont été proposées dans le cadre de cette thèse.

La première méthode de type « multi-grille »(appelée SWIFT) est basée sur la résolution locale en proche paroi de l'équation de Navier-Stokes tridimensionnelle et instationnaire. Cette résolution se faisant à une échelle de coupure beaucoup plus petite que celle du calcul extérieur, elle permet une reconstruction de la dynamique pariétale des champs fluctuants de vitesse et de température. Testée dans le cadre d'écoulements attachés de couche limite, aussi bien près de parois isothermes que de parois solides avec couplage, la méthode a montré sa capacité à reproduire (avec une erreur commise de l'ordre du pour cent) des amplitudes de fluctuations pariétales de température en très bon accord avec les résultats disponibles de DNS. Toutefois, l'approche considérée reste coûteuse en temps de calcul, et pour des raisons de maillages, cantonnée à des Reynolds modérés ( $Re_\tau = 1000$  dans notre cas - voir [19]).

Une deuxième et dernière méthode (appelée ODVM) constitue les premiers éléments d'une réflexion concernant un couplage RANS/LES des fluctuations de température proche-paroi. La méthode reposant sur la résolution simultanée (1D) d'une équation de couche limite thermique et d'une équation de variance de scalaire passif, a été testée aussi bien dans le cas du canal plan à parois isothermes que dans le canal périodique couplé au solide et dans le canal spatial couplé et pulsé en température. Les résultats obtenus dans le cas d'un écoulement de couche limite attachée avec gradient de température moyen sont encourageants : pour un faible sur coût en temps de calcul (5-10% dans la gamme de Reynolds et les configurations investiguées), l'estimation des fluctuations pariétales de température est proche des résultats de référence (LES finement résolues), avec une prédiction certes moins bonne que l'approche SWIFT, mais dont la tenue aux nombres de Reynolds élevés à été prouvée (jusqu'à  $Re_\tau = 2000$  en calcul couplé). Dans le cadre d'écoulements pulsés en température, il apparaît que l'utilisation conjuguée d'une approche de type « TBLE »(couche limite thermique turbulente) et d'une équation de variance permet de retrouver la bonne amplitude des fluctuations basses fréquences provenant d'un forçage externe à la couche limite pariétale.

Les perspectives sont nombreuses à ce stade et suite à ces premiers travaux concernant leurs applications à des cas industriels. Le passage à une discrétisation non-structurée (tétraèdres) dans un premier temps permettrait de traiter des configurations complexes, mais va amener un certain nombre de questions : Qu'en est-il du choix d'un schéma de convection conservatif et représentant correctement la physique liée à des instabilités hydrodynamiques (couches de mélange...) et des phénomènes non-linéaires responsables des fluctuations de vitesse et de température au sein de l'écoulement ? Comment optimiser et implémenter une approche multi-grille industrialisable en non-structuré ? Un deuxième point sur lequel il serait intéressant de se pencher concerne la création de fréquences parasites. En effet, on a observé l'apparition de fréquences d'origine purement numériques et liées à l'utilisation de maillages grossiers avec lois de parois. Ces fréquences tirent-elles leur origine dans des maillages grossiers ? Peuvent-elles être supprimées par l'adoption de méthodes numériques plus efficaces ? Enfin, la proposition d'un couplage RANS/LES au niveau des fluctuations pourrait être investiguée plus en avant. En effet, la technique peut aussi s'appliquer au champ de vitesse (dont la résolution des équations de transport de variance a d'ailleurs fait l'objet de beaucoup plus de travaux de recherche que le scalaire lui-même).

Mais l'approche semblant retenir le plus d'attention en terme de futurs développements et d'extension aux maillages non-structurés est bien la méthode SWIFT. Les différentes proposi-

tions faites pour palier au problème de coût de calcul élevé semblent industrialisables facilement et il serait alors intéressant de constater la plus value apportée par la méthode dans un calcul industriel de Té de mélange par exemple.





# Bibliographie

- [1] ACKERMANN, C. Développements et validation de simulation des grandes échelles d'écoulements turbulents dans un code industriel. *Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble* (2000).
- [2] ACKERMANN, C., AND MÉTAIS, O. A modified selective structure function subgrid-scale model. *J. of Turbulence* 2, 011 (2001).
- [3] AKSELVOLL, K., AND MOIN, P. LES of turbulent confined coannular jet. *J. Fluid Mech.* 315 (1996), 387–411.
- [4] ANTONIA, R., TEITEL, M., KIM, J., AND BROWNE, L. Low-Reynolds-number effects in a fully developed turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.* 236 (1992), 579–605.
- [5] BALARAS, E., BENOCCI, C., AND PIOMELLI, U. Two-layer approximate boundary conditions for LES. *AIAA Journal* 34, 6 (1996), 1111–1119.
- [6] BARDINA, J., FERZIGER, J., AND REYNOLDS, W. Improved subgrid scale models for large eddy simulation. *AIAA Paper 80* (1980), 1357.
- [7] BEGUIER, C., DEKEYSER, I., AND LAUNDER, B. Ratio of scalar and velocity dissipation time scales in shear flow turbulence. *Phys. Fluids* 21 (1978), 307–310.
- [8] BENARAF, Y. Etude de différents filtres pour l'application au couplage RANS/LES. *private communication*.
- [9] BENARAF, Y., CIONI, O., DUCROS, F., AND SAGAUT, P. RANS/LES coupling for unsteady turbulent flow simulation at high Reynolds number in coarse meshes. *submitted for publication in Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*.
- [10] BERGANT, R. Direct numerical simulation of turbulent heat transfer. *private communication, University of Ljubljana, Slovenia* (2002).
- [11] BORIS, J., GRINSTEIN, F., ORAN, E., AND KOLBE, R. New insights into Large-eddy simulation. *Fluid Dyn. Res.* 10 (1992), 199–228.
- [12] BRILLANT, G. Simulation des Grandes Echelles d'expériences d'effusion. *Thèse de Doctorat, INSA de Lyon* (2004).
- [13] CABOT, W., AND MOIN, P. Approximate wall boundary conditions in the LES of high Reynolds number flow. *Center for Turbulent Research* (2000), 1–25.
- [14] CALMET, I., AND MAGNAUDET, J. LES of high-Schmidt number mass transfer in a turbulent channel flow. *Phys. Fluids* 9, 2 (1997), 438–455.
- [15] CALVIN, C., CUETO, O., AND EMONOT, P. An object-oriented approach to the design of fluid mechanics software. *Mathematical Modelling and Numerical Analysis M2AN 2002 Special Issue* (2002).
- [16] CARSLAW, H., AND JAEGER, J. *Conduction of heat in solids*. Oxford Science Publications, New York, second edition, 1959.

- [17] CHAPMAN, M. FRAM - nonlinear damping algorithms for the continuity equation. *J. Comp. Phys.* 44 (1981), 84–103.
- [18] CHASSAING, P. *Turbulence en mécanique des fluides*. Cépaduès-Éditions, 2000.
- [19] CHATELAIN, A., CIONI, O., DUCROS, F., AND MÉTAIS, O. A near-wall fluctuations reconstruction method applied to LES of conjugate heat-transfer. *submitted for publication in the International Journal of Heat and Mass Transfer*.
- [20] CHATELAIN, A., DUCROS, F., AND MÉTAIS, O. Large Eddy Simulations of conjugate heat transfer using thermal wall-functions. In *Proceedings of the D-LES 5 ERCOFTAC Workshop, Munich (2003)*, pp. 307–314.
- [21] CHATELAIN, A., DUCROS, F., AND MÉTAIS, O. LES of turbulent heat transfer : proper convection numerical schemes for temperature transport. *Int. J. for Num. Meth. in Fluids* 44, 9 (2004), 1017–1044.
- [22] DAVID, E. Modélisation des écoulements compressibles et hypersoniques : une approche instationnaire. *Thèse de Doctorat* (1993).
- [23] DEAN, R. Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow. *J. Fluids Engineering - Transaction of the ASME* 100 (1978), 215–223.
- [24] DEARDOFF, J. The use of subgrid transport equations in a three-dimensional model of atmospheric turbulence. *J. Fluid Engineering - Transaction of the ASME* 95 (1973), 429–438.
- [25] DEBUSSCHERE, B., AND RUTLAND, C. Turbulent scalar transport mechanisms in plane channel and couette flows. *Private communication, submitted to the International Journal of Heat and Mass Transfer* (Aug 2002).
- [26] DUCROS, F., FERRAND, V., NICOU, F., WEBER, C., DARRACQ, D., GACHERIEU, C., AND POINSOT, T. LES of the Shock/Turbulence Interaction. *J. Comp. Phys.* 152 (1999), 517–549.
- [27] EDF-SIMULOG. *Manuel Utilisateur N3S 3.3*.
- [28] FERZIGER, J., AND PERIC, M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Springer, 1997.
- [29] FUREBY, C., AND GRINSTEIN, F. Monotonically integrated Large-Eddy Simulation of free shear flows. *AIAA Journal* 37, 5 (1999), 544–556.
- [30] GARNIER, E., MOSSI, M., SAGAUT, P., COMTE, P., AND DEVILLE, M. On the use of shock-capturing schemes for LES. *J. Comp. Phys.* 153 (1999), 273–311.
- [31] GERMANO, M., PIOMELLI, U., MOIN, P., AND CABOT, W. A dynamic subgrid scale eddy viscosity model. *Phys. Fluids* 3 (1991), 1760–1765.
- [32] GHOSAL, S. An analysis of numerical errors in large-eddy simulations of turbulence. *J. Comp. Phys.* 125 (1996), 187–206.
- [33] GHOSAL, S. Mathematical and physical constraints on Large-Eddy Simulation of turbulence. *AIAA Journal* 37, 4 (1999).
- [34] GROETZBACH, G. Direct numerical and large eddy simulation of turbulent channel flows. In *N. Cheremisinoff, eds., Encyclopedia of Fluid Mechanics* (1987).
- [35] HAMMING, R. *Digital filters*. Dover Publications, New York, third edition, 1998.

- [36] HIEU, H. *Physique et Modélisation de la turbulence en écoulements de fluides*. IMFT, 1991.
- [37] HOFMANN, H., MARTIN, H., AND KIND, M. CFD calculations of heat transfer in impinging jet flow. In *Proceedings of the 12<sup>th</sup> Int. Heat Transfer Conf.* (2002), pp. 363–367.
- [38] HOLMAN, J. *Heat Transfer*. McGraw-Hill, 1976.
- [39] JIMÉNEZ, C., DUCROS, F., AND CUENOT, B. Subgrid scale variance and dissipation of a scalar field in LES. *Phys. Fluids* 13, 6 (2001), 1748–1754.
- [40] KADER, B. Temperature and concentration profiles in fully turbulent boundary-layers. *Int. J. Heat Mass Transf.* 24, 9 (1981), 1541–1544.
- [41] KASAGI, N., AND IIDA, O. Progress in direct numerical simulation of turbulent heat transfer. In *Proceedings of the 5<sup>th</sup> ASME/JSME Joint Thermal Engineering Conference* (1999).
- [42] KASAGI, N., KURODA, A., AND HIRATA, M. Numerical investigation of near-wall turbulent heat transfer taking into account the unsteady heat conduction in the solid wall. *J. of Heat Transfer* 111 (1989), 385–392.
- [43] KASAGI, N., TOMITA, Y., AND KURODA, A. DNS of passive scalar field in a turbulent channel flow. *J. of Heat Transfer* 114 (1992), 598–606.
- [44] KAWAMURA, H., ABE, H., AND MATSUO, Y. DNS of turbulent heat transfer in channel flow with respect to Reynolds and Prandtl number effects. *Int. J. Heat Fluid Flow* 20 (1999), 196–207.
- [45] KAWAMURA, H., ABE, H., AND SHINGAI, K. DNS of turbulence and heat transport in a channel flow with different Reynolds and Prandtl numbers and boundary conditions. In *3<sup>rd</sup> International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer* (2000), pp. 15–32.
- [46] KAYS, W., AND CRAWFORD, M. *Convective heat and mass transfer*. McGraw-Hill, New-York, 1980.
- [47] KERSTEIN, A. One-dimensional turbulence : model formulation and application to homogeneous turbulence, shear flows, and buoyant stratified flows. *J. Fluid Mech.* 392 (1999), 277–334.
- [48] KIM, J., AND MOIN, P. Transport of passive scalars in a turbulent channel flow. In *Proc. of the Sixth Symposium on Turbulent Shear Flows* (September 1987).
- [49] KIM, J., MOIN, P., AND MOSER, R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. *J. Fluid Mech.* 177 (1987), 133–166.
- [50] KONG, H., CHOI, H., AND LEE, J. DNS of turbulent thermal boundary-layers. *Phys. Fluids* 12, 10 (2000), 2555–2568.
- [51] KONG, H., CHOI, H., AND LEE, J. Dissimilarity between the velocity and temperature fields in a perturbed turbulent thermal boundary-layer. *Phys. Fluids* 13, 5 (2001), 1466–1479.
- [52] KRAVCHENKO, A., MOIN, P., AND MOSER, R. Zonal embedded grids for numerical simulations of wall-bounded turbulent flows. *J. Comp. Phys.* 127 (1996), 412–423.
- [53] LABOURASSE, E., AND SAGAUT, P. Reconstruction of turbulent fluctuations using a hybrid RANS/LES approach. *J. Comp. Phys.* 182 (2003), 301–336.

- [54] LAUNDER, B., REECE, G., AND RODI, W. Progress in the development of a Reynolds stress turbulence closure. *J. Fluid Mech.* 68, 3 (1975), 537–566.
- [55] LEE, J. S., AND PLETCHER, H. LES of a turbulent channel flow with buoyancy effects. *AIAA Journal* 2001, 0431 (2001).
- [56] LEONARD, A. Energy cascade in Large-Eddy Simulations of turbulent fluid flows. *Adv. Geophys.* 18A (1974), 237–248.
- [57] LEONARD, B. Simple high-accuracy resolution program for convective modelling of discontinuities. *Int. J. for Num. Meth. in Fluids* 8 (1988), 1291–1318.
- [58] LESIEUR, M. *Turbulence in Fluids*. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [59] LESIEUR, M., AND MÉTAIS, O. New trends in Large-Eddy Simulations of turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 28 (1996), 45–85.
- [60] LYONS, S., HANRATTY, T., AND MCCLAUGHLIN, J. DNS of passive heat transfer in a turbulent channel flow. *Int. J. Heat Mass Transf.* 34, 4/5 (1991), 1149–1161.
- [61] MAGNIENT, J., SAGAUT, P., AND DEVILLE, M. A study of built-in filter for some eddy viscosity models in LES. *Phys. Fluids* 13, 5 (2001), 1440–1449.
- [62] MENEVEAU, C., LUND, T., AND CABOT, W. A lagrangian dynamic subgrid-scale model of turbulence. *J. Fluid Mech.* 319 (1996), 353–385.
- [63] MÉTAIS, O. *Turbulence : modélisation et simulation numérique*. Cours de DEA de l'INPG, 2001.
- [64] MÉTAIS, O., AND LESIEUR, M. Spectral large-eddy simulation of isotropic and stably stratified turbulence. *J. Fluid Mech.* 239 (1992), 157–194.
- [65] MITTAL, R., AND MOIN, P. Suitability of upwind-biased finite difference schemes for large-eddy simulation of turbulent flows. *AIAA Journal* 35, 8 (1997), 1415–1417.
- [66] MOIN, P., AND KIM, J. Tackling turbulence with supercomputers. *Scientific American* 276, 1 (1997), 62.
- [67] MONTREUIL, E. Simulations numériques pour l'aérothermique avec des modèles sous-maille. *Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie* (2000).
- [68] MONTREUIL, E., SAGAUT, P., AND LABBÉ, O. Assessment of non-Fickian subgrid-scale models for passive scalar in a channel flow. In *Proceedings of the D-LES 3 ERCOFTAC Workshop, Cambridge* (1999).
- [69] MORINISHI, Y., LUND, K., VASILYEV, O., AND MOIN, P. Fully conservative higher order finite difference schemes for incompressible flow. *J. Comp. Phys.* 143 (1998), 90–124.
- [70] MOSER, R., KIM, J., AND MANSOUR, N. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to  $re_\tau = 590$ . *Phys. Fluids* 11 (1999), 943–945.
- [71] NICOUD, F. Numerical study of a channel flow with variable properties. *Center for Turbulent Research, Annual Research Briefs* (1998), 289–310.
- [72] NICOUD, F., BAGGET, J., MOIN, P., AND CABOT, W. Large eddy simulation wall-modeling based on suboptimal control theory and linear stochastic estimation. *Phys. Fluids* 13 (2001), 2968–2984.
- [73] NICOUD, F., AND DUCROS, F. Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow, Turbulence and Combustion* 62 (1999), 183–200.

- [74] NICOUD, F., AND POINSOT, T. DNS of a channel flow with variable properties. *Turbulence and Shear Flow Phenomena - 1* (1999), 697.
- [75] ORAN, E., AND BORIS, J. Computing turbulent shear flows - A convenient conspiracy. *Computers in Physics* 7, 5 (1993), 523.
- [76] PASCARELLI, A., PIOMELLI, U., AND CANDLER, G. Multi-block large-eddy simulations of turbulent boundary layers. *J. Comp. Phys.* 157 (2000), 256–279.
- [77] PENG, S., AND DAVIDSON, L. On a subgrid-scale heat flux model for large eddy simulation of turbulent thermal flow. *Int. J. Heat Mass Transf.* 45 (2002), 1393–1405.
- [78] PIF. La turbulence pour les tous petits. *Pif Magazine* 1, 2 (2001), 101–144.
- [79] PIOMELLI, U. High Reynolds number calculations using the dynamic subgrid-scale stress model. *Phys. Fluids* 5, A (1993), 1484–1490.
- [80] PIOMELLI, U., AND BALARAS, E. Wall-layer models for LES. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 34 (2002), 349–374.
- [81] PIOMELLI, U., YU, Y., AND ADRIAN, R. Subgrid-scale energy transfer and near-wall turbulence structure. *Phys. Fluids* 8, 1 (1996), 215–224.
- [82] QUEMERE, P., SAGAUT, P., AND COUAILLIER, V. A new multidomain/multiresolution method for large-eddy simulation. *Int. J. for Num. Meth. in Fluids* 36 (2001), 391–416.
- [83] RAI, M., AND MOIN, P. DNS of transition and turbulence in a spatially evolving boundary layer. *J. Comp. Phys.* 109 (1993), 169–192.
- [84] ROLLET-MIET, P. Simulation des Grandes Echelles sur maillages non-structurés pour géométries complexes. *Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon* (1997).
- [85] SACADURA, J. *Initiation aux Transferts Thermiques*. Technique et Documentation, 1978.
- [86] SAGAUT, P. *Introduction à la simulation des grandes échelles pour les écoulements incompressibles*. Springer, 1998.
- [87] SAGAUT, P. *Large Eddy Simulation for incompressible flows*. Springer, 2002.
- [88] SALINAS VAZQUEZ, M., AND MÉTAIS, O. LES of the turbulent flow through a heated square duct. *J. Fluid Mech.* 453 (2002), 201–238.
- [89] SCHIESTEL, R. *Les écoulements turbulents*. Editions Hermès, 1998.
- [90] SCHLICHTING, H., AND GERSTEN, K. *Boundary layer theory*. Springer, 2000.
- [91] SCHMIDT, R., KERSTEIN, A., WUNSCH, S., AND NILSEN, V. Near-wall LES closure based on one-dimensional turbulence modeling. *J. Comp. Phys.* 186 (2003), 317–355.
- [92] SMAGORINSKY, J. General circulation experiments with the primitive equations. *Month. Weath. Ref.* 93 (1963), 99–165.
- [93] SPALART, P., JOU, W., STRELETS, M., AND ALMARAS, S. Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. In *Advances in DNS/LES Greyden Press* (1998).
- [94] SUBRAMANIAN, C. S. ANTONIA, R. Effect of Reynolds number on a slightly heated turbulent boundary layer. *Int. J. Heat Mass Transf.* 24, 11 (1981), 1833–1846.
- [95] SWANSON, R., AND TURKEL, E. On central-difference and upwind schemes. *J. Comp. Phys.* 101 (1992), 292.

- [96] TEITEL, M., AND ANTONIA, R. Heat transfer in fully developed turbulent channel flow : comparison between experiment and direct numerical simulations. *Int. J. Heat Mass Transf.* 36, 6 (1993), 1701–1706.
- [97] TISELJ, I., BERGANT, R., MAVKO, B., BAJSIC, I., AND HETSRONI, G. DNS of turbulent heat transfer in channel flow with heat conduction in the solid wall. *J. of Heat Transfer* 123 (2001), 849–857.
- [98] WANG, M., AND MOIN, P. Dynamic wall modelling for LES of complex turbulent flows. *Phys. Fluids* 14, 7 (2002), 2043–2051.
- [99] WANG, W., AND PLETCHER, R. On the large eddy simulation of a turbulent channel flow with significant heat transfer. *Phys. Fluids* 8, 12 (1996), 3354–3366.
- [100] WEI, T., AND WILLMARTH, W. Reynolds-number effects on the structure of a turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.* 204 (1989), 57–95.
- [101] WERNER, H., AND WENGLER, H. LES of turbulent flow over and around a cube in a plate channel. In *8<sup>th</sup> Symp. Turbulent Shear Flows, Technical University of Munich* (1991), pp. 19–4–1/19–4–6.
- [102] WILLIAMSON, J. Low storage Runge-Kutta schemes. *J. Comp. Phys.* 35 (1980), 48–56.
- [103] ZANG, Y., AND STREET, R. A composite multigrid method for calculating unsteady incompressible flows in geometrically complex domains. *Int. J. for Num. Meth. in Fluids* 20 (1995), 341–361.

*Résumé :*

La Simulations des Grandes Echelles d'écoulements turbulents anisothermes a été utilisée dans le cadre de problèmes d'interaction thermique fluide/structure. Dans ce contexte, le but de ce travail réside non seulement dans l'identification des divers éléments susceptibles de mésestimer les fluctuations de température à l'interface fluide/solide mais aussi à l'introduction de modélisations capables de reproduire la physique mise en jeu. Dans un premier temps, le choix d'un schéma de convection « optimisant » le transport de scalaire a conduit à l'adoption d'un schéma décentré du 3<sup>ème</sup> ordre avec limiteur de pente (FRAM) : le schéma QUICK. L'utilisation de modèles de parois classiques ayant montré des faiblesses quant à l'estimation des fluctuations pariétales de température dans le cas de couches limites attachées, deux nouvelles approches de reconstruction de fluctuations sont proposées et testées dans la configuration du canal plan bi-périodique. La première (SWIFT) repose sur une résolution complète des équations de Navier-Stokes 3D instationnaires sur une grille fine en proche paroi permettant de reconstruire le champ fluctuant uniquement dans la zone d'intérêt. L'emploi de cette méthode dans sa version actuelle reste limité à des zones réduites du domaine de simulation vu son coût. Une seconde méthode est en cours de développement et repose sur le forçage des fluctuations de température à la paroi par la résolution 1D et simultanée d'une équation de température moyenne et d'une équation de transport pour la variance de température.

*Title*

Large Eddy Simulations of turbulent flows with heat transfer

*Abstract.*

Large Eddy Simulation of turbulent flows with heat transfer was used within the framework of conjugate heat transfer problems (fluid/structure thermal interaction). In this context, the objective of this work lies not only in identifying the various elements likely to impair temperature fluctuations estimations at the fluid/solid interface but also to introduce adequate modelings able to reproduce the desired near-wall physical behaviors. First, the choice of a convection scheme for the transport of passive scalars without attenuation (nor over-estimation) of the fluctuations led to the adoption of a high order upwind scheme with slope limiter (FRAM) : the QUICK scheme. The use of classical wall models having shown some weaknesses as for the estimation of parietal temperature fluctuations in the case of attached boundary layers, two new approaches are proposed and tested in the periodic plane channel flow configuration. The first one (SWIFT) relies on a complete resolution of the 3D unsteady Navier-Stokes equations on a refined grid close to the wall making it possible to rebuild the unsteady fluctuating field only in the region of interest. The second one (ODVM) relies on the forcing of temperature fluctuations at the interface by the simultaneous and one dimensional resolution of a turbulent boundary layer equation and a variance transport equation.

*Spécialité :* Mécanique des Fluides et Transferts

*Mots Clés :*

Simulation des Grandes Echelles, canal plan, couplage fluide/solide, lois de parois, fatigue thermique, Prandtl, variance, fluctuations, température, TRIO-U