

Thèse

Simulations des grandes échelles thermiques et expériences dans le cadre d'effusion anisotherme

présentée devant
l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

pour obtenir le grade de

DOCTEUR

Ecole doctorale : MEGA (Mécanique, Energétique, Génie civil et Acoustique)
Spécialité : Energétique et Thermique

par

Guillaume BRILLANT

Soutenue le 09 Juin 2004 devant la commission d'examen :

BERTOGLIO Jean-Pierre	Directeur de Recherche - LMFA, Lyon	Président
DAUMAS-BATAILLE Françoise	Professeur - CETHIL, Lyon	Directeur de Thèse
DUCROS Frédéric	Docteur-Ingénieur Habilité - CEA, Grenoble	Directeur de Thèse
MILLAN Pierre	Directeur scientifique - ONERA, Toulouse	Rapporteur
NICOUD Franck	Professeur - I3M, Montpellier	Rapporteur
ZHOU Ye	Professeur - LLNL, Livermore-USA	Examineur

Mars 2004

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

Directeur : STORCK A.

Professeurs :

AMGHAR Y.	LIRIS
AUDISIO S.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
BABOT D.	CONT. NON DESTR. PAR RAYONNEMENTS IONISANTS
BABOUX J.C.	GEMPPM***
BALLAND B.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BAPTISTE P.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
BARBIER D.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BASKURT A.	LIRIS
BASTIDE J.P.	LAEPSI****
BAYADA G.	MECANIQUE DES CONTACTS
BENADDA B.	LAEPSI****
BETEMPS M.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
BIENNIER F.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
BLANCHARD J.M.	LAEPSI****
BOISSE P.	LAMCOS
BOISSON C.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
BOIVIN M.	(Prof. émérite) MECANIQUE DES SOLIDES
BOTTA H.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain
BOTTA-ZIMMERMANN M. (Mme)	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Développement Urbain
BOULAYE G.	(Prof. émérite) INFORMATIQUE
BOYER J.C.	MECANIQUE DES SOLIDES
BRAU J.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Thermique du bâtiment
BREMOND G.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
BRISAUD M.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
BRUNET M.	MECANIQUE DES SOLIDES
BRUNIE L.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
BUFFIERE J-Y.	GEMPPM***
BUREAU J.C.	CEGELY*
CAMPAGNE J-P.	PRISMA
CAVAILLE J.Y.	GEMPPM***
CHAMPAGNE J-Y.	LMFA
CHANTE J.P.	CEGELY*- Composants de puissance et applications
CHOCAT B.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine
COMBESCURE A.	MECANIQUE DES CONTACTS
COURBON	GEMPPM
COUSIN M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
DAUMAS F. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et Thermique
DJERAN-MAIGRE I.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL
DOUTHEAU A.	CHIMIE ORGANIQUE
DUBUY-MASSARD N.	ESCHIL
DUFOUR R.	MECANIQUE DES STRUCTURES
DUPUY J.C.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
EMPTOZ H.	RECONNAISSANCE DE FORMES ET VISION
ESNOUF C.	GEMPPM***
EYRAUD L. (Prof. émérite)	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
FANTOZZI G.	GEMPPM***
FAVREL J.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
FAYARD J.M.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
FAYET M. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES SOLIDES
FAZEKAS A.	GEMPPM
FERRARIS-BESSO G.	MECANIQUE DES STRUCTURES
FLAMAND L.	MECANIQUE DES CONTACTS
FLEURY E.	CITI
FLORY A.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATIONS
FOUGERES R.	GEMPPM***
FOUQUET F.	GEMPPM***
FRECON L. (Prof. émérite)	REGROUPEMENT DES ENSEIGNANTS CHERCHEURS ISOLES
GERARD J.F.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
GERMAIN P.	LAEPSI****
GIMENEZ G.	CREATIS**
GOBIN P.F. (Prof. émérite)	GEMPPM***
GONNARD P.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
GONTRAND M.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
GOUTTE R. (Prof. émérite)	CREATIS**
GOUJON L.	GEMPPM***
GOURDON R.	LAEPSI****
GRANGE G. (Prof. émérite)	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
GUENIN G.	GEMPPM***
GUICHARDANT M.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
GUILLOT G.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
GUINET A.	PRODUCTIQUE ET INFORMATIQUE DES SYSTEMES MANUFACTURIERS
GUYADER J.L.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
GUYOMAR D.	GENIE ELECTRIQUE ET FERROELECTRICITE
HEIBIG A.	MATHEMATIQUE APPLIQUEES DE LYON
JACQUET-RICHARDET G.	MECANIQUE DES STRUCTURES
JAYET Y.	GEMPPM***
JOLION J.M.	RECONNAISSANCE DE FORMES ET VISION
JULLIEN J.F.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
JUTARD A. (Prof. émérite)	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
KASTNER R.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Géotechnique
KOULOUMDJIAN J. (Prof. émérite)	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
LAGARDE M.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
LALANNE M. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES STRUCTURES
LALLEMAND A.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique
LALLEMAND M. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Energétique et thermique
LAREAL P (Prof. émérite)	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Géotechnique

Mars 2004

LAUGIER A. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIERE
LAUGIER C.	BIOCHIMIE ET PHARMACOLOGIE
LAURINI R.	INFORMATIQUE EN IMAGE ET SYSTEMES D'INFORMATION
LEJEUNE P.	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
LUBRECHT A.	MECANIQUE DES CONTACTS
MASSARD N.	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
MAZILLE H. (Prof. émérite)	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
MERLE P.	GEMPPM***
MERLIN J.	GEMPPM***
MIGNOTTE A. (Mle)	INGENIERIE, INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
MILLET J.P.	PHYSICOCHIMIE INDUSTRIELLE
MIRAMOND M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Hydrologie urbaine
MOREL R. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES FLUIDES ET D'ACOUSTIQUES
MOSZKOWICZ P.	LAEPSI****
NARDON P. (Prof. émérite)	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
NAVARRO Alain (Prof. émérite)	LAEPSI****
NELIAS D.	LAMCOS
NIEL E.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
NORMAND B.	GEMPPM
NORTIER P.	DREP
ODET C.	CREATIS**
OTTERBEIN M. (Prof. émérite)	LAEPSI****
PARIZET E.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
PASCAULT J.P.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
PAVIC G.	VIBRATIONS-ACOUSTIQUE
PECORARO S.	GEMPPM
PELLETIER J.M.	GEMPPM***
PERA J.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Matériaux
PERRIAT P.	GEMPPM***
PERRIN J.	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
PINARD P. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIERE
PINON J.M.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
PONCET A.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
POUSIN J.	MODELISATION MATHEMATIQUE ET CALCUL SCIENTIFIQUE
PREVOT P.	INTERACTION COLLABORATIVE TELEFORMATION TELEACTIVITE
PROST R.	CREATIS**
RAYNAUD M.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
REDARCE H.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
RETIF J-M.	CEGELY*
REYNOUARD J.M.	UNITE DE RECHERCHE EN GENIE CIVIL - Structures
RICHARD C.	LGEF
RIGAL J.F.	MECANIQUE DES SOLIDES
RIEUTORD E. (Prof. émérite)	MECANIQUE DES FLUIDES
ROBERT-BAUDOUY J. (Mme) (Prof. émérite)	GENETIQUE MOLECULAIRE DES MICROORGANISMES
ROUBY D.	GEMPPM***
ROUX J.J.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Thermique de l'Habitat
RUBEL P.	INGENIERIE DES SYSTEMES D'INFORMATION
SACADURA J.F.	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON - Transferts Interfaces et Matériaux
SAUTEREAU H.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
SCAVARDA S. (Prof. émérite)	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
SOUIFI A.	PHYSIQUE DE LA MATIERE
SOUROUILLE J.L.	INGENIERIE INFORMATIQUE INDUSTRIELLE
THOMASSET D.	AUTOMATIQUE INDUSTRIELLE
THUDEROZ C.	ESCHIL - Equipe Sciences Humaines de l'Insa de Lyon
UBEDA S.	CENTRE D'INNOV. EN TELECOM ET INTEGRATION DE SERVICES
VELEX P.	MECANIQUE DES CONTACTS
VERMANDE P. (Prof émérite)	LAEPSI
VIGIER G.	GEMPPM***
VINCENT A.	GEMPPM***
VRAY D.	CREATIS**
VUILLERMOZ P.L. (Prof. émérite)	PHYSIQUE DE LA MATIERE
Directeurs de recherche C.N.R.S. :	
BERTHIER Y.	MECANIQUE DES CONTACTS
CONDEMINÉ G.	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
COTTE-PATAT N. (Mme)	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
ESCUDIE D. (Mme)	CENTRE DE THERMIQUE DE LYON
FRANCIOSI P.	GEMPPM***
MANDRAND M.A. (Mme)	UNITE MICROBIOLOGIE ET GENETIQUE
POUSIN G.	BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
ROCHE A.	INGENIERIE DES MATERIAUX POLYMERES
SEQUELA A.	GEMPPM***
VERGNE P.	LaMcos
Directeurs de recherche I.N.R.A. :	
FEBVAY G.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
GRENIER S.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
RAHBE Y.	BIOLOGIE FONCTIONNELLE, INSECTES ET INTERACTIONS
Directeurs de recherche I.N.S.E.R.M. :	
KOBAYASHI T.	PLM
PRIGENT A.F. (Mme)	BIOLOGIE ET PHARMACOLOGIE
MAGNIN I. (Mme)	CREATIS**

* CEGELY CENTRE DE GENIE ELECTRIQUE DE LYON

** CREATIS CENTRE DE RECHERCHE ET D'APPLICATIONS EN TRAITEMENT DE L'IMAGE ET DU SIGNAL

***GEMPPM GROUPE D'ETUDE METALLURGIE PHYSIQUE ET PHYSIQUE DES MATERIAUX

****LAEPSI LABORATOIRE D'ANALYSE ENVIRONNEMENTALE DES PROCEDES ET SYSTEMES INDUSTRIELS

SIGLE
ECOLE DOCTORALE
NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE

CHIMIE DE LYON
M. Denis SINOU
Université Claude Bernard Lyon 1
Lab Synthèse Asymétrique UMR UCB/CNRS 5622
Bât 308
2ème étage
43 bd du 11 novembre 1918
69622 VILLEURBANNE Cedex
Téla : 04.72.44.81.83
sinou@univ-lyon1.fr

E2MC

ECONOMIE, ESPACE ET MODELISATION DES COMPORTEMENTS
M. Alain BONNAFOUS
Université Lyon 2
14 avenue Berthelot
MRASH
Laboratoire d'Economie des Transports
69363 LYON Cedex 07
Téla : 04.78.69.72.76
Alain.Bonnafous@mrash.fr

E.E.A.

ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE

M. Daniel BARBIER
INSA DE LYON
Laboratoire Physique de la Matière
Bâtiment Blaise Pascal
69621 VILLEURBANNE Cedex
Téla : 04.72.43.64.43
Daniel.Barbier@insa-lyon.fr

E2M2

EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION

M. Jean-Pierre FLANDROIS
UMR 5558 Biométrie et Biologie Evolutive
Equipe à Dynamique des Populations Bactériennes
Faculté de Médecine Lyon-Sud Laboratoire de Bactériologie BP 1269600 OULLINS
Téla : 04.78.86.31.50
Jean-Pierre.Flandrois@biomserv.univ-lyon1.fr

EDIIS

INFORMATIQUE ET INFORMATION POUR LA SOCIETE

M. Lionel BRUNIE
INSA DE LYON
EDIIS
Bâtiment Blaise Pascal
69621 VILLEURBANNE Cedex
Téla : 04.72.43.60.55
lbrunie@if.insa-lyon.fr

EDISS

INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE

M. Alain Jean COZZONE
IBCP (UCBL1)
7 passage du Vercors
69367 LYON Cedex 07
Téla : 04.72.72.26.75
cozzone@ibcp.fr

MATERIAUX DE LYON

M. Jacques JOSEPH
Ecole Centrale de Lyon
Bât F7 Lab. Sciences et Techniques des Matériaux et des Surfaces
36 Avenue Guy de Collongue BP 163
69131 ECULLY Cedex
Téla : 04.72.18.62.51
Jacques.Joseph@ec-lyon.fr

Math IF

MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE FONDAMENTALE

M. Franck WAGNER
Université Claude Bernard Lyon1
Institut Girard Desargues
UMR 5028 MATHEMATIQUES
Bâtiment Doyen Jean Braconnier
Bureau 101 Bis, 1er étage
69622 VILLEURBANNE Cedex
Téla : 04.72.43.27.86 wagner@desargues.univ-lyon1.fr

MEGA

MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE

M. François SIDOROFF
Ecole Centrale de Lyon
Lab. Tribologie et Dynamique des Systèmes Bât G8
36 avenue Guy de Collongue
BP 163
69131 ECULLY Cedex
Téla : 04.72.18.62.14
Francois.Sidoroff@ec-lyon.fr

Avant Propos

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au sein du Laboratoire de Modélisation et de Développement de Logiciels du Commissariat à l'Énergie Atomique de Grenoble (CEA/LMDL) et au Centre de Thermique de Lyon (CETHIL-UMR5008).

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Françoise Daumas-Bataille pour m'avoir fait bénéficier de son savoir-faire dans le domaine de la recherche. Je la remercie très sincèrement pour son soutien et sa constante disponibilité. Je remercie Frédéric Ducros pour son apport scientifique qui a été essentiel pour le bon déroulement de cette thèse.

Que les rapporteurs de ce travail, Monsieur Franck Nicoud, Professeur à l'Université de Montpellier II et Monsieur Pierre Millan, Directeur Scientifique à l'ONERA de Toulouse soient vivement remerciés pour avoir accepté d'examiner mon manuscrit. Je les remercie pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail, pour l'utilité des remarques qu'ils ont faites ainsi que pour leur participation à mon jury.

J'exprime aussi ma profonde gratitude à Monsieur Jean-Pierre Bertoglio, Directeur de Recherche à l'École Centrale de Lyon et Président de mon jury de thèse et à Monsieur Ye Zhou, Professeur au *Lawrence Livemore National Laboratory* pour avoir accepté de faire partie de mon jury. Leurs travaux dans le domaine de la simulation numérique font foi et leur présence à mon jury m'honore.

Par ailleurs, je suis très reconnaissant envers toutes les personnes de Lyon et Grenoble qui m'ont régulièrement ou occasionnellement apporté leur aide au cours des trois années passées en leur compagnie.

Une partie de mes recherches est de nature expérimentale. Je remercie très sincèrement Jean-Paul Moro qui m'a permis, de par ses compétences scientifiques et techniques, de mener à bien l'étude expérimentale. Mes remerciements vont également vers Virginie Laporte et Sabine Husson pour leur concours sur l'étude de l'effusion. Un grand merci à Florence, Françoise, Joëlle et Marinette pour leur très grande compétence et leur extrême gentillesse.

Une partie de mes recherches est de nature numérique et mes remerciements vont vers toutes les personnes de l'équipe Trio U pour leur concours scientifique mais aussi pour leur bonne humeur... un grand merci à tous :-)

Enfin, un merci très particulier à la baleine, au boulet et à youyou pour leur bonne humeur et leur soutien et, ..., longue vie à la fleur ;-).

Table des matières

Nomenclature	13
Introduction générale	17
Première Partie - Contexte scientifique	19
1 La simulation des grandes échelles	21
1.1 Principe général	21
1.2 Les premières études prometteuses	21
1.3 Système d'équations filtrées	23
1.3.1 Notion de filtre	23
1.3.2 Équations filtrées	27
1.4 Modélisation sous-maille	31
1.4.1 Modèle de Smagorinsky	31
1.4.2 Modèles dynamiques	34
1.4.3 Modèle WALE	37
1.4.4 Modèles de la fonction de structure	38
1.4.5 Modèles de diffusivité sous-maille	42
1.5 Conditions aux limites	44
1.5.1 Condition limite de paroi fixe	45
1.5.2 Condition de sortie de fluide	50
1.6 Conditions initiales	50
1.7 Schémas numériques	51
2 Effusion anisotherme à travers une paroi poreuse	53
2.1 Présentation générale de l'effusion	53
2.2 Effusion à travers des parois planes	54
2.3 Effusion et instabilités à l'aval d'un obstacle	56

Deuxième partie - Développements pour la simulation des grandes échelles 61

3	Condition d'entrée de fluide turbulente	63
3.1	Introduction	63
3.2	Conditions d'entrée de fluide existantes	64
3.3	Entrée turbulente introduite dans Trio U / PRICELES	69
3.3.1	Description générale	69
3.3.2	Cas test du canal plan turbulent	70
3.3.3	De l'intérêt d'une entrée tridimensionnelle	71
3.3.4	De l'intérêt d'une entrée turbulente en température	74
3.3.5	Cas test d'une couche limite turbulente	75
3.4	Conclusions	79
4	Comportement des grandeurs turbulentes en proche paroi	81
4.1	Introduction	81
4.2	Étude générale	82
4.3	Comportement en proche paroi dans le cadre de la simulation des grandes échelles	85
4.3.1	Filtre intégral	85
4.3.2	Filtre boîte	87
4.4	Comportement asymptotique du modèle sous-maille	89
4.4.1	Étude dynamique	89
4.4.2	Étude thermique	90
5	Impact des modèles sous-maillages dynamiques sur le champ thermique	93
5.1	Introduction	93
5.2	Description et propriétés des modèles dynamiques utilisés	94
5.3	Configuration et paramètres de simulation	98
5.3.1	Canal plan turbulent chauffé	98
5.3.2	Paramètres de simulation	99
5.4	Influence du modèle de viscosité sous-maille	102
5.5	Influence du modèle de diffusivité sous-maille	107
5.5.1	Modèle dynamique lagrangien pour la viscosité sous-maille	108
5.5.2	Modèle WALE pour la viscosité sous-maille	110
5.5.3	Suppression du modèle sous-maille	111
5.5.4	Maillage plus lâche	112
5.5.5	Schéma de convection centré pour la température	114

5.6	Conditions aux limites de flux imposé et de paroi adiabatique	115
5.7	Conclusions	118

Troisième partie - Effusion : expériences et simulations des grandes échelles 119

6	Étude expérimentale de l'effusion anisotherme	121
6.1	Introduction	121
6.2	Dispositif expérimental	121
6.2.1	Effusion à travers une paroi plane poreuse	121
6.2.2	La soufflerie	122
6.2.3	Instrumentation et système d'acquisition	123
6.3	Anémométrie fils chauds / fils froids	127
6.3.1	Principe du fil chaud	127
6.3.2	Principe du fil froid	133
6.3.3	Propriétés des fils chauds utilisés	137
6.3.4	Propriétés des fils froids utilisés	138
6.4	Caractéristiques de l'étalonnage des fils	140
6.4.1	Étalonnage en température	140
6.4.2	Étalonnage en vitesse pour un fil chaud simple	140
6.4.3	Étalonnage en vitesse pour deux fils chauds croisés	143
6.4.4	Conversion vitesse effective - vitesse réelle pour la sonde croisée	146
6.5	Mesures avec les sondes deux et trois fils	148
6.5.1	Mesures préliminaires	148
6.5.2	Résultats des mesures et discussion	151
6.6	Conclusions	160
7	Simulation des grandes échelles de l'effusion anisotherme	161
7.1	Introduction	161
7.2	Configuration et paramètres de simulation	162
7.3	Discussion des résultats pour $F \leq 2\%$	169
7.3.1	Comparaison avec les mesures expérimentales	169
7.3.2	Résultats complémentaires	171
7.4	Discussion des résultats pour $F = 5\%$	175
7.5	Conclusions	177

Conclusion générale	179
Bibliographie	181
Annexes	195
A Expressions de quelques conditions d'entrée de fluide	197
A.1 Entrée turbulente développée par Wu <i>et al.</i> (1995)	197
A.2 Entrée turbulente développée par Lund <i>et al.</i> (1998)	198
A.3 Interpolation de mesures expérimentales	200
B Profils de vitesse de la SND - Comparaisons	201
C Mesures expérimentales complémentaires	203
D SGE l'effusion - Évolution spatiale de U et T	209

Nomenclature

Lettres latines

C_S	Constante de Smagorinsky	
f	Fréquence	Hz
F	Taux d'injection ($F = \frac{\rho_{inj} U_{inj}}{\rho_e U_e}$)	
G	Filtre de SGE	
g	Accélération de pesanteur	m.s^{-2}
h	Demi-hauteur du canal	m
I	Intensité électrique	A
k	Nombre d'onde	m^{-1}
I	Intensité de turbulence	
Nu	Nombre de Nusselt	
P_{ij}	Tenseur projection sur le plan Π perpendiculaire à \vec{k} , $P_{ij} = \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}$	
Pr	Nombre de Prandtl ($Pr = \frac{\nu}{\kappa}$)	
Pr_t	Nombre de Prandtl turbulent	
Pr_{sm}	Nombre de Prandtl sous-maille	
P	Pression	Pa
p	Pression statique $p = \frac{P}{\rho}$	$\text{m}^2.\text{s}^{-2}$
Re	Nombre de Reynolds ($Re = \frac{UL}{\nu}$)	
S_{ij}	Tenseur des déformations $S_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_i u_j + \partial_j u_i)$	s^{-1}
T	Température	K
T_{ref}	Température de référence	K
t	Temps	s
U	Module de la vitesse moyenne	m.s^{-1}
U_τ	Vitesse de frottement ($U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}$)	m.s^{-1}
u	Vitesse	m.s^{-1}
x	Coordonnée longitudinale	m
y	Coordonnée verticale	m
y^+	Coordonnée adimensionnelle ($y^+ = \frac{U_\tau y}{\nu}$)	
z	Coordonnée transverse	m

Lettres grecques

δ	Epaisseur de couche limite dynamique	m
$\overline{\Delta}$	Longueur de coupure associée au filtre	m
∂_i	Dérivée partielle en espace	m^{-1}
∂_t	Dérivée partielle en temps	s^{-1}
ϵ	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente	$\text{m}^2.\text{s}^{-3}$
κ	Diffusivité moléculaire	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
κ_{sm}	Diffusivité sous-maille	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
λ	Conductivité thermique	$\text{W}.\text{m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
μ	Viscosité dynamique	$\text{kg}.\text{m}^{-1}.\text{s}^{-1}$
ν	Viscosité cinématique	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
ν_{sm}	Viscosité sous-maille	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
ρ	Masse volumique	$\text{kg}.\text{m}^{-3}$
τ	Contrainte de cisaillement	Pa
τ_{ij}	Tenseur sous-maille	Pa

Indices

c	Relatif à la coupure du filtre
∞	Extérieur à la couche limite
rms	Grandeur fluctuante
i, j, k	Grandeur projetée selon x ($i = 1$), y ($i = 2$) ou z ($i = 3$)
inj	Relatif au fluide injecté
m	Grandeur moyenne
p	Paroi

Exposants

$-$	Grandeur filtrée
$\hat{}$	Grandeur dans l'espace spectral
$'$	Grandeur non résolue

Opérateurs mathématiques

δ_{ij}	Symbole de Kronecker
$*$	Convolution

Abréviations

DNS	<i>Direct Numerical Simulation</i>
EDQNM	<i>Eddy Damped Quasi Normal Markovian</i>
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
RANS	<i>Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>
SGE	Simulation des Grandes Échelles
SND	Simulation Numérique Directe

Introduction générale et objectifs

La présente étude a pour objectif de développer des outils et des modèles pour la simulation des grandes échelles en thermique dans le cadre d'un écoulement turbulent perturbé par de l'effusion anisotherme avec un écart de température modéré. En outre, des mesures expérimentales sont effectuées en vue de compléter et de valider les résultats obtenus.

L'étude de la simulation des grandes échelles de l'effusion anisotherme a été motivée par deux constatations complémentaires :

- D'une part, la simulation des grandes échelles connaît depuis plusieurs dizaines d'années un formidable essor et permet d'effectuer des simulations de qualité. Plus précisément, il apparaît que de plus en plus d'études sur la simulation des grandes échelles sont axées sur des problèmes thermiques. Ce thème de recherche est très prometteur et présente de nombreux points à étudier et à développer.
- D'autre part, l'effusion d'un fluide à travers une paroi poreuse est une technique efficace de protection des parois. Ainsi, l'utilisation d'un fluide froid permet de protéger la paroi des contraintes thermiques induites par un écoulement pariétal chaud. Inversement, l'utilisation d'un fluide chaud évite la formation de givre à la surface des parois. Le premier effet peut, par exemple, être mis à profit dans les chambres de combustion tandis que le deuxième effet peut être envisagé pour les nacelles d'avions ou pour les pales d'hélicoptères. En outre, l'effusion a un impact sur les instabilités hydrodynamiques et peut être utilisée pour faire du contrôle d'instabilités dans les écoulements convectifs.

Par ailleurs, une étude expérimentale a été menée afin de compléter nos connaissances sur l'effusion anisotherme et de permettre la validation des développements pour la simulation des grandes échelles en thermique.

Au cours de cette étude, nous avons effectué les simulations des grandes échelles au moyen du code de calcul Trio U développé au CEA de Grenoble. Trio U est un logiciel modulaire de calcul thermohydraulique avec notamment un module de calcul VDF (Volumes Différences Finies) et un module de calcul VEF (Volume Éléments Finis). Les deux modules VDF et VEF sont prévus pour traiter des écoulements bidimensionnels ou tridimensionnels de fluides newtoniens, incompressibles ou faiblement dilatables au moyen de modélisation statistique ou par simulation des grandes échelles.

Dans une première partie, nous présentons le contexte scientifique relatif à la simulation des grandes échelles (chapitre 1) et relatif à l'effusion (chapitre 2). Dans une seconde partie, nous exposons les développements pour la simulation des grandes échelles avec la définition d'une entrée turbulente (chapitre 3), une étude asymptotique à l'approche des parois (chapitre 4) et l'utilisation de modèles dynamiques de la diffusivité sous-maille (chapitre 5). Enfin, l'étude de l'effusion est présentée dans une troisième partie avec les résultats expérimentaux (chapitre 6) et numériques (chapitre 7).

Première partie

Contexte scientifique

Chapitre 1

La simulation des grandes échelles

1.1 Principe général

La solution la plus proche de la réalité pour effectuer une étude numérique d'un écoulement consiste à résoudre complètement le système d'équations considéré. Cette approche appelée Simulation Numérique Directe (SND ou DNS pour *Direct Numerical Simulation*) est très précise mais nécessite des temps de calcul conséquents.

Ainsi, afin d'effectuer des études numériques d'écoulement turbulent, on peut utiliser les modèles statistiques RANS (pour *Reynolds Average Navier-Stokes*) qui sont obtenus en effectuant une décomposition de Reynolds sur les équations de base puis en modélisant le tenseur de Reynolds. Le principal avantage des méthodes de type RANS réside dans les temps de calcul "acceptables". Cependant, si les grandeurs moyennes sont généralement simulées avec une précision correcte, il en est souvent tout autrement des grandeurs fluctuantes.

Il est alors intéressant d'utiliser une autre approche appelée Simulation des Grandes Échelles (SGE ou LES pour *Large Eddy Simulation*), intermédiaire entre la SND et les méthodes RANS. La simulation des grandes échelles ne modélise que les petites structures alors que les grosses structures porteuses d'énergie sont simulées. Afin de visualiser les trois approches de résolution numérique (SND, SGE et RANS), les différentes parties du spectre d'énergie cinématique qui sont simulées ou modélisées sont tracées sur la figure 1.1. La simulation des grandes échelles permet ainsi d'appréhender finement le comportement des fluctuations turbulentes (Lesieur (1997), Sagaut (1998)) tout en ayant des temps de calculs plus raisonnables qu'une simulation numérique directe.

1.2 Les premières études prometteuses

Les premières idées sur la séparation des échelles dans un écoulement ont été développées par Smagorinsky (1963) dans le cadre d'une étude sur les mouvements atmosphériques. Il préconise la résolution des grandes structures et la modélisation des plus petites. Il effectue alors des simulations bidimensionnelles d'écoulements atmosphériques et obtient de bonnes estimations.

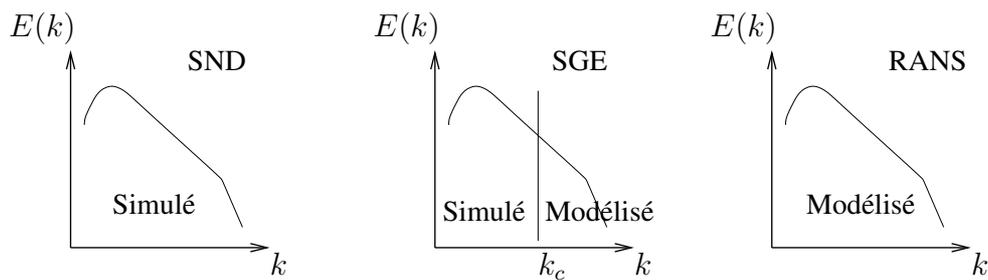


FIG. 1.1 – Comparaison des méthodes SND, SGE et RANS

Ce principe a été repris par Deardorff (1970) dans le cadre d'un écoulement turbulent de référence, le canal plan turbulent, qui compare ses résultats aux mesures expérimentales de Laufer (1954). Il effectue une simulation tridimensionnelle sur un domaine de 6720 mailles et remarque que, pour un surcoût raisonnable de temps de calcul par rapport aux méthodes RANS, il obtient des résultats intéressants. Du fait de l'hypothèse de grand nombre de Reynolds, il néglige dans les équations de Navier-Stokes le terme visqueux et ne résout donc pas la sous-couche visqueuse. D'autre part, il modélise le terme de viscosité turbulente par un terme proportionnel au tenseur de déformation et utilise la constante C_S de Smagorinsky. Il étudie alors l'influence de la valeur de cette constante sur les résultats de ses simulations. Il observe que la valeur $C_S \sim 0,18$ (obtenue théoriquement par Lilly (1967) pour le cas de la turbulence homogène isotrope) induit une trop forte dissipation et que l'intensité turbulente semble indépendante de la valeur de C_S pour $C_S \in [0,08; 0,12]$. Ces remarques l'amènent à prendre une valeur de C_S égale à 0,1 pour ses simulations. La différence de valeur de la constante C_S est attribuée par Deardorff (1971) à la présence d'un cisaillement dans l'écoulement principal pour la configuration du canal plan qui n'est pas pris en compte dans l'analyse de Lilly. Cette idée est confirmée par Mc Millan *et al.* (1980) qui ont montré la décroissance de la constante C_S avec le cisaillement dans l'écoulement. D'autre part, Deardorff remarque que la valeur de C_S n'est pas adaptée à tous les points de son domaine et ouvre ainsi la porte à de nouveaux modèles sous-maille. Même si ces résultats ne sont pas tous véritablement précis, ils montrent le grand potentiel de la simulation des grandes échelles.

Schuman (1975) poursuit les simulations d'un canal plan en multipliant par un facteur 10 le nombre de mailles et en modifiant le modèle sous-maille. Il utilise le plan de symétrie parallèle aux parois pour obtenir un opérateur de moyenne ($\langle . \rangle$) et divise le tenseur sous maille τ_{ij} en deux termes, l'un localement isotropique et l'autre prenant en compte l'inhomogénéité de l'écoulement (*Cf.* paragraphe 1.4.1). Cette décomposition est également utilisée par Moin et Kim (1982) et Rogallo et Moin (1984). D'autre part, Schumann ajoute une équation différentielle pour l'énergie cinétique turbulente mais sans grande amélioration des résultats.

Une autre configuration largement étudiée est la turbulence homogène isotrope, qui correspond à la décroissance de la turbulence derrière une grille et qui permet une comparaison avec les mesures expérimentales obtenues par Comte-Bellot et Corsin (1971). Clark *et al.* (1979) ont ainsi vérifié le bon comportement du modèle de Smagorinsky dans cette configuration en utilisant un domaine cubique de 64^3 noeuds et pour de faibles nombres de Reynolds.

Moin et Kim (1982) ont simulé un canal plan turbulent en maillant la sous-couche visqueuse. Le nombre de Reynolds pour leurs simulations est de 13800. Ils ont utilisé un maillage non régulier leur permettant d'avoir un premier nœud avec $y^+ < 5$ et d'appliquer une condition de non-glissement à la paroi. Ils ont choisi le modèle sous-maille de Smagorinsky avec la modification apportée par Schuman (1975). Ils observent qu'en l'absence du second terme dans le tenseur des contraintes sous-maille (correspondant au terme inhomogène), l'écoulement simulé ne transfère pas suffisamment d'énergie vers la turbulence pour contrer l'effet de la viscosité moléculaire. Afin que la viscosité turbulente tende vers zéro à la paroi, ils ajoutent une fonction correctrice décroissante, tendant vers zéro à la paroi (fonction développée par Van Driest (1956)). L'étude de sensibilité à la valeur de la constante de Smagorinsky C_S a conduit sensiblement aux mêmes conclusions que Deardorff mais à une valeur différente de la constante C_S prise égale à 0,065. Les résultats obtenus sont alors en très bon accord général avec les données expérimentales. De plus, Moin et Kim (1982) ont observé les structures de haute et basse vitesse en proche paroi (streaks). Pourtant, si les résultats sont très corrects, on peut se demander si le choix de la valeur de la constante de Smagorinsky ne dépend pas de la configuration étudiée. De plus, le fait d'être obligé d'appliquer une fonction correctrice (ajoutant ici encore une constante à choisir initialement), montre que ce modèle sous-maille n'apparaît pas comme universel et a conduit au développement de nouveaux modèles.

Avant de voir en détail les différents modèles sous-maille ainsi que leurs utilisations dans diverses configurations, regardons plus précisément comment les équations de base sont modifiées avec l'idée de séparation des échelles et la notion de filtrage.

1.3 Système d'équations filtrées

La simulation des grandes échelles est basée sur la notion de séparation d'échelles et implique, par conséquent, l'introduction de filtres et d'équations filtrées.

1.3.1 Notion de filtre

La séparation des échelles de turbulence est obtenue par application d'un filtre noté $G(x, t)$ dans l'espace physique et $\widehat{G}(k, t)$ dans l'espace spectral. Ce filtre est dit passe-bas dans l'espace spectral (passe-haut en échelles). Si $\phi(x, t)$ est une variable spatio-temporelle, nous noterons $\widehat{\phi}(x, t)$ sa transformée de Fourier en espace et $\overline{\phi}(x, t)$ la variable filtrée correspondante. La relation entre les variables $\phi(x, t)$ et $\overline{\phi}(x, t)$ est donnée par un produit dans l'espace spectral (Eq. (1.1)) et un produit de convolution dans l'espace physique (Eq. (1.2)) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{\overline{\phi}}(k, t) = \widehat{G}(k, t) \cdot \widehat{\phi}(k, t) \\ \overline{\phi}(x, t) = [G * \phi](x, t) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1.1) \\ (1.2) \end{array}$$

La partie non résolue de $\phi(x, t)$, notée $\phi'(x, t)$, est définie par :

$$\phi'(x, t) = \phi(x, t) - \overline{\phi}(x, t) \quad (1.3)$$

Nous utilisons ici un filtre homogène isotrope pour simplifier et permettre une meilleure compréhension physique de la simulation des grandes échelles. Pour des études dont le domaine est borné ou pour lesquelles le maillage n'est pas régulier, il faudra revenir sur ces hypothèses.

Afin de conserver la physique du problème et de permettre la manipulation des équations de Navier-Stokes et d'énergie, le filtre G doit vérifier les trois propriétés suivantes :

1. conservation des constantes :

$$a = \bar{a} \iff G * Id = Id \quad (1.4)$$

2. linéarité :

$$\overline{\phi + \psi} = \bar{\phi} + \bar{\psi} \quad (1.5)$$

3. commutativité avec la dérivation :

$$\overline{\partial_s \phi} = \partial_s \bar{\phi} \quad ; \quad s = 1, 2, 3, t \quad (1.6)$$

Il est à noter que les filtres qui vérifient ces propriétés ne sont pas en général des opérateurs de Reynolds, c'est à dire :

$$\begin{cases} \bar{\bar{\phi}} = G * [G * \phi] \neq \bar{\phi} & (1.7) \\ \bar{\phi'} \neq 0 & (1.8) \end{cases}$$

On remarque également que faire une décomposition de Reynolds reviendrait à utiliser un filtre plat dans l'espace spectral (ce qui revient pour les filtres définis ci-dessous à faire tendre k_c vers 0, i.e. à faire tendre $\bar{\Delta}$, longueur de coupure caractéristique du filtre, vers l'infini).

Les trois filtres les plus couramment utilisés par la simulation des grandes échelles sont le filtre boîte, le filtre gaussien et le filtre porte. Les définitions de ces filtres dans l'espace physique sont données par les équations (1.9), (1.11), (1.13) et dans l'espace spectral par les équations (1.10), (1.12), (1.14). Les représentations graphiques de ces filtres sont données sur les figures 1.2, 1.3 et 1.4.

– le filtre boîte (*top hat*) est défini par :

$$G(x) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{\Delta}} & \text{si } x \leq \frac{\bar{\Delta}}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.9)$$

$$\hat{G}(k) = \frac{\sin(k\bar{\Delta}/2)}{k\bar{\Delta}/2} \quad (1.10)$$

– le filtre gaussien est défini par :

$$\left\{ \begin{array}{l} G(x) = \left(\frac{\gamma}{\pi \Delta^2} \right)^{1/2} \exp \left(\frac{-\gamma x^2}{\Delta^2} \right) \\ \hat{G}(k) = \exp \left(\frac{-\Delta^2 k^2}{4\gamma} \right) \end{array} \right. \quad (1.11)$$

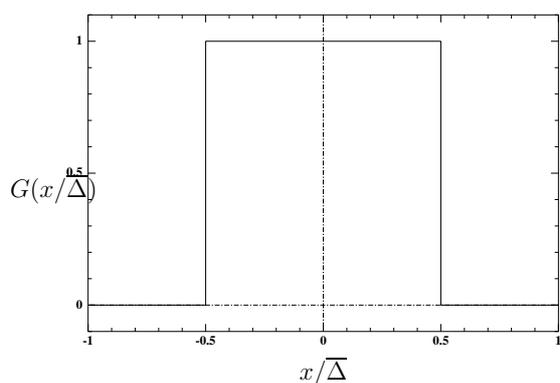
$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{G}(k) = \exp \left(\frac{-\Delta^2 k^2}{4\gamma} \right) \end{array} \right. \quad (1.12)$$

où γ est une constante généralement prise égale à 6.

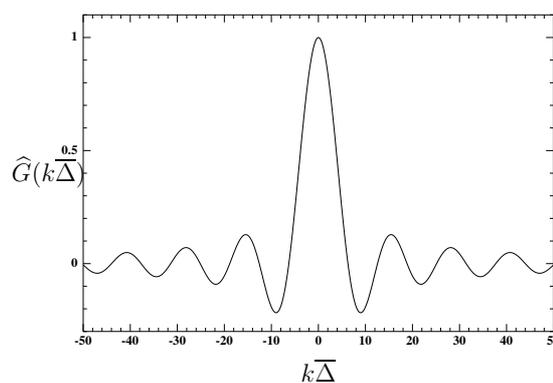
– le filtre porte (*spectral cut-off*) est défini par :

$$\left\{ \begin{array}{l} G(x) = \frac{\sin(k_c x)}{k_c x} \quad \text{avec} \quad k_c = \frac{\pi}{\Delta} \\ \hat{G}(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } |k| < k_c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \end{array} \right. \quad (1.13)$$

$$\hat{G}(k) = \begin{cases} 1 & \text{si } |k| < k_c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.14)$$



(a)



(b)

FIG. 1.2 – Filtre boîte

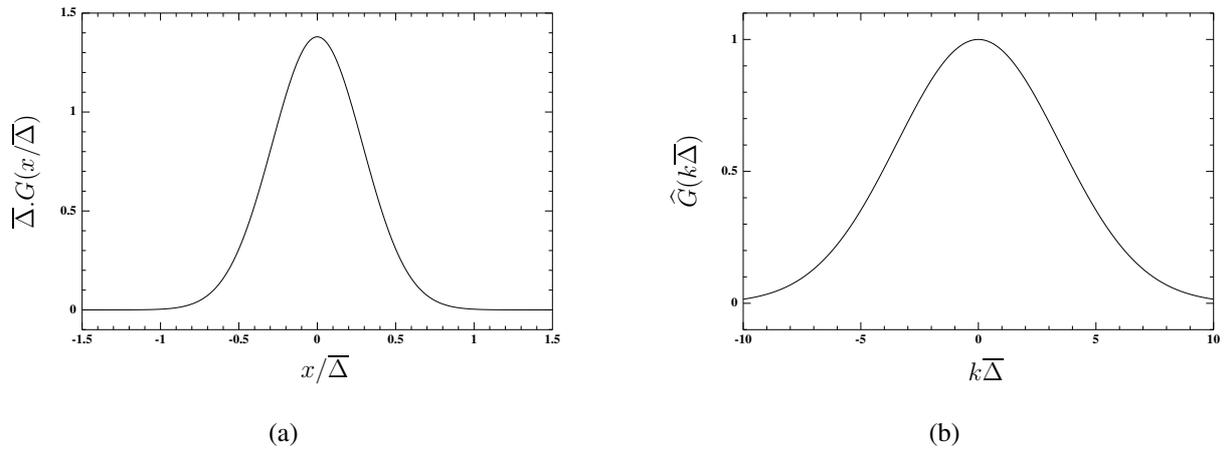


FIG. 1.3 – Filtre gaussien

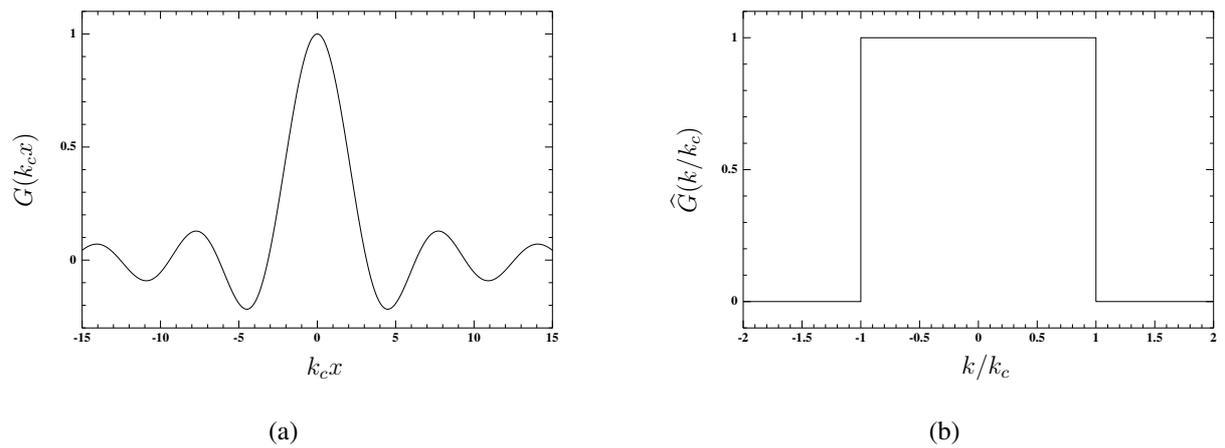


FIG. 1.4 – Filtre porte

Pour étendre les filtres définis ci-dessus en dimensions 2 ou 3, on peut supposer que les directions sont indépendantes et définir le filtre sous la forme :

$$\widehat{G}(\vec{k}) = \widehat{G}(k_1) \cdot \widehat{G}(k_2) \cdot \widehat{G}(k_3) \quad (1.15)$$

Les hypothèses d'homogénéité et d'isotropie des filtres utilisés ci-dessus s'avèrent souvent trop restrictives. En effet, pour des domaines bornés se pose le problème de la définition du filtre aux frontières. D'autre part, pour des écoulements complexes, il peut être intéressant de pouvoir modifier la valeur de la fréquence de coupure selon la position dans le domaine afin de résoudre plus précisément certaines parties de l'écoulement. La définition de filtre dans les cas inhomogènes a été étendue par Ghosal *et al.* (1995) et Vasiliev *et al.* (1998) avec une discussion sur le problème d'erreur de commutation du filtre avec les opérateurs de dérivations.

Ghosal *et al.* (1995) ont développé des filtres SOCF (pour *Second Order Commuting Filter*) pour lesquels l'erreur de commutation avec la dérivation spatiale est d'ordre 2. Si on désire une précision supérieure, on peut alors utiliser des filtres discrets construits pour être commutatifs comme ceux développés par Vasiliev *et al.* (1998).

Une fois la notion de filtre introduite, on peut alors développer un nouveau système d'équations avec des variables filtrées.

1.3.2 Équations filtrées

La simulation des grandes échelles consiste à résoudre un système d'équations filtrées obtenues par application d'un filtre, comme défini au paragraphe 1.3.1, sur le système d'équation constitué des équations de Navier-Stokes et d'énergie. Nous supposons dans la suite que le filtre utilisé est homogène isotrope ou bien que les erreurs de commutation avec la dérivation peuvent être négligées.

Équations filtrées dans l'espace physique

Dans l'espace physique, pour un écoulement incompressible, nous avons le système composé des équations (1.16), (1.17) et (1.18).

$$\begin{cases} \partial_i u_i = 0 & (1.16) \\ \partial_t u_i + \partial_j (u_i u_j) = -\partial_i p + 2\nu \partial_j S_{ij} & (1.17) \\ \partial_t T + \partial_j (T u_j) = \kappa \partial_{jj}^2 T & (1.18) \end{cases}$$

où $p = \frac{P}{\rho}$ est la pression statique, ν est la viscosité cinématique, κ la diffusivité moléculaire et S_{ij} le tenseur des déformations défini par :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} (\partial_i u_j + \partial_j u_i) \quad (1.19)$$

Dans le cadre des faibles écarts de température, on peut utiliser l'approximation de Boussinesq et introduire alors un état de référence ayant une température que l'on notera T_{ref} . Seule l'équation de quantité de mouvement est modifiée par l'ajout du terme $\rho\beta(T - T_{ref})g_i$ où β est le coefficient de compressibilité du gaz considéré et g_i l'accélération de pesanteur. L'équation (1.17) est alors remplacée par l'équation (1.20) :

$$\partial_t u_i + \partial_j (u_i u_j) = -\partial_i p + \beta(T - T_{ref})g_i + 2\nu \partial_j S_{ij} \quad (1.20)$$

Après application du filtre G , on obtient les équations (1.21), (1.22) et (1.23).

$$\begin{cases} \partial_i \bar{u}_i = 0 & (1.21) \\ \partial_t \bar{u}_i + \partial_j (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\partial_i \bar{p} + \beta(\bar{T} - T_{ref})g_i + 2\nu \partial_j \bar{S}_{ij} & (1.22) \\ \partial_t \bar{T} + \partial_j (\bar{T} \bar{u}_j) = \kappa \partial_{jj}^2 \bar{T} & (1.23) \end{cases}$$

Il reste alors à écrire les termes $\overline{u_i u_j}$ et $\overline{T u_j}$ en fonction des variables du problème qui sont maintenant $\overline{u_i}$, u'_i , \overline{T} et T' .

Terme non linéaire dans l'équation dynamique

En utilisant le fait que $u_i = \overline{u_i} + u'_i$, Leonard (1974) propose d'écrire le terme non-linéaire de l'équation dynamique sous la forme :

$$\begin{aligned}\overline{u_i u_j} &= \overline{(\overline{u_i} + u'_i)(\overline{u_j} + u'_j)} \\ &= \overline{\overline{u_i} \overline{u_j}} + \overline{\overline{u_i} u'_j} + \overline{u'_i \overline{u_j}} + \overline{u'_i u'_j}\end{aligned}\tag{1.24}$$

Suivant la terminologie utilisée depuis Clark *et al.* (1979), nous utiliserons dans la suite le tenseur de Leonard noté \mathcal{L}_{ij} , le tenseur croisé noté \mathcal{C}_{ij} et le tenseur de Reynolds noté \mathcal{R}_{ij} . Ces derniers sont définis selon :

$$\begin{cases} \mathcal{L}_{ij} = \overline{\overline{u_i} \overline{u_j}} - \overline{u_i u_j} & (1.25) \\ \mathcal{C}_{ij} = \overline{\overline{u_i} u'_j} + \overline{u'_i \overline{u_j}} & (1.26) \\ \mathcal{R}_{ij} = \overline{u'_i u'_j} & (1.27) \end{cases}$$

Le premier terme du second membre de l'équation (1.24) étant défini à partir des grandeurs $\overline{u_i}$ calculées explicitement, une première approche consiste à résoudre l'équation (1.28). Cette décomposition est appelée décomposition double (Sagaut (1998)).

$$\partial_t \overline{u_i} + \partial_j (\overline{\overline{u_i} \overline{u_j}}) = -\partial_i \overline{p} + 2\nu \partial_j \overline{S_{ij}} - \partial_j \tau_{ij}\tag{1.28}$$

avec

$$\begin{aligned}\tau_{ij} &= \overline{u_i u_j} - \overline{\overline{u_i} \overline{u_j}} \\ &= \mathcal{C}_{ij} + \mathcal{R}_{ij}\end{aligned}\tag{1.29}$$

où τ_{ij} est appelé tenseur sous maille.

Une seconde approche consiste à écrire l'équation dynamique sous la forme (1.30) avec le tenseur des contraintes sous-maille défini par (1.31). Cette décomposition est appelée triple ou décomposition de Leonard (Sagaut (1998)).

$$\partial_t \overline{u_i} + \partial_j (\overline{\overline{u_i} \overline{u_j}}) = -\partial_i \overline{p} + 2\nu \partial_j \overline{S_{ij}} - \partial_j \tau_{ij}\tag{1.30}$$

avec

$$\begin{aligned}\tau_{ij} &= \overline{u_i u_j} - \overline{\overline{u_i} \overline{u_j}} \\ &= \mathcal{L}_{ij} + \mathcal{C}_{ij} + \mathcal{R}_{ij}\end{aligned}\tag{1.31}$$

Il est à remarquer que $\overline{u_i u_j}$ est un terme quadratique et qu'il contient par conséquent des fréquences doubles. Pour résoudre précisément ce terme, une méthode de résolution plus précise que celle utilisée pour obtenir les termes comme $\overline{u_i}$ ou $\overline{u_i^2}$ doit être utilisée.

On note que si le filtre G est un opérateur de Reynolds, les tenseurs de Leonard et croisés sont identiquement nuls. Une première approximation possible est de supposer ces deux termes nuls. Cependant, Leonard (1974) et Clarck *et al.* (1977) montrent que ces approximations sont peu appropriées pour les écoulements turbulents et développent alors des modèles pour ces deux termes. Une autre solution consiste à modéliser de façon globale le tenseur sous-maille τ_{ij} sans chercher à savoir comment évoluent chacun des tenseurs de Leonard, croisé et de Reynolds.

Pour avoir une modélisation correcte du tenseur sous-maille τ_{ij} , on désire que l'opération de filtrage et le nouveau système d'équations vérifient les propriétés élémentaires de mécanique et notamment l'invariance galiléenne.

Invariance galiléenne par translation

Speziale (1985) a cherché à voir si la propriété d'invariance galiléenne par translation des équations de Navier-Stokes était conservée par le filtrage et par le système d'équations filtrées. En utilisant la transformation :

$$\begin{cases} x^\bullet = w + Vt + b \\ t^\bullet = t \end{cases} \quad (1.32)$$

$$\quad \quad \quad (1.33)$$

avec une variable ϕ vérifiant l'invariance galiléenne (i.e. $\phi^\bullet = \phi$), on obtient :

$$\int G(x^\bullet - X^\bullet) \phi^\bullet(X^\bullet) d^3 X^\bullet = \int G(x - X) \phi(X) d^3 X \quad (1.34)$$

Ainsi, on a $\overline{\phi^\bullet} = \overline{\phi}$ et par conséquent le filtrage conserve l'invariance galiléenne. Regardons maintenant l'équation dynamique filtrée et plus précisément les termes \mathcal{L}_{ij} , \mathcal{C}_{ij} et \mathcal{R}_{ij} :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{L}_{ij}^\bullet = \overline{u_i^\bullet u_j^\bullet} - \overline{u_i^\bullet} \overline{u_j^\bullet} \\ \quad = \mathcal{L}_{ij} + (\overline{V_i u_j} + \overline{V_j u_i}) - (V_i \overline{u_j} + V_j \overline{u_i}) \\ \quad = \mathcal{L}_{ij} - (V_i u_j' + V_j u_i') \end{array} \right. \quad (1.35)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{C}_{ij}^\bullet = \mathcal{C}_{ij} + (V_i u_j' + V_j u_i') \end{array} \right. \quad (1.36)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{R}_{ij}^\bullet = \mathcal{R}_{ij} \end{array} \right. \quad (1.37)$$

Les tenseurs \mathcal{L}_{ij} et \mathcal{C}_{ij} ne sont donc pas invariants mais les tenseurs \mathcal{R}_{ij} , $\mathcal{L}_{ij} + \mathcal{C}_{ij}$, et $\mathcal{L}_{ij} + \mathcal{C}_{ij} + \mathcal{R}_{ij}$ le sont. La décomposition double ne permet donc pas de vérifier l'invariance galiléenne par translation, tandis que le regroupement des tenseurs pour la décomposition triple permet de vérifier cette invariance.

Condition de réalisabilité

Une condition supplémentaire que doit vérifier la modélisation, correspond à la condition dite de réalisabilité du tenseur sous-maille τ_{ij} . Cette condition, utilisée pour l'approche statistique RANS, est également discutée par Vreman *et al.* (1994) pour la simulation des grandes échelles. Cette condition étant vérifiée, l'énergie cinétique \mathcal{K} turbulente généralisée par Germano (1992) est positive en tout point du domaine :

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2}\tau_{ii} \quad (1.38)$$

Le tenseur sous-maille τ_{ij} est dit réalisable, ou défini positif, si les inégalités (1.39), (1.40) et (1.41) sont vérifiées (pas de sommation sur les indices répétés). Vreman *et al.* (1994) montrent alors que la condition nécessaire et suffisante pour que la condition de réalisabilité soit satisfaite est que le filtre soit positif ($G \geq 0$). Les filtres boîte et gaussien, positifs, sont donc préférables au filtre porte. Ainsi, Vreman *et al.* (1994) appliquent un filtre porte sur des données obtenues par SND d'une couche de mélange pour obtenir l'énergie cinétique turbulente généralisée et observent des zones du domaine pour lesquelles \mathcal{K} est négative.

$$\begin{cases} \tau_{\alpha\alpha} \geq 0, & \alpha = 1, 2, 3 & (1.39) \\ |\tau_{\alpha\beta}| \leq \sqrt{\tau_{\alpha\alpha}\tau_{\beta\beta}}, & \alpha, \beta = 1, 2, 3 & (1.40) \\ \det(\tau) \geq 0 & & (1.41) \end{cases}$$

Équations filtrées dans l'espace spectral

Pour obtenir le système d'équations dans l'espace spectral, on utilise les propriétés principales de la transformée de Fourier. L'équation de continuité $\partial_i u_i = 0$ devient :

$$k_i \widehat{u}_i = 0 \quad (1.42)$$

ce qui implique que \widehat{u} soit dans un plan Π perpendiculaire à \vec{k} . Dans l'équation de quantité de mouvement, les termes temporel et visqueux se transforment en des termes compris dans ce plan Π . Cela implique donc que la transformée de Fourier de :

$$\partial_i u_j u_i + \partial_i p \quad (1.43)$$

soit également dans ce plan. On introduit le tenseur projection P_{ij} dans le plan Π défini par l'équation (1.44). On remarque que cette projection élimine le terme en pression et que par conséquent, l'équation dynamique dans l'espace spectral projetée sur la plan Π s'écrit sous la forme (1.45) et projetée suivant \vec{k} selon l'équation (1.46).

$$P_{ij} = \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \quad (1.44)$$

$$(\partial_t + \nu k^2) \widehat{u}_i = -i k_m P_{ij} \widehat{u}_j * \widehat{u}_m \quad (1.45)$$

$$ik_m(1 - P_{ij})\widehat{u}_j * \widehat{u}_m = -k_i\widehat{p} \quad (1.46)$$

L'équation d'énergie s'écrit sous la forme :

$$(\partial_t + \nu k^2) \widehat{T} = -ik_j\widehat{u}_j * \widehat{T} \quad (1.47)$$

On peut alors écrire le système d'équations filtrées en appliquant le filtre \widehat{G} .

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_i \overline{\widehat{u}_i} = 0 \end{array} \right. \quad (1.48)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\partial_t + \nu k^2) \overline{\widehat{u}_i} = -ik_m P_{ij} \overline{\widehat{u}_j * \widehat{u}_m} \end{array} \right. \quad (1.49)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ik_m(1 - P_{ij}) \overline{\widehat{u}_j * \widehat{u}_m} = -k_i \overline{\widehat{p}} \end{array} \right. \quad (1.50)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\partial_t + \nu k^2) \overline{\widehat{T}} = -ik_j \overline{\widehat{u}_j * \widehat{T}} \end{array} \right. \quad (1.51)$$

De même que précédemment, on peut développer les termes non linéaires (Sagaut (1998)) et écrire :

$$\overline{\widehat{u}_j * \widehat{u}_m} = \overline{\widehat{u}_j * \widehat{u}_m} + \overline{\widehat{u}_j' * \widehat{u}_m} + \overline{\widehat{u}_j * \widehat{u}_m'} + \overline{\widehat{u}_j' * \widehat{u}_m'} \quad (1.52)$$

On retrouve ici une décomposition similaire à celle obtenue dans l'espace physique.

Que ce soit dans l'espace physique ou dans l'espace spectral, il reste certains termes qu'il est nécessaire de modéliser afin de fermer le problème. Différents modèles sous-maille sont alors développés en vue de la fermeture des équations de simulation des grandes échelles (§ 1.4). D'autre part, la résolution des équations pose le problème de la définition de conditions aux limites (§ 1.5) et initiales (§ 1.6) réalistes. Enfin, le choix des schémas numériques utilisés doit être effectué de façon judicieuse (§ 1.7).

1.4 Modélisation sous-maille

Il est à noter que les modèles sous-maille présentés dans cette partie correspondent aux utilisés au cours de cette étude mais ne sont pas les seuls disponibles (Cf. Sagaut (1998)).

1.4.1 Modèle de Smagorinsky

Le premier modèle sous-maille a été élaboré par Smagorinsky (1963). Il suppose que le transfert direct vers les échelles sous-maille peut être représenté par un terme de diffusion fai-

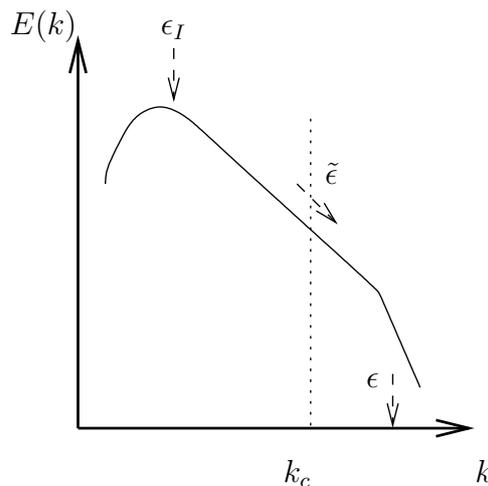


FIG. 1.5 – Transfert d'énergie

sant apparaître la viscosité sous-maille ou viscosité turbulente notée ν_{sm} . Cette hypothèse de viscosité sous-maille aussi appelée hypothèse de viscosité turbulente se traduit par la relation :

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk} = -2\nu_{sm}\overline{S}_{ij} \quad (1.53)$$

En utilisant les échelles résolues, on peut écrire $\nu_{sm} = \nu_{sm}(\overline{\Delta}, \tilde{\epsilon})$ avec $\overline{\Delta}$ la largeur du filtre et $\tilde{\epsilon}$ le flux d'énergie à la coupure. Par analyse dimensionnelle, il vient :

$$\nu_{sm} \propto \tilde{\epsilon}^{\frac{1}{3}} \overline{\Delta}^{\frac{4}{3}} \quad (1.54)$$

Dans le cas de la turbulence homogène isotrope, c'est-à-dire pour un spectre d'énergie de Kolmogorov : $E(k) = C_K \epsilon^{\frac{2}{3}} k^{-\frac{5}{3}}$ avec $C_K = 1.4$ la constante de Kolmogorov, et avec l'hypothèse d'équilibre local, c'est à dire que la production d'énergie, le transfert d'énergie à la coupure et la dissipation d'énergie sont égaux ($\epsilon_I = \tilde{\epsilon} = \epsilon$, Cf. figure 1.5). Il vient :

$$\begin{cases} \nu_{sm} = (C_S \overline{\Delta})^2 \|\overline{S}\| & (1.55) \\ C_S = \frac{1}{\pi} \left(\frac{3C_K}{2} \right)^{-\frac{3}{4}} & (1.56) \end{cases}$$

avec

$$\|\overline{S}\| = \sqrt{2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij}} \quad (1.57)$$

ce qui donne, pour $C_K = 1.4$, une constante de Smagorinsky égale à 0.18.

Il est à noter que le calcul de $\overline{\Delta}$ connaît plusieurs écritures. En effet, de nombreux auteurs comme Deardorff (1970) utilisent la relation :

$$\bar{\Delta} = (\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{1/3} \quad (1.58)$$

Pour des maillages irréguliers, Scotti *et al.* (1993) ont montré qu'il faut prendre en compte les facteurs d'aplatissement a_1 et a_2 (équations (1.61) et (1.62)). Un développement mathématique basé sur un filtre porte leur permet d'obtenir une fonction $f(a_1, a_2)$ définie par :

$$\bar{\Delta} = f(a_1, a_2) \cdot (\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{1/3} \quad (1.59)$$

Ils obtiennent une formule relativement complexe de $f(a_1, a_2)$ qu'ils approximent par la relation (1.63) afin de la rendre facilement utilisable dans les codes de calculs.

$$\begin{cases} \Delta_k = \max(\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3) & (1.60) \\ a_1 = \frac{\Delta_i}{\Delta_k}, i \neq k & (1.61) \\ a_2 = \frac{\Delta_j}{\Delta_k}, j \neq k, j \neq i & (1.62) \end{cases}$$

$$f(a_1, a_2) = \cosh \left\{ \left(\frac{4}{27} [(\ln a_1)^2 - \ln a_1 \ln a_2 + (\ln a_2)^2] \right)^{1/2} \right\} \quad (1.63)$$

Le modèle de Smagorinsky semble parfois trop dissipatif et inhibe, dans certaines conditions, la transition à la turbulence. Dans la pratique, la valeur de la constante est ajustée. Clark *et al.* (1979) utilisent $C_S = 0.2$ pour la turbulence homogène isotrope, tandis que Deardorff (1970) prend $C_S = 0.1$ et Moin et Kim (1982) utilisent $C_S = 0.065$ pour un canal plan turbulent. En effet, ce modèle est construit sur une base théorique de turbulence homogène isotrope et des adaptations du modèle sont nécessaires afin de l'appliquer à d'autres configurations. Schuman (1975) utilise les directions d'homogénéité du canal plan pour définir un opérateur de moyenne $\langle . \rangle$ et utilise alors une écriture modifiée de la viscosité sous-maille selon l'équation (1.64). Il obtient deux termes pour exprimer le tenseur sous-maille, l'un localement isotropique et l'autre prenant en compte l'inhomogénéité de l'écoulement.

$$\tau_{ij} = -\nu_T (S_{ij} - \langle S_{ij} \rangle) - \nu_T^* \langle S_{ij} \rangle \quad (1.64)$$

Avec le modèle de Smagorinsky, la viscosité sous-maille ne tend pas vers 0 à la paroi où les forces visqueuses sont prépondérantes. Ainsi, il faut utiliser une loi de paroi ou forcer directement le tenseur sous-maille à tendre vers 0, en utilisant, comme Moin et Kim (1982), une fonction d'amortissement ; par exemple celle de Van Driest (1956) :

$$\nu_{sm} = (C_S D \bar{\Delta})^2 \|\bar{S}\| \quad (1.65)$$

$$D = 1 - e^{-\frac{y^+}{A^+}}, \quad A^+ = 25 \quad (1.66)$$

Si cette méthode permet à Moin et Kim (1982) d'obtenir des résultats corrects, elle ne semble pas suffisamment générale. En effet, il est nécessaire de connaître en tout point du domaine la distance à la paroi ; ce qui est délicat dans le cadre de géométries complexes et/ou de maillages non-structurés. De façon plus générale, il semble important que le modèle puisse adapter la valeur de la viscosité sous-maille en fonction du taux de turbulence dans l'écoulement, et ce, en proche paroi, mais également dans toutes les zones de l'écoulement. C'est à partir de cette constatation qu'ont été développés les modèles dynamiques.

1.4.2 Modèles dynamiques

Les modèles dynamiques permettent de calculer, en tout point du maillage et pour chaque pas de temps, la constante du terme de viscosité sous-maille. L'idée développée par Germano *et al.* (1991) consiste à utiliser les informations sur l'écoulement simulé pour déterminer la constante du modèle sous-maille, ce qui permet une adaptation du modèle suivant le type d'écoulement. Il est à noter que le modèle dynamique présenté ici sur la base du modèle de Smagorinsky peut également s'appliquer aux autres modèles sous-maille basés sur l'hypothèse de Boussinesq de viscosité turbulente.

Germano *et al.* (1991) introduisent, en plus de la notion de filtre sous-maille, un deuxième filtre appelé filtre test et noté \hat{G} . Ce filtre test a une largeur $\hat{\Delta}$ plus grande que $\bar{\Delta}$ (Cf. figure 1.6).

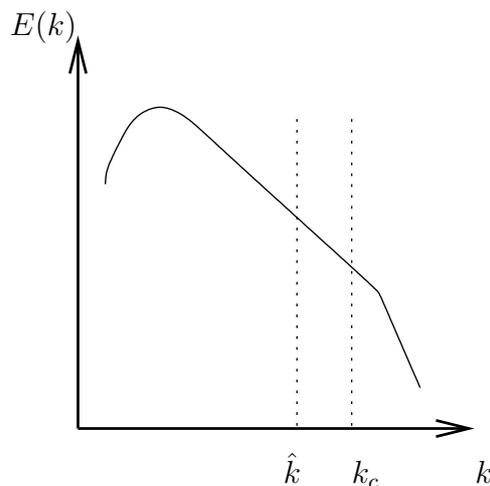


FIG. 1.6 – Coupure du filtre sous-maille et du filtre test

L'application de ces filtres sur les équations de la dynamique donne :

– filtrage par G :

$$\begin{cases} \partial_i \bar{u}_i = 0 & (1.67) \\ \partial_t \bar{u}_i + \partial_j (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\partial_i \bar{p} + \beta(\bar{T} - T_{ref})g_i + 2\nu \partial_j \bar{S}_{ij} - \partial_j \tau_{ij} & (1.68) \end{cases}$$

avec

$$\tau_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \overline{u_i u_j} \quad (1.69)$$

– puis filtrage par \widehat{G} :

$$\begin{cases} \partial_i \widehat{u}_i = 0 \\ \partial_t \widehat{u}_i + \partial_j (\widehat{u}_i \widehat{u}_j) = -\partial_i \widehat{p} + \beta(\widehat{T} - T_{ref})g_i + 2\nu \partial_j \widehat{S}_{ij} - \partial_j T_{ij} \end{cases} \quad (1.70)$$

$$(1.71)$$

avec

$$T_{ij} = \widehat{u_i u_j} - \widehat{u}_i \widehat{u}_j \quad (1.72)$$

Les tensions résolues sont définies par :

$$L_{ij} = \widehat{u_i u_j} - \widehat{u}_i \widehat{u}_j \quad (1.73)$$

et selon l'identité de Germano (1992), on peut écrire :

$$L_{ij} = T_{ij} - \widehat{\tau}_{ij} \quad (1.74)$$

C'est sur cette relation que reposent les modèles dynamiques. En supposant que l'on peut utiliser le même modèle sous-maille, ici le modèle de Smagorinsky, pour les deux systèmes d'équations, et ce avec la même constante, on peut écrire :

$$\begin{cases} \tau_{ij} = -2C^2 \overline{\Delta}^2 \|\overline{S}\| \overline{S}_{ij} \\ T_{ij} = -2C^2 \widehat{\Delta}^2 \|\widehat{S}\| \widehat{S}_{ij} \end{cases} \quad (1.75)$$

$$(1.76)$$

par conséquent, il vient :

$$L_{ij} = -2 \left[C^2 \widehat{\Delta}^2 \|\widehat{S}\| \widehat{S}_{ij} - \left(C^2 \overline{\Delta}^2 \|\overline{S}\| \overline{S}_{ij} \right) \right] \quad (1.77)$$

Cette équation n'est pas directement exploitable car elle fait apparaître la constante au travers d'un produit filtré. En supposant que cette constante C varie peu sur l'échelle du filtre, l'équation (1.77) se réécrit :

$$L_{ij} = C^2 M_{ij} \quad (1.78)$$

avec

$$M_{ij} = 2 \left[\left(\overline{\Delta}^2 \|\overline{S}\| \overline{S}_{ij} \right) - \widehat{\Delta}^2 \|\widehat{S}\| \widehat{S}_{ij} \right] \quad (1.79)$$

Plusieurs méthodes sont alors utilisées pour extraire la valeur de C . Une première approche consiste à minimiser l'erreur commise, qui est évaluée au moyen du résidu E_{ij} :

$$E_{ij} = L_{ij} - C^2 M_{ij} \quad (1.80)$$

Pour n'avoir qu'une équation et déterminer une valeur unique de la constante, Germano *et al.* (1991) proposent de résoudre l'équation :

$$\frac{\partial E_{ij} \overline{S_{ij}}}{\partial C} = 0 \quad (1.81)$$

Cependant, cette méthode pose des problèmes de consistance lorsque le tenseur $\overline{S_{ij}}$ s'annule. Lilly (1992) propose alors de calculer la constante C par une méthode des moindres carrés. La constante C est maintenant obtenue par résolution du problème :

$$\frac{\partial E_{ij} E_{ij}}{\partial C^2} = 0 \quad (1.82)$$

ainsi, il vient :

$$C^2 = \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{kl} M_{kl}} \quad (1.83)$$

La constante calculée n'est pas bornée puisque définie au moyen d'une fonction dont le dénominateur peut s'annuler. D'autre part, la constante ainsi calculée peut prendre des valeurs négatives. Ceci peut être interprété comme une modélisation de la cascade inverse d'énergie ou *backscatter*. Cependant, il apparaît que le problème est mal conditionné puisque ces propriétés induisent des instabilités numériques. Par conséquent, une méthode de stabilisation doit être mise en place. Germano *et al.* (1991) utilisent une moyenne dans les directions d'homogénéités, Zang *et al.* (1993) une moyenne en temps et une limitation de la constante par des bornes. Si la méthode de moyennage sur les plans d'homogénéité donne de bons résultats, elle est cependant difficilement applicable avec des maillages non-structurés et n'est plus envisageable pour des géométries complexes.

Une autre méthode dynamique, dite procédure dynamique lagrangienne, a été développée par Meneveau *et al.* (1996). Cette méthode utilise la notion de particule fluide et consiste en une minimisation d'erreur le long de la trajectoire des particules fluides. L'erreur dépend alors implicitement du temps et des positions prises par la particule auparavant selon l'expression :

$$E_{ij}(z, t') = L_{ij}(z, t') - C^2(\vec{x}, t) M_{ij}(z, t') \quad (1.84)$$

où $\vec{z}(t')$ est la trajectoire antérieure de la particule fluide définie selon :

$$\vec{z}(t') = \vec{x} - \int_{t'}^t \vec{u}(z(t''), t'') dt'' \quad (1.85)$$

La fonction à minimiser est l'intégrale de l'erreur E_{ij} donnée par l'équation (1.86) pondérée par la fonction W qui régule l'effet de moyenne temporelle. La minimisation par rapport à C^2 (cf équation (1.87)) donne l'expression de la constante C selon l'équation (1.88)

$$E = \int_{-\infty}^t E_{ij}(z, t') E_{ij}(z, t') W(t - t') dt' \quad (1.86)$$

$$\frac{\partial E}{\partial C^2} = \int_{-\infty}^t 2E_{ij} \frac{\partial E_{ij}}{\partial C^2} W(t-t') dt' = 0 \quad (1.87)$$

$$C^2 = \frac{\mathcal{J}_{LM}}{\mathcal{J}_{MM}} \quad (1.88)$$

avec \mathcal{J}_{LM} et \mathcal{J}_{MM} définis selon :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{J}_{LM} = \int_{-\infty}^t L_{ij} M_{ij}(z(t'), t') W(t-t') dt' \\ \mathcal{J}_{MM} = \int_{-\infty}^t M_{ij} M_{ij}(z(t'), t') W(t-t') dt' \end{array} \right. \quad (1.89)$$

$$\quad (1.90)$$

En utilisant la fonction $W(t-t') = T_{lag}^{-1} e^{-(t-t')/T_{lag}}$, Meneveau *et al.* (1996) intègrent directement ces équations et obtiennent les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{D\mathcal{J}_{LM}}{Dt} \equiv \frac{\partial \mathcal{J}_{LM}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla \mathcal{J}_{LM} = \frac{1}{T_{lag}} (L_{ij} M_{ij} - \mathcal{J}_{LM}) \\ \frac{D\mathcal{J}_{MM}}{Dt} \equiv \frac{\partial \mathcal{J}_{MM}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla \mathcal{J}_{MM} = \frac{1}{T_{lag}} (M_{ij} M_{ij} - \mathcal{J}_{MM}) \end{array} \right. \quad (1.91)$$

$$\quad (1.92)$$

Le temps caractéristique T_{lag} contrôle la longueur de l'intégrale lagrangienne et peut être estimée de plusieurs façons en utilisant des critères dimensionnels. Meneveau *et al.* (1996) ont choisi l'expression :

$$T_{lag} = A \Delta (\mathcal{J}_{LM} \mathcal{J}_{MM})^{-1/8} \quad (1.93)$$

La valeur de la constante A est estimée au moyen de simulations de turbulence homogène isotrope à $A = 1.5$. Bien que cette méthode permette de régulariser la constante du modèle, elle ne garantit pas qu'elle soit positive. Meneveau *et al.* (1996) préconisent donc la mise en place d'une limitation de la constante au moyen de bornes.

1.4.3 Modèle WALE

Nicoud et Ducros (1999) ont développé un modèle qui prend en compte le tenseur des déformations mais également le tenseur de rotation. En effet, Wray et Hunt (1989) ont montré à partir de données d'une simulation numérique directe que la dissipation d'énergie est élevée dans les zones de forte vorticité. Ce modèle possède de multiples avantages : la viscosité tend vers 0 à l'approche d'une paroi selon la loi attendue (*i.e.* en y^3) et il ne nécessite pas d'information quant à la position et à la direction d'une paroi. Cette dernière propriété est particulièrement intéressante dans le cas des géométries complexes et/ou maillages non structurés. Ce modèle, dénommé WALE (pour *Wall-Adapting Local Eddy-viscosity*) s'écrit sous la forme :

$$\nu_{sm} = (C_w \Delta)^2 \frac{\overline{OP_1}}{\overline{OP_2} + \epsilon} \quad (1.94)$$

avec $\epsilon = 10^{-6}$ et :

$$\begin{cases} \overline{OP_1} = (s_{ij}^d s_{ij}^d)^{3/2} & (1.95) \\ \overline{OP_2} = (\overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}})^{5/2} + (s_{ij}^d s_{ij}^d)^{5/4} & (1.96) \end{cases}$$

$$\begin{cases} s_{ij}^d = \frac{1}{2}(\overline{g_{ij}^2} + \overline{g_{ji}^2}) - \frac{1}{3}\delta_{ij}\overline{g_{kk}^2} & (1.97) \\ \overline{g_{ij}} = \partial_j \overline{u_i} & (1.98) \end{cases}$$

avec δ_{ij} le symbole de Kronecker. La constante $C_w = 0.5$ a été déterminée à partir de données de turbulence homogène isotrope. Pour l'intégration de ce modèle, ainsi que pour une étude paramétrique sur la constante C_w , on pourra se référer à Chatelain (2002).

1.4.4 Modèles de la fonction de structure

Viscosité turbulente et EDQNM

Les modèles du type fonction de structure ont été développés en opérant des analogies avec la théorie EDQNM (*Eddy-Damped Quasi Normal Markovian*) et l'hypothèse de viscosité turbulente spectrale introduite par Kraichnan. Une équation à résoudre correspond à l'évolution du spectre d'énergie cinétique turbulente des échelles résolues \overline{E} :

$$(\partial_t + 2\nu k^2) \overline{E}(k, t) = T_{<k_c}(k, t) + T_{>k_c}(k, t) \quad (1.99)$$

où $T_{>k_c}(k, t)$ est le terme représentant les transferts d'énergie cinétique à travers la coupure k_c et $T_{<k_c}(k, t)$ le terme des transferts aux grandes échelles. La viscosité turbulente est définie par :

$$\nu_t\left(\frac{k}{k_c}\right) = \frac{T_{>k_c}(k, t)}{2k^2 \overline{E}(k, t)} \quad (1.100)$$

Ainsi, l'équation à résoudre se réécrit sous la forme :

$$[\partial_t + 2(\nu + \nu_t\left(\frac{k}{k_c}\right)) k^2] \overline{E}(k, t) = T_{<k_c}(k, t) \quad (1.101)$$

Il reste à modéliser la viscosité turbulente. Kraichnan (1976) propose une modélisation de la forme :

$$\nu_t\left(\frac{k}{k_c}\right) = \nu_t^*\left(\frac{k}{k_c}\right) \cdot |\epsilon|^{1/3} k_c^{-4/3} \quad (1.102)$$

Chollet et Lesieur (1981) proposent d'utiliser le terme $\left(\frac{E(k_c)}{k_c}\right)^{1/2}$ plutôt que $|\epsilon|^{1/3} k_c^{-4/3}$ afin de normaliser la modélisation de la viscosité turbulente. Ils écrivent alors :

$$\nu_t = \nu_{\lambda(\frac{k}{k_c})} \cdot \left(\frac{E(k_c)}{k_c} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.103)$$

avec $\nu_{\lambda(\frac{k}{k_c})}$ qui peut être exprimé sous la forme (Chollet (1985)) :

$$\nu_{\lambda(\frac{k}{k_c})} = 0.267 + 9.21.e^{-3.03\frac{k}{k_c}} \quad (1.104)$$

Cette expression prend en compte le fait que l'ensemble des transferts se fait pour $k \sim k_c$. Ce phénomène, décrit sous le terme de "cups" dans la littérature, correspond au fait que ν_t est quasiment constante pour les faibles nombres d'onde et augmente fortement pour $k \sim k_c$. Il est à noter que cette modélisation ne permet pas de transfert d'énergie vers les petites structures tant que $E(k_c) = 0$ et offre ainsi une amélioration par rapport au modèle proposé par Kraichnan.

Une autre possibilité pour modéliser la viscosité turbulente consiste à faire une moyenne sur l'ensemble des longueurs d'onde. Il vient alors une expression de ν_t qui peut être utilisée dans l'espace physique :

$$\nu_{\lambda(\frac{k}{k_c})} = \frac{2}{3} C_K^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{E(k_c)}{k_c} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.105)$$

Analogies avec la simulation des grandes échelles

Les équations d'évolution dans l'espace spectral pour la simulation des grandes échelles peuvent s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \partial_i \widehat{u}_i = 0 & (1.106) \\ (\partial_t + \nu k^2) \widehat{u}_i = t_{<k_c}(k, t) + t_{>k_c}(k, t) & (1.107) \\ (\partial_t + \nu k^2) \widehat{T} = t_{<k_c}^T(k, t) + t_{>k_c}^T(k, t) & (1.108) \end{cases}$$

avec la modélisation des termes $t_{>k_c}(k, t)$ et $t_{>k_c}^T(k, t)$ selon :

$$\begin{cases} t_{>k_c}(k, t) = -\nu_{sm}^+(\frac{k}{k_c}) k^2 \widehat{u}(k, t) & (1.109) \\ t_{>k_c}^T(k, t) = -\kappa_{sm}^+(\frac{k}{k_c}) k^2 \widehat{T}(k, t) & (1.110) \end{cases}$$

Les termes $\nu_{sm}^+(\frac{k}{k_c})$ et $\kappa_{sm}^+(\frac{k}{k_c})$ peuvent être écrits sous la forme (Métais et Lesieur (1992)) :

$$\begin{cases} \nu_{sm}^+(\frac{k}{k_c}) = \frac{2}{3} C_K^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{E(k_c)}{k_c} \right)^{\frac{1}{2}} & (1.111) \\ \text{Pr}_{sm} = \frac{\nu_{sm}^+(\frac{k}{k_c})}{\kappa_{sm}^+(\frac{k}{k_c})} = 0.6 & (1.112) \end{cases}$$

À partir de ces considérations, plusieurs modèles de la fonction de structure on été développés et dont une revue générale est donnée par Lesieur et Métais (1996).

Modèle de la fonction structure

Dans l'espace physique, Métais et Lesieur (1992) écrivent :

$$\nu_{sm}(x, \Delta x) = \frac{2}{3} C_K^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{E_x(k_c)}{k_c} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.113)$$

Pour calculer le spectre d'énergie cinétique local, ils utilisent la fonction de structure du second ordre du champ de vitesse filtré, notée \overline{F}_2 et définie par :

$$\overline{F}_2(x, \Delta x) = \|\overline{u}(x, t) - \overline{u}(x + \Delta x, t)\|^2 \quad (1.114)$$

Dans le cadre de la turbulence homogène isotrope, ils obtiennent :

$$\nu_{sm}(x, \Delta x) = 0, 105 C_K^{-\frac{3}{2}} [\overline{F}_2(x, \Delta x)]^{\frac{1}{2}} \quad (1.115)$$

Le modèle, basé sur l'hypothèse d'un spectre de Kolmogorov, donne de bons résultats pour la turbulence homogène isotrope (Lesieur et Métais (1996)). Cependant, ce modèle apparaît trop dissipatif pour des situations quasi-bidimensionnelles ou en transition car la viscosité sous-maille est sensible aux gradients de vitesse moyenne. Des adaptations de ce modèles ont donc été développées.

Modèle de la fonction de structure sélective

David (1993) cherche à annuler la viscosité sous-maille lorsque l'écoulement n'est pas assez turbulent. Pour ce faire, il utilise la propriété de fortes variations de la vorticité dans l'écoulement turbulent. Il développe alors un critère sur l'angle α (Cf. figure 1.7) que fait la vorticité en un point $\vec{\omega}(M)$ avec la vorticité moyenne calculée sur les points voisins $\overline{\vec{\omega}}(M)$ définie par :

$$\overline{\vec{\omega}}(M) = \frac{\sum_i \frac{\vec{\omega}(M_i)}{d(M, M_i)}}{\sum_i \frac{1}{d(M, M_i)}} \quad (1.116)$$

l'angle α peut être évalué par la relation :

$$\alpha(x) = \arcsin \left(\frac{\|\overline{\vec{\omega}}(M) \wedge \vec{\omega}(M)\|}{\|\overline{\vec{\omega}}(M)\| \cdot \|\vec{\omega}(M)\|} \right) \quad (1.117)$$

Au moyen d'une étude statistique sur des simulations numériques directes de la turbulence homogène isotrope, David (1993)  value l'angle moyen défini ci-dessus comme étant égal à 20 . Il utilise alors pour fonction d'amortissement de la viscosité sous-maille, notée ϕ , une fonction indicatrice :

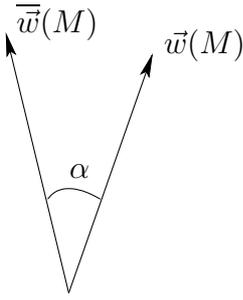


FIG. 1.7 – Angle entre la vorticité et la vorticité moyenne

$$\phi_{20^\circ}(x, t) = \begin{cases} 1 & \text{si } \alpha \geq 20^\circ \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.118)$$

La viscosité sous-maille s'écrit alors sous la forme :

$$\nu_{sm} = 0.104 \cdot \phi_{20^\circ}(x, t) \Delta x \left[\overline{F_2}(x, \Delta x) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.119)$$

Fallon (1994) utilise ce modèle pour simuler l'écoulement derrière une marche et observe que la formation des vortex se fait beaucoup plus rapidement qu'avec le modèle de la fonction de structure. Il montre ainsi une diminution de l'effet dissipatif du modèle de la fonction de structure sélectif en présence d'instabilités bidimensionnelles par rapport au modèle de la fonction de structure.

Cependant, il est à noter que la valeur de l'angle limite $\alpha_l = 20^\circ$ déterminée par David (1993) doit être adaptée en fonction du raffinement du maillage ainsi que du type d'écoulement considéré. Comme le modèle de Smagorinsky, le modèle de la fonction de structure sélectif n'est pas général et une adaptation dynamique peut être nécessaire.

Modèle de la fonction de structure filtré

Ducros (1995) cherche à améliorer le modèle de la fonction de structure en éliminant l'effet des hautes fréquences sur le calcul de la viscosité sous-maille. Il utilise alors un filtre passe-haut, noté ici P_{haut} , qu'il applique à la fonction de structure. La viscosité sous-maille s'écrit sous la forme :

$$\nu_{sm} = 0.0014 \cdot \phi_{20^\circ}(x, t) \Delta x P_{haut} \left[\overline{F_2}(x, \Delta x) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.120)$$

Ducros (1995) utilise ce modèle pour simuler un canal plan turbulent. Il obtient de meilleurs résultats qu'avec le modèle de la fonction structure pour la transition vers la turbulence, mais l'estimation du profil moyen n'est pas optimum (surestimation de l'ordre de 15% de la vitesse dans la zone logarithmique). Ducros *et al.* (1996) utilisent ce modèle pour un écoulement pariétal et simulent alors correctement la transition de la couche limite vers la turbulence.

Après avoir vu diverses modélisations du tenseur sous-maille dynamique, regardons maintenant comment modéliser le tenseur sous-maille thermique.

1.4.5 Modèles de diffusivité sous-maille

On rappelle que l'équation d'énergie en simulation des grandes échelles peut s'écrire sous la forme (1.121) et que la modélisation sous-maille consiste à exprimer le tenseur sous-maille thermique \mathfrak{S}_j (Cf. équation (1.122)) en fonction des grandeurs résolues.

$$\partial_t \bar{T} + \partial_j (\bar{T} \cdot \bar{u}_j) = \kappa \partial_{jj}^2 \bar{T} - \partial_j \mathfrak{S}_j \quad (1.121)$$

avec

$$\mathfrak{S}_j = \overline{T u_j} - \bar{T} \bar{u}_j \quad (1.122)$$

Modèle à nombre de Prandtl sous-maille constant

On remarque que si de nombreux modèles sous-maille ont été développés pour fermer l'équation dynamique, il en existe beaucoup moins pour modéliser le tenseur sous-maille thermique. En effet, beaucoup d'étude utilisent l'hypothèse que le nombre de Prandtl sous-maille est constant (en général $\text{Pr}_{sm} \in [0.6 ; 1.1]$) et modélisent le tenseur sous-maille thermique au moyen de :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{S}_j = -\kappa_{sm} \partial_j \bar{T} \\ \text{Pr}_{sm} = \frac{\nu_{sm}}{\kappa_{sm}} = Cste \end{array} \right. \quad (1.123)$$

$$\quad (1.124)$$

L'équation d'énergie se récrit sous la forme :

$$\partial_t \bar{T} + \partial_j (\bar{T} \cdot \bar{u}_j) = (\kappa + \kappa_{sm}) \partial_{jj}^2 \bar{T} \quad (1.125)$$

On suppose ici que les phénomènes sont donc déterminés par l'évolution dynamique de l'écoulement. Or cette hypothèse peut être mise en défaut dans certaines configurations et un modèle plus élaboré peut être nécessaire.

Modèles dynamiques thermiques

Le principe des modèles dynamiques thermiques est le même que pour les modèles dynamiques pour la vitesse. Un filtre test de longueur de coupure supérieure à la longueur de coupure du filtre sous-maille est introduit. Les tenseurs sous-maille correspondants aux deux filtres s'expriment selon :

$$\begin{cases} \mathfrak{S}_j = \overline{T u_j} - \overline{T} \overline{u_j} \\ \mathcal{T}_j = \widehat{\overline{T u_j}} - \widehat{\overline{T}} \widehat{\overline{u_j}} \end{cases} \quad (1.126)$$

$$\begin{cases} \mathfrak{S}_j = \overline{T u_j} - \overline{T} \overline{u_j} \\ \mathcal{T}_j = \widehat{\overline{T u_j}} - \widehat{\overline{T}} \widehat{\overline{u_j}} \end{cases} \quad (1.127)$$

En utilisant l'hypothèse de Boussinesq pour la diffusivité turbulente, et en supposant que la constante C est la même pour les deux filtres considérés, il vient :

$$\begin{cases} \mathfrak{S}_j = -2C^2 \overline{\Delta}^2 \|\overline{S}\| \overline{S}_j \\ \mathcal{T}_j = -2C^2 \widehat{\overline{\Delta}}^2 \|\widehat{\overline{S}}\| \widehat{\overline{S}}_j \end{cases} \quad (1.128)$$

$$\begin{cases} \mathfrak{S}_j = -2C^2 \overline{\Delta}^2 \|\overline{S}\| \overline{S}_j \\ \mathcal{T}_j = -2C^2 \widehat{\overline{\Delta}}^2 \|\widehat{\overline{S}}\| \widehat{\overline{S}}_j \end{cases} \quad (1.129)$$

avec $\mathcal{S}_j = \partial_j T$. Les tensions résolues \mathcal{L}_j sont définies par :

$$\mathcal{T}_j = \widehat{\overline{T u_j}} - \widehat{\overline{T}} \widehat{\overline{u_j}} \quad (1.130)$$

et vérifient la relation :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_j &= \mathcal{T}_j - \widehat{\overline{\mathfrak{S}_j}} \\ &= \left(2C^2 \widehat{\overline{\Delta}^2} \|\widehat{\overline{S}}\| \widehat{\overline{S}}_j \right) - 2C^2 \widehat{\overline{\Delta}}^2 \|\widehat{\overline{S}}\| \widehat{\overline{S}}_j \end{aligned} \quad (1.131)$$

En supposant que la constante du modèle varie peu sur la largeur des filtres, on peut extraire la constante de l'opérateur de filtrage et exprimer la relation précédente selon :

$$\mathcal{L}_j = 2C^2 \mathcal{M}_j \quad (1.132)$$

avec \mathcal{M}_j défini par :

$$\mathcal{M}_j = 2 \left[\left(\widehat{\overline{\Delta}^2} \|\widehat{\overline{S}}\| \widehat{\overline{S}}_j \right) - \widehat{\overline{\Delta}}^2 \|\widehat{\overline{S}}\| \widehat{\overline{S}}_j \right] \quad (1.133)$$

Une méthode d'estimation par minimisation de résidu est alors mise en place sur la base de la relation (1.132). On définit la fonction erreur par :

$$\mathcal{E}_j = \mathcal{L}_j - C^2 \mathcal{M}_j \quad (1.134)$$

La minimisation de cette fonction erreur par la méthode des moindres carrés ($\frac{\partial \mathcal{E}_j \mathcal{E}_j}{\partial C^2} = 0$) permet d'obtenir l'expression de la constante du modèle selon :

$$C^2 = \frac{\mathcal{L}_j \mathcal{M}_j}{\mathcal{L}_k \mathcal{M}_k} \quad (1.135)$$

Notons par ailleurs que la procédure dynamique a été appliquée à la modélisation de la variance de la température par Pierce et Moin (1998).

Modèle de similarité d'échelle

Les modèles de similarité d'échelle pour la diffusivité sous-maille dérivent directement du modèle de Bardina *et al.* (1980) sur la viscosité. L'idée consiste à considérer que les interactions entre les échelles résolues et sous-mailles peuvent être estimées par les interactions entre les plus petites échelles résolues et les grandes échelles sous-maille (Cf. illustration sur la figure 1.8). Ce modèle permet d'écrire la diffusivité sous-maille sous une forme tensorielle. De fait, la diffusivité sous-maille n'est plus colinéaire avec le gradient de température. Cette approche ne permet pas en général l'obtention d'une dissipation suffisante et est souvent couplée à un autre modèle pour donner un modèle "mixte" (Cf. Montreuil (2000); Montreuil *et al.* (1999); Jimenez *et al.* (2001) et Jaber et Colucci (2003)).

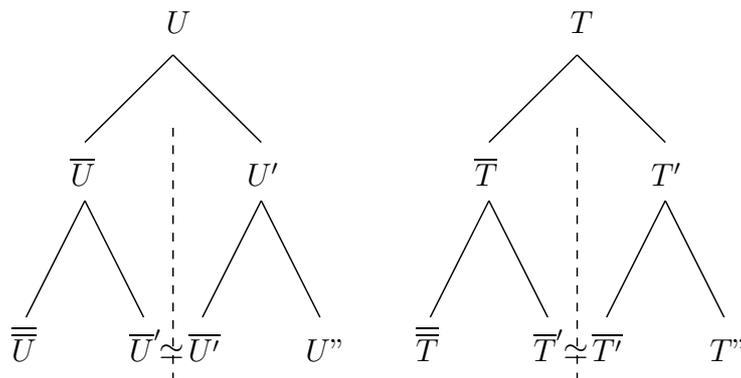


FIG. 1.8 – Principe du modèle de similarité d'échelle.

Autres modèles tensoriels

On peut noter l'existence de plusieurs autres modèles de diffusivité sous-maille tensorielle tel que le modèle de Pullin (2000) basé sur la convection par des tourbillons, les modèles dérivés du modèle GGDH (*Generalised Gradient Diffusion Hypothesis*) utilisé en simulation RANS (Peng et Davidson (2002) et Worthy (2003)) ou les modèles mixtes développés par Montreuil (2000).

Après cette description des principaux modèles sous-mailles, voyons maintenant en détail les différentes conditions aux limites qui sont utilisées pour la simulation des grandes échelles.

1.5 Conditions aux limites

La simulation des grandes échelles, comme les autres types de simulations, est très sensible aux conditions aux limites imposées. C'est pourquoi de nombreuses études se sont portées sur l'écriture de conditions aux limites adéquates. Les deux principales conditions aux limites

correspondent, d'une part, à la condition limite d'entrée de fluide, et d'autre part, à la condition limite de paroi fixe (loi de paroi ou bien condition de non-glissement). Une description des différents types d'entrées turbulentes est donnée au chapitre 3, où nous définissons également l'entrée turbulente introduite dans Trio U / PRICELES.

1.5.1 Condition limite de paroi fixe

Rappelons tout d'abord quelques définitions. On note δ l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche limite, τ_p la norme de la contrainte tangentielle à la paroi ($\tau_p^2 = \tau_{p1}^2 + \tau_{p3}^2$ avec $\tau_{pi} = \mu S_{i2}(y = 0)$), $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}$ la vitesse de frottement, $l_\tau = \frac{\nu}{u_\tau}$ la longueur visqueuse, $u^+ = \frac{u}{u_\tau}$ la vitesse réduite, $(x^+, y^+, z^+) = (x/l_\tau, y/l_\tau, z/l_\tau)$ les coordonnées réduites et $Re_\tau = \frac{\delta u_\tau}{\nu}$ le nombre de Reynolds local.

En proche paroi, les structures turbulentes sont de très petites tailles. Par conséquent, de petites mailles et un filtre suffisamment large sont nécessaires pour capter et simuler ces structures turbulentes. Afin de simuler correctement la sous-couche visqueuse, la condition $y^+ \lesssim 5$ doit donc être remplie ; ce qui implique que sur une simulation, la plus grande partie des nœuds sert en fait à résoudre la zone de proche paroi (Moin et Kim (1982) utilisent environ un tiers des nœuds pour 10% du domaine). Les temps de calculs augmentent très fortement, rendant certaines simulations quasiment irréalisables.

Afin de réduire les temps de calcul, une solution consiste alors à utiliser des lois de parois permettant de repousser le premier nœud à $y^+ \sim 50$. Établir une telle loi de paroi consiste à partir de l'écoulement "loin" de la paroi à estimer le comportement de l'écoulement en proche paroi et plus précisément à calculer le frottement à la paroi. Une bonne connaissance des caractéristiques de l'écoulement pariétal est donc nécessaire.

Caractéristiques d'un écoulement pariétal

La couche limite peut être divisée en deux parties (Cf. figure 1.9) : la région interne ($y \in [0 ; 0, 2\delta]$) et la région externe ($y > 0, 2\delta$). Dans la région interne, la dynamique est dominée par les effets visqueux et dans la région externe par la turbulence. La région interne peut elle-même être décomposée en trois parties :

- la sous couche laminaire : $y^+ \lesssim 5$, dans laquelle

$$u^+ = y^+ \quad (1.136)$$

- la région de transition, ou région tampon : $5 \lesssim y^+ \lesssim 30$, où

$$u^+ \simeq \ln(y^+) - 3.05 \quad (1.137)$$

- la couche de Prandtl ou région inertielle logarithmique : $30 \lesssim y^+ ; \frac{y}{\delta} \ll 1$ pour laquelle

$$u^+ \simeq \frac{1}{\zeta} \ln(y^+) + 5.5, \quad \zeta = 0,4 \quad (1.138)$$

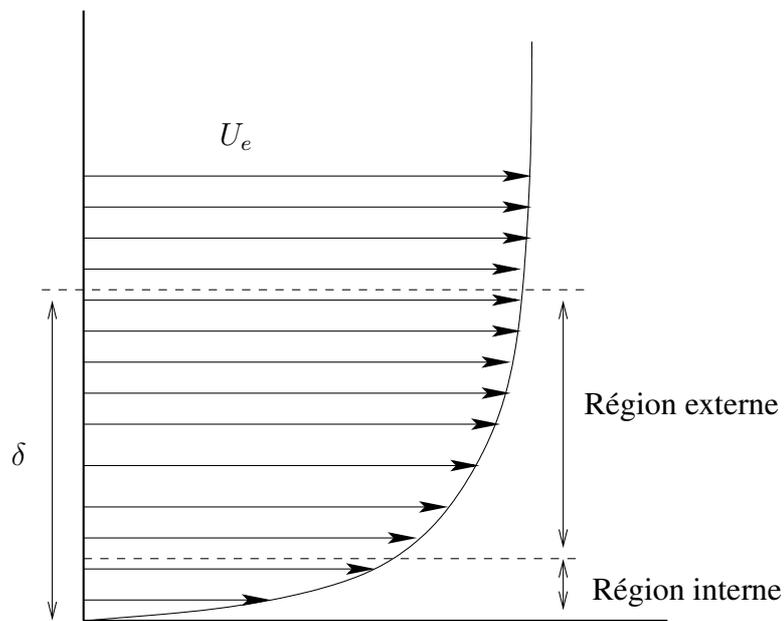


FIG. 1.9 – Couche limite turbulente

Pour être capable de générer la turbulence au moyen d'une loi de paroi en simulation des grandes échelles, une connaissance approfondie de la dynamique de la couche limite est nécessaire. Des études expérimentales ou numériques (principalement utilisant la simulation numérique directe) permettent d'obtenir de nombreuses informations. Dans la zone de proche paroi, des courants longitudinaux de hautes et basses vitesses se développent. Les courants de haute vitesse viennent impacter la paroi et augmentent localement assez fortement le frottement à la paroi. À l'inverse, les courants de basse vitesse ont un mouvement ascendant. Les dimensions caractéristiques de ces courants sont, en unité de paroi, $\lambda_x^+ \sim 500$, $\lambda_y^+ \sim 25$, $\lambda_z^+ \sim 100$ (avec $\lambda^+ = \lambda/l_\tau$). La complexité des structures se développant en proche paroi rend donc difficile l'établissement d'une loi de paroi générale et précise.

Condition de non-glissement

La première possibilité pour écrire une condition limite de paroi fixe consiste à résoudre complètement l'écoulement en proche paroi et à calculer explicitement le frottement à la paroi. Cette méthode a l'avantage d'être précise mais possède le sérieux inconvénient d'induire un surcoût de temps de calcul relativement conséquent. C'est pourquoi de nombreuses études se sont dirigées vers l'écriture de lois de paroi permettant l'utilisation de maillages lâches en proche paroi et donc de diminuer les temps de calcul. Cependant, la contrepartie de la diminution du temps de calcul apparaît dans la perte, plus ou moins importante, de la précision de la simulation. C'est pour répondre à cette double exigence de faibles temps de calcul et de précision des simulations que de nombreuses lois de parois ont été développées.

Lois de paroi dynamiques

La loi de paroi dite loi logarithmique utilise les relations (1.136), (1.137) et (1.138) données précédemment. Cette loi, largement utilisée par les méthodes RANS, est vérifiée pour la vitesse moyenne. L'application à la simulation des grandes échelles est donc délicate puisque c'est une loi sur la vitesse filtrée qui est nécessaire. Il faut alors supposer que la vitesse filtrée vérifie une loi vraie pour la valeur moyenne, ce qui peut induire de mauvaises estimations.

Deardorff (1970) propose une première loi de paroi pour la simulation des grandes échelles. Schuman (1975) et Grötzbach proposent, pour la configuration du canal plan, deux lois de parois vérifiant en moyenne la loi logarithmique et supposent la contrainte à la paroi proportionnelle à la vitesse filtrée. La loi de paroi de Grötzbach s'écrit sous la forme du système d'équations (1.139) et (1.140) :

$$\begin{cases} \tau_{p1} = \frac{\overline{u_1}(x, y, z)}{\langle \overline{U}(x, y, z) \rangle} \langle \tau_p \rangle & (1.139) \\ \tau_{p3} = \frac{\overline{u_3}(x, y, z)}{\langle \overline{U}(x, y, z) \rangle} \langle \tau_p \rangle & (1.140) \end{cases}$$

où l'opérateur $\langle . \rangle$ correspond à une moyenne dans le plan parallèle aux parois du canal, supposé plan d'homogénéité.

Toujours dans le cadre de la configuration du canal plan, Piomelli *et al.* (1989) développent deux lois de paroi en utilisant les connaissances sur les structures de haute et basse vitesse. La première loi dite loi décalée ou *shift model* prend en compte le fait que les courants de basse vitesse font un angle moyen de 8° par rapport à la paroi. Le point où la contrainte est calculée se situe à une distance $\Delta s = y \cot 8$ du point où l'on calcule la vitesse (Cf. figure 1.10). Cela se traduit par le changement de variable $x \rightarrow x + \Delta s$ dans les équations (1.141) et (1.142).

$$\begin{cases} \tau_{p1} = \frac{\overline{u_1}(x + \Delta s, y, z)}{\langle \overline{U}(x, y, z) \rangle} \langle \tau_p \rangle & (1.141) \\ \tau_{p3} = \frac{\overline{u_3}(x + \Delta s, y, z)}{\langle \overline{U}(x, y, z) \rangle} \langle \tau_p \rangle & (1.142) \end{cases}$$

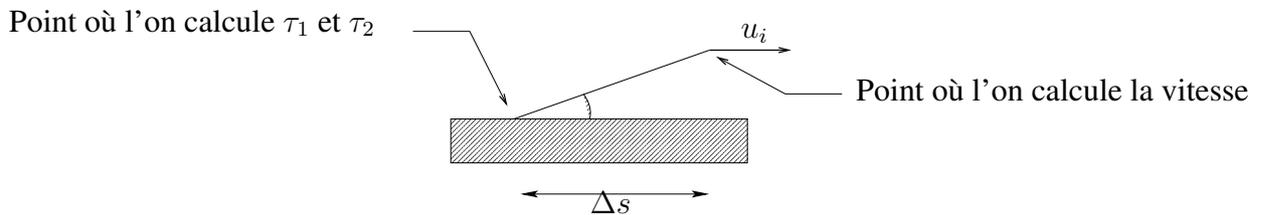


FIG. 1.10 – Décalage pour le calcul de la vitesse filtrée

La deuxième loi, dite loi de condition limite d'éjection ou *ejected boundary condition model*, prend en compte le fait que l'impact du fluide à haute vitesse sur la paroi induit une augmentation du frottement à la paroi, tandis que le mouvement de faible vitesse diminue le frottement.

Piomelli *et al.* (1989) prennent en compte cette relation entre les mouvements verticaux et le frottement à la paroi au travers d'un terme proportionnel à $\overline{u_2}$. La loi de paroi s'écrit sous la forme du système d'équations (1.143) et (1.144).

$$\begin{cases} \tau_{p1} = \langle \tau_p \rangle - cu_\tau \overline{u_2}(x + \Delta s, y, z) & (1.143) \\ \tau_{p3} = \frac{\overline{u_3}(x + \Delta s, y, z)}{\langle \overline{U}(x, y, z) \rangle} \langle \tau_p \rangle & (1.144) \end{cases}$$

où c est une constante prise égale à 1 pour correspondre aux mesures expérimentales.

Piomelli *et al.* (1989) utilisent ces lois de paroi avec le modèle sous-maille développé par Bardina *et al.* (1980) et vérifient que le fait d'utiliser une loi de paroi avec un maillage grossier leur permet de réduire sensiblement leur temps de calcul. Ils obtiennent un bon accord général mais avec quelques variations ponctuelles.

D'autres approches sont également possibles comme celle de Werner et Wengle (1991) qui est basée sur un profil de vitesse suivant une loi en puissance plutôt qu'une loi logarithmique ou celle de Balaras *et al.* (1996) qui utilise une équation pour résoudre l'écoulement de proche paroi.

Une comparaison des lois de paroi de Grötzbach, de Piomelli *et al.* (1989) et de Werner et Wengle (1991) est effectuée par Ackermann (2000) dans le cadre du canal plan. Si le gain de temps de calcul est certain et l'allure générale du profil moyen et des profils des grandeurs fluctuantes est retrouvée, la précision des simulations n'est pas toujours parfaite.

Nicoud et Baggett (1999) utilisent pour la première fois une méthode de contrôle optimal pour écrire une loi de paroi. Cette méthode est ensuite utilisée pour des simulations d'un canal turbulent avec un grand nombre de Reynolds (Nicoud (2000); Nicoud *et al.* (2001)).

Afin d'obtenir plus de précision, Baggett *et al.* (2000) enlèvent la condition de vitesse nulle à la paroi et autorisent ainsi un degré de liberté supplémentaire. Ils expriment le contrôle optimal au travers de trois termes (*Cf.* equation ci-dessous) : un terme prenant en compte l'écart des profils moyens simulés et "vrais"; un terme prenant en compte l'écart entre les profils des fluctuations simulés et "vrais" et enfin un terme de régularisation pour prévenir le développement d'instabilités numériques liées à la méthode.

$$\mathcal{I}(u, \phi) = \sum_{i=1}^3 \mathcal{I}_{moyen,i}(u, \phi) + \sum_{i=1}^3 \mathcal{I}_{ect,i}(u, \phi) + \sum_{i=1}^3 \mathcal{I}_{regul,i}(\phi) \quad (1.145)$$

Baggett *et al.* (2000) observent une amélioration des résultats par rapport à ceux de Nicoud (2000). Sans le second terme (correspondant aux fluctuations), le profil de vitesse moyenne est mieux estimé. Lorsque le second terme est pris en compte, une amélioration est obtenue pour le profil des fluctuations mais une légère dégradation est notée pour le profil de vitesse moyenne. Il semble donc difficile d'obtenir une nette amélioration des résultats à la fois sur la vitesse moyenne et sur les fluctuations. Il est à noter qu'en supprimant la contrainte de vitesse nulle à la paroi, cela induit des modifications des profils plus loin de la paroi que ne le permet l'écriture

des contraintes pariétales. Pour une revue générale sur les lois de paroi, on peut se référer à Cabot et Moin (2000), Piomelli et Balaras (2002).

Lois de paroi thermiques

De même que pour la couche limite dynamique, il est possible de décomposer la couche limite thermique en trois zones en adimensionnant la température au moyen de la température de frottement T_τ définie selon :

$$T_\tau = \frac{\kappa}{u_\tau} \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_p \quad (1.146)$$

où n correspond à la normale à la paroi. La température adimensionnelle T^+ est alors définie par la relation :

$$T^+ = \frac{T - T_p}{T_\tau} \quad (1.147)$$

avec T_p la température de la paroi. La couche limite thermique présente trois zones caractéristiques :

- une sous-couche conductive (laminaire) : $T^+ = \text{Pr}y^+$
pour $y^+ < 5\text{Pr}$
- une zone logarithmique (turbulente) : $T^+ = 2.12 \ln y^+ + \beta$
pour $y^+ \simeq 2/\text{Pr}$ si $\text{Pr} \ll 1$, $y^+ \simeq 30$ si $\text{Pr} \simeq 1$, et $y^+ \simeq 12/\text{Pr}^{1/3}$ si $\text{Pr} \gg 1$
- une zone tampon entre les deux zones précédentes

avec $\beta = (3.85\text{Pr}^{1/3} - 1.3)^2 + 2.12 \ln \text{Pr}$. Kader (1981) propose une formulation générale pour toute la hauteur de la couche limite :

$$T^+ = \text{Pr}y^+e^{-\Gamma} + [2.12 \ln ((1 + y^+)\mathcal{C}) + \beta] e^{-1/\Gamma} \quad (1.148)$$

avec $\Gamma = (10^{-2}(\text{Pr}y^+)^4) / (1 + 5\text{Pr}^3y^+)$ et \mathcal{C} défini selon l'équation (1.149) pour un canal de demi-hauteur h et selon l'équation (1.150) pour une couche limite d'épaisseur δ .

$$\mathcal{C} = \frac{1.5(2 - y/h)}{1 + 2(1 - y/h)^2} \quad (1.149)$$

$$\mathcal{C} = \frac{2.5(2 - y/\delta)}{1 + 4(1 - y/\delta)^2} \quad (1.150)$$

À partir de la connaissance analytique du profil de température adimensionnelle, il est alors possible de définir la loi de paroi dite standard. Notons qu'il existe par ailleurs plusieurs lois de parois thermiques telles que les lois de parois basées sur les résistances thermiques ou le modèle SWIFT développé par Chatelain *et al.* (2003).

1.5.2 Condition de sortie de fluide

La condition limite de sortie de fluide la plus couramment utilisée consiste en une condition limite convective qui s'écrit sous la forme :

$$\partial_t u_i + U_{conv} \partial_1 u_i = 0 \quad (1.151)$$

où U_{conv} correspond à la vitesse principale de l'écoulement qui est suivant l'axe 1. Le *et al.* (1997) ont étudié l'influence de cette condition limite sur les statistiques de l'écoulement au travers d'une simulation numérique directe de l'écoulement au-dessus d'une marche descendante. Ils ont alors montré que cette condition limite n'avait pas d'influence sur les statistiques de l'écoulement si on s'éloigne de plus de $1h$ (h étant la hauteur de la marche) de la frontière. Akselvoll et Moin (1996) ont obtenu la même conclusion avec une simulation des grandes échelles. Cette condition limite donne donc de bon résultats sous condition de ne pas la positionner trop près des zones d'intérêts de l'étude.

Après avoir vu les différentes conditions aux limites utilisées pour la simulation des grandes échelles, regardons maintenant comment définir la condition initiale d'une simulation.

1.6 Conditions initiales

Le développement temporel d'un écoulement est intimement lié aux conditions initiales. Ainsi, Bradshaw (1966) et Chandrsuda *et al.* (1978) ont remarqué que le développement d'une couche de mélange était très sensible à la condition initiale utilisée.

Par conséquent, pour initier une simulation, les variables doivent être initialisées de façon appropriée. Le choix de cette condition initiale doit faire l'objet d'une attention particulière afin de permettre au code de calcul de converger de cette condition initiale vers la solution exacte. Il est évident que cette convergence est également gouvernée par la précision et la nature des schémas numériques ainsi que par les modèles physiques choisis. En effet, le choix d'un schéma ou modèle trop dissipatif peut inhiber le développement de la turbulence. Cependant, même avec un bon choix de schémas et modèles, il est important d'appliquer une condition initiale qui permette une simulation rapide vers une solution statistiquement convergée.

D'autre part, la sensibilité de la simulation numérique à la condition initiale est accentuée lors de l'utilisation d'une condition limite de périodicité suivant l'axe longitudinal. On retrouve alors les mêmes problèmes que pour la simulation du développement spatial d'une couche limite turbulente lors du choix de la condition d'entrée de fluide. L'initialisation du domaine de calcul devient, du fait de la condition de périodicité, primordiale pour la bonne convergence statistique de la simulation. C'est pourquoi plusieurs études ont été axées sur la définition de conditions initiales pertinentes pour différentes configurations physiques.

L'étude du canal plan périodique a apporté de nombreuses contributions à l'écriture de conditions initiales. En effet, comme le remarquent Jiménez et Moin (1991), l'écoulement de Poiseuille est stable vis-à-vis des perturbations infinitésimales pour des nombres de Reynolds inférieurs à 5000. Par conséquent une condition initiale judicieuse doit être donnée pour obtenir un canal plan périodique turbulent. Deardorff (1970) et Schuman (1975) imposent la solution

moyenne plus des fluctuations ayant les amplitudes désirées. Kim *et al.* (1987) utilisent une solution de l'équation de Orr-Sommerfeld à laquelle ils ajoutent des fluctuations aléatoires. Toujours dans le cadre du canal plan turbulent, l'utilisation d'un profil moyen auquel on ajoute une onde de Tollmien-Schlichting et un bruit aléatoire permet une transition relativement rapide vers un écoulement turbulent tridimensionnel comme l'ont montré Piomelli *et al.* (1990), Lamballais (1996), Ackermann (2000) et Ackermann et Métais (2001). Lamballais (1996) et Ackermann (2000) utilisent un canal tournant pour faciliter la transition sur la paroi anticyclonique. La solution utilisée par Jiménez et Moin (1991), consiste à simuler un canal plan turbulent pour un nombre de Reynolds de 7000, qu'ils obtiennent en initialisant avec la solution parabolique et une perturbation infinitésimale, puis à diminuer progressivement le nombre de Reynolds de l'écoulement jusqu'à la valeur désirée.

Péneau *et al.* (2000) initialisent la simulation d'un canal plan turbulent pour des hauts degrés de turbulence en imposant des vortex de Oseen avec une distribution aléatoire de rayons R et de circulations Γ . Pour un vortex selon l'axe longitudinal, ils utilisent les équations suivantes :

$$\begin{cases} u = \Gamma \exp \left[\frac{-(|x - x_o|^2 + |y - y_o|^2)}{2R^2} \right] \frac{|y - y_o|}{R^2} & (1.152) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v = - \int \frac{\partial u}{\partial x} dy & (1.153) \end{cases}$$

$$\begin{cases} w = 0 & (1.154) \end{cases}$$

Le rayon R est choisi inférieur à une demi-épaisseur de couche limite et supérieur à deux fois la taille caractéristique d'une maille. La circulation Γ est choisie dans la gamme $[-bR, bR]$, où b dépend de l'amplitude désirée des fluctuations.

Tsai et Leslie (1990) simulent le développement d'une couche limite turbulente pour de faibles nombres de Reynolds. Ils considèrent une périodicité suivant l'axe longitudinal et étudient ainsi un développement temporel de la couche limite. Pour initialiser leur calcul, Tsai et Leslie (1990) utilisent le calcul d'un canal plan turbulent. Une fois le régime turbulent établi avec un écoulement isotherme, l'une des parois est brusquement chauffée. Une couche limite thermique turbulente se développe alors jusqu'à ce que l'épaisseur de couche limite thermique soit égale à la demi-hauteur du canal. Tsai et Leslie (1990) font remarquer que la couche limite thermique possède une structure et des statistiques proches d'une couche limite turbulente en s'appuyant sur les travaux expérimentaux de Dean et Bradshaw (1976) et Head et Bandyopadhyay (1981). Tsai et Leslie (1990) utilisent les données de la couche limite thermique pour imposer la condition initiale de leur calcul du développement d'une couche limite turbulente.

1.7 Schémas numériques

Le choix des schémas numériques est très important pour la simulation des grandes échelles. En effet, la viscosité numérique doit être la plus faible possible pour ne pas masquer l'effet du modèle sous-maille. Mittal et Moin (1997) montrent que l'utilisation d'un schéma numérique décentré pour la vitesse, même ayant un ordre élevé, induit une dissipation importante des

structures turbulentes résolues. Ainsi, il est recommandé d'utiliser un schéma centré pour le schéma de convection de l'équation dynamique. Pour l'équation de la température, Chatelain *et al.* (2004) ont montré que l'utilisation d'un schéma QUICK (décentré du troisième ordre avec limiteur de pente FRAM) permettait d'obtenir une bonne estimation du niveau des fluctuations. En effet, ces derniers ont montré que l'utilisation d'un schéma centré pour la température induit une surestimation importante des fluctuations.

La simulation des grandes échelles est une méthode de calcul relativement précise, mais suppose, comme nous venons de le voir, l'utilisation de schémas, méthodes et modèles adéquats. Après cette description du contexte scientifique relatif à la simulation des grandes échelles, regardons maintenant les recherches effectuées sur les écoulements avec effusion d'un fluide.

Chapitre 2

Effusion anisotherme à travers une paroi poreuse

L'objectif de cette partie est de donner une vue d'ensemble de l'effusion et des études s'y reportant. Nous présentons dans un premier temps le principe de l'effusion et ses principales applications. Dans une seconde partie, nous effectuons un bref historique des études sur l'effusion à travers une paroi poreuse. Enfin, nous exposons les principaux effets de l'effusion sur les instabilités se développant à l'aval d'un obstacle. Pour une revue exhaustive, on pourra, par exemple, se reporter aux précédentes études effectuées au Centre de Thermique de Lyon (Campolina-França (1996); Bellettre (1998); Bataille (2000); Mathelin (2001)).

2.1 Présentation générale de l'effusion

Afin d'accroître les rendements de moteurs à flux continus tels les turboréacteurs, les turbines à gaz ou les moteurs de fusées, il est souvent envisagé d'augmenter la température des gaz de combustion. Cependant, les parois en contact avec ces gaz sont alors soumises à de très fortes contraintes thermiques. Dans le cas des turbines, les températures des gaz peuvent atteindre 1500 K, ce qui est supérieur à la température admissible par certains matériaux. Cet exemple illustre l'intérêt de la mise en place d'un système de protection thermique comme l'injection discrète, l'ablation ou l'effusion. L'injection discrète consiste à générer un film protecteur au niveau de la paroi par injection de gaz ou de liquide à travers des orifices (Cf. Shembharkar et Pai (1986); Ligrani *et al.* (1997); Khalatov (1998); Facchini *et al.* (2000)). Cette protection est assez efficace mais nécessite une quantité importante en fluide réfrigérant et entraîne une fragilisation de la paroi à cause des orifices. Il faut également noter dans ce type de refroidissement, celui effectué par convection interne qui consiste à envoyer de l'air frais sur la partie interne de la paroi (Cf. Carcasi et Facchini (1996)). L'ablation consiste à recouvrir la paroi d'un matériau se sublimant au contact des gaz chauds. Cette méthode est notamment utilisée pour les navettes et les sondes spatiales (Cf. Green et Davy (1981)). Enfin, il existe un dernier procédé qui consiste à effuser un fluide froid à travers une paroi poreuse. Le refroidissement par effusion est très homogène puisque le fluide traverse la paroi. Ce procédé est efficace et permet

une faible consommation de fluide réfrigérant mais nécessite un fluide propre pour éviter tout risque d'encrassement du matériaux poreux.

L'effusion est également envisagée dans les échangeurs de chaleur ou pour le dégivrage des bords d'attaque des nacelles de moteurs aéronautiques. Dans ce dernier cas, l'effusion sert à réchauffer la paroi pour prévenir la formation de givre (Marchand *et al.* (2000)). D'autre part, l'effusion ou l'injection discrète ont un impact sur la dynamique de l'écoulement. Ainsi, en injectant à la base d'un profil d'aile, Wood (1964) avait montré que la traînée diminuait de façon importante et que les caractéristiques des tourbillons qui se détachent sont modifiées.

Un autre domaine fort de l'étude de l'effusion concerne les moteurs à propergols solides. En effet, la combustion des propergols peut être modélisée comme un flux vertical correspondant à l'effusion d'un fluide. Taylor (1956) et Culick (1966) ont initié les études d'effusion avec des calculs analytiques de profils de vitesse d'écoulements incompressibles au dessus de surfaces avec une injection de masse. Cette thématique de recherche a donnée lieu à des études expérimentales (Traineau *et al.* (1986); Dunlap *et al.* (1990, 1992); Avalon *et al.* (1998); Casalis *et al.* (1998); Barron *et al.* (1998)) mais aussi numériques avec des simulations d'écoulements laminaires (Dauenhauer et Majdalani (2003)) et d'écoulements turbulents avec des méthodes RANS (Beddini (1986); Ciucci *et al.* (1998); Chaouat et Schiestel (2002)). Récemment, l'accroissement des moyens de calculs a permis des études de l'effusion par simulation des grandes échelles (Apte et Yang (2003, 2001)) mais aussi par simulation numérique directe (Nicoud *et al.* (1995); Ciucci *et al.* (1998)). D'autre part, des études de stabilité linéaire ont été menées pour évaluer l'effet de l'effusion sur les instabilités hydrodynamiques (Varapaev et Yagodkin (1969); Nicoud et Angelilla (1997); Casalis *et al.* (1998); Feraille et Casalis (2003)).

C'est en vue d'applications de protections thermiques que l'étude de l'effusion a débuté au Centre de Thermique de Lyon (CETHIL) au début des années 1990 en collaboration avec la SEP (Société Européenne de Propulsion). L'étude concernait l'applicabilité de l'effusion d'hydrogène au refroidissement des tuyères du moteur Vulcain, équipant la fusée européenne Ariane. Ce procédé est toujours envisagé pour ce genre d'application comme en témoignent certaines études menées par Chen *et al.* (1996). Plus généralement, les travaux du laboratoire ont porté sur les transferts dans les milieux poreux et dans les couches limites en présence d'effusion sur deux configurations différentes (Bataille (2000); Bataille *et al.* (2002)). La première configuration correspond à une couche limite turbulente qui évolue au-dessus d'une paroi plane. Cette configuration permet d'étudier précisément l'influence de l'effusion sur un écoulement pariétal. La seconde configuration correspond à l'écoulement à l'aval d'un cylindre et permet d'évaluer l'impact de l'effusion sur des phénomènes instationnaires tels que les allées de Von Karman.

2.2 Effusion à travers des parois planes

L'effusion à travers des parois planes en situation isotherme suscite de l'intérêt depuis de nombreuses années. Rubesin (1954) initie ce thème en étudiant une couche limite dynamique soumise à de l'effusion et détermine des corrélations simples appliquées au coefficient de frottement. De faibles écarts de température entre l'écoulement principal et le fluide injecté sont pris en compte pour les premières fois par Moffat et Kays (1968), Simpson (1970) et Whitten *et al.* (1970). Leurs travaux expérimentaux ont permis de caractériser le nombre de Stanton en

présence d'effusion et d'établir des corrélations permettant le calcul du nombre de Stanton en fonction du taux d'injection. Cependant, ces résultats ne sont utilisables que pour de faibles taux d'injection et de faibles écarts de température entre le fluide principal et le fluide injecté. Bellettre (1998) a montré la forte efficacité du refroidissement de la paroi par effusion. Sur la figure 2.1, la température de paroi, mesurée au moyen de thermocouples, est tracée en fonction du taux d'injection F défini selon :

$$F = \frac{\rho_{inj} U_{inj}}{\rho_{\infty} U_{\infty}} \quad (2.1)$$

On note que la protection maximum est atteinte pour un très faible taux d'injection (de l'ordre de 1.5 %). Il apparaît que pour refroidir la plaque, l'effusion consomme beaucoup moins de fluide froid que l'injection discrète (Bellettre *et al.* (2000)). Cela est très intéressant en terme de rendement pour les moteurs refroidis par injection discrète car le fluide froid provient de la première chambre de combustion.

Parallèlement à ces études expérimentales, des études théoriques ont été menées. Ces études décrivent, pour la plupart, le profil de vitesse dans la couche limite en présence d'effusion et établissent de nouvelles lois de parois faisant intervenir le taux d'injection afin de prédire le comportement dynamique de la couche limite modifiée par l'injection (Squire (1969); Mof-fat et Kays (1984); White (1991) et Silva-Freire *et al.* (1995)). D'autre part, des modélisations utilisant la longueur de mélange ont également été développées (Kays (1972) et Landis et Mills (1972)) ainsi que des corrections portant sur des modèles à bas nombre de Reynolds

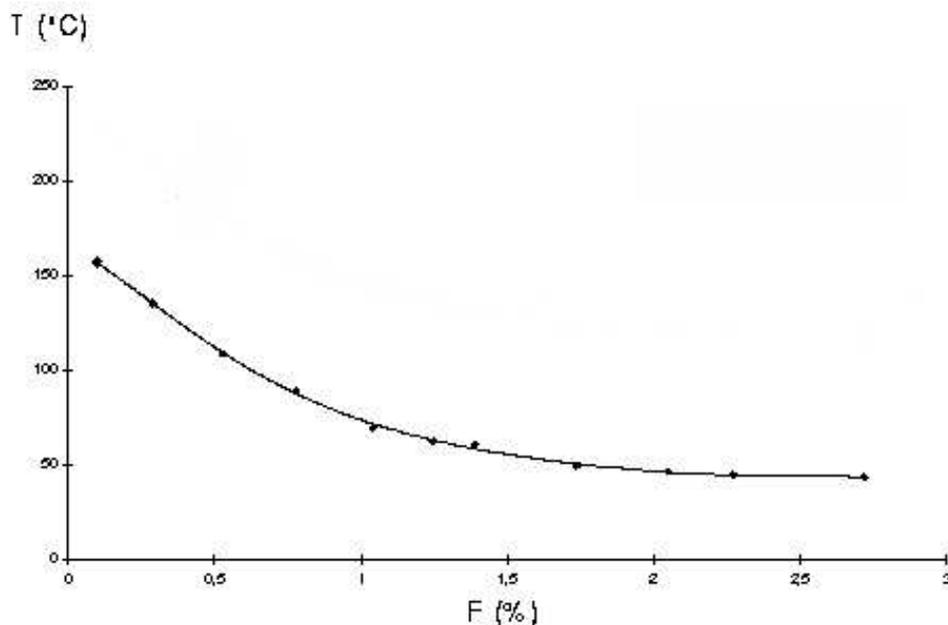


FIG. 2.1 – Impact de l'effusion sur la température de paroi ($T_{\infty} = 200^{\circ}C$) (Bellettre (1998))

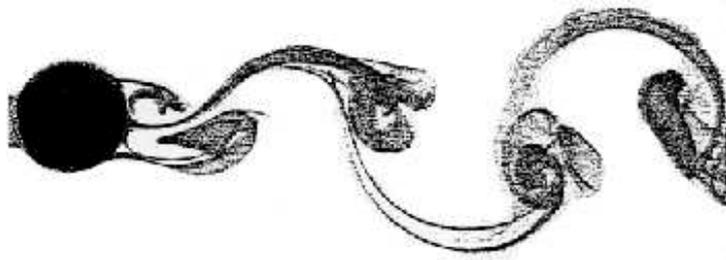
pour prendre en compte l'effusion (So et Yoo (1987); Shima (1993) et Campolina-França *et al.* (1998)). On peut citer les rares études couplant un modèle de couche limite, en présence de transfert de masse et de chaleur, et un milieu poreux effectuées par Ishii et Kubota (1984); Eckert et Cho (1994) et Campolina-França (1996). Par ailleurs, Bellettre (1998) a mené une étude numérique avec un modèle de turbulence de type $RNG - k\epsilon$ et une loi de paroi standard. Un modèle a été développé pour la paroi poreuse soumise à de l'effusion (Bellettre *et al.* (1999)). Ce dernier consiste en une succession discrète de parois et de trous correspondant à une entrée de fluide froid. Une bonne correspondance des profils de vitesse et de température moyennes obtenus expérimentalement et numériquement a été observée.

Kong *et al.* (2001) ont étudié la corrélation ou la décorrélation de la vitesse longitudinale et de la température dans une couche limite perturbée par de l'effusion ou de la succion. Ils utilisent pour ce faire une étude numérique basée sur la simulation numérique directe. Ils observent une dissimilitude de comportement de la vitesse longitudinale et de la température, que ce soit en valeur moyenne ou en fluctuations. Ils interprètent ces dissimilitudes comme des conséquences du terme de gradient de pression présent dans l'équation de quantité de mouvement et absent dans l'équation d'énergie.

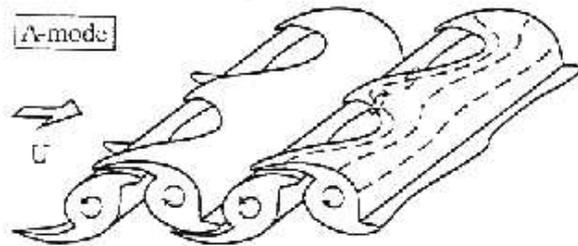
Dans la plupart des études sur l'effusion, le fluide effusé est de la même nature que le fluide de l'écoulement principal. Cependant, quelques recherches ont été effectuées pour des écoulements de fluides de natures différentes. Notons particulièrement les travaux de Romanenko et Kharchenko (1963); Koh *et al.* (1970); Baker et Launder (1974a,b); Bellettre *et al.* (1998) qui ont étudié le cas de différentes espèces chimiques. Ces auteurs ont principalement cherché à caractériser le coefficient de frottement et le nombre de Stanton. Ils ont montré que plus l'espèce chimique effusée est lourde, moins la protection thermique est efficace. Bellettre *et al.* (1998) observent que l'injection d'éthanol est beaucoup plus efficace que l'injection d'air et notent que, pour une protection identique, le taux d'effusion d'éthanol est environ 50 fois plus faible que celui d'air.

2.3 Effusion et instabilités à l'aval d'un obstacle

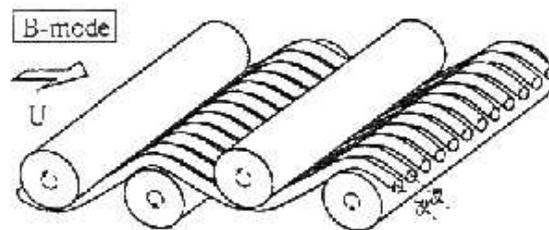
En plus de l'impact sur la température de paroi et sur les couches limites dynamiques et thermiques, l'effusion a également un effet important sur le développement des instabilités dans un écoulement. Dans le cadre de la géométrie cylindrique étudiée au Centre de Thermique de Lyon, s'ajoute un phénomène instationnaire fort qui est le détachement des allées de Bénard-Karman à l'aval du cylindre (*Cf.* figure 2.2(a)). On observe également des instabilités tridimensionnelles : l'instabilité dans la couche de cisaillement (*Cf.* Prasad et Williamson (1997)) ainsi que les modes A et B (*Cf.* figures 2.2(b) et *Cf.* figure 2.2(c)) qui apparaissent pour des nombres de Reynolds supérieur à 200 (Williamson (1988), Brede *et al.* (1996) et Williamson (1996)). L'influence du taux d'injection sur la fréquence f_k de détachement des allées de Bénard-Karman a été quantifiée par Mathelin *et al.* (2000). Ils montrent une diminution du nombre de Strouhal $Sr = \frac{f_k D}{U_\infty}$ (avec D le diamètre du cylindre) avec le taux d'injection (*Cf.* figure 2.3). Mathelin *et al.* (2001) étudient l'influence de l'effusion sur l'instabilité de la couche de cisaillement et observent une baisse de la fréquence f_{SL} de cette instabilité avec le taux d'effusion. Ils montrent en outre que la relation (2.2) obtenue par Prasad et Williamson (1997) reste valable en pré-



(a) Allées de Bénard-Karman (Williamson (1996))



(b) Instabilité tridimensionnelle : Mode A (Brede *et al.* (1996))



(c) Instabilité tridimensionnelle : Mode B (Brede *et al.* (1996))

FIG. 2.2 – Phénomènes instationnaires à l'aval d'un cylindre

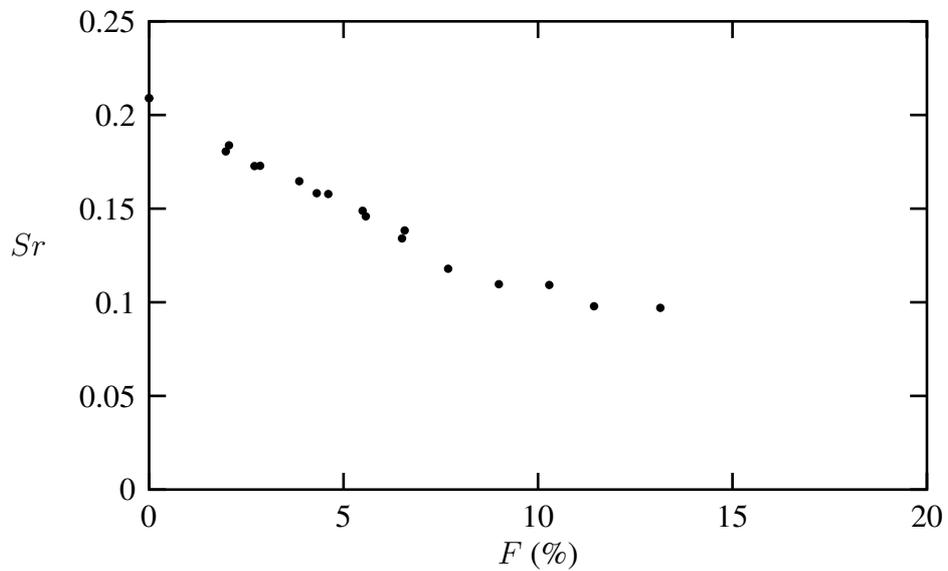


FIG. 2.3 – Evolution du nombre de Strouhal avec l’effusion. Valeurs expérimentales. $Re = 3900$ (Mathelin (2001)).

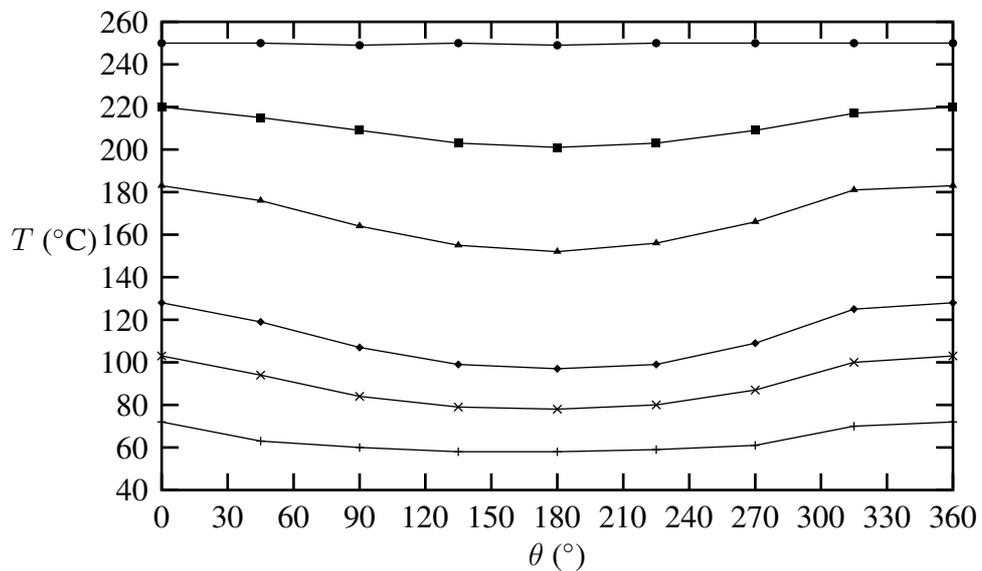


FIG. 2.4 – Evolution de la température de paroi en fonction de l’angle et du taux d’effusion. De haut en bas, $F=0, 0.5, 1.0, 2.0, 3.0, 4.5$ %. $Re = 3900, T_{\infty} = 250^{\circ}\text{C}$ (Mathelin (2001)).

sence d'effusion. D'autre part, Mathelin (2001) retrouve le même comportement de protection thermique de la paroi par effusion (Cf. figure 2.4) que dans le cas de l'étude de la paroi plane.

$$\frac{f_{SL}}{f_K} = 0.0235.Re^{0.67} \quad (2.2)$$

Notons enfin que pour les différentes configurations présentées précédemment, plusieurs conditions aux limites de parois poreuses ont été développées et/ou employées. On peut noter principalement le modèle à trous développé par Bellettre (1998) (que nous avons utilisé dans la suite et qui est présenté au chapitre 7), le modèle à source développé par Mathelin (2001) (qui consiste à ajouter des termes sources de quantité de mouvement et d'énergie dans les mailles adjacentes à la paroi) et enfin une entrée de fluide uniforme utilisée par Nicoud et Angelilla (1997).

Pour conclure cette brève présentation de l'effusion, on peut estimer que ce procédé permet une bonne protection thermique des parois et influe largement sur les couches limites dynamiques et thermiques ainsi que sur les instabilités se développant dans l'écoulement.

Deuxième partie

Développements pour la simulation des grandes échelles

Chapitre 3

Condition d'entrée de fluide turbulente

3.1 Introduction

Pour mener à bien nos simulations d'un écoulement soumis à de l'effusion, nous avons été confrontés au problème de la définition d'une entrée turbulente. En effet, l'étude de l'effusion à travers une paroi poreuse, dont les résultats sont présentés au chapitre 7, nécessite la simulation d'une couche limite turbulente développée. La simulation de la transition laminaire turbulent de la couche limite est relativement onéreuse en temps de calcul et est également très délicate à effectuer. C'est pourquoi nous avons mis en place une entrée turbulente.

Après un descriptif des entrées turbulentes existantes, nous détaillons les caractéristiques de l'entrée turbulente développée dans Trio U / PRICELES et utilisée pour la simulation de l'évolution d'une couche limite turbulente perturbée par de l'effusion. Enfin, nous effectuons quelques simulations pour valider cette condition d'entrée turbulente.

3.2 Conditions d'entrée de fluide existantes

L'une des difficultés majeures de l'étude du développement spatial des écoulements turbulents vient de la très grande sensibilité de l'écoulement à la condition d'entrée de fluide choisie. Nous présentons dans la suite, différentes méthodes utilisées pour générer une couche limite turbulente développée.

Profil laminaire et fluctuations

La première possibilité de condition d'entrée de fluide consiste à imposer en entrée de domaine un profil laminaire. De ce fait, on s'attend à résoudre complètement l'écoulement en laissant les fluctuations se développer d'elles mêmes. Cependant, la simulation de la transition laminaire-turbulent est très difficile à obtenir. Un modèle sous-maille bien adapté ainsi qu'un maillage fin doivent être mis en place. De plus, l'adjonction de perturbations au profil laminaire est généralement nécessaire. Ducros *et al.* (1996) appliquent cette méthode – profil laminaire avec ajout de fluctuations – pour simuler la transition laminaire-turbulent d'une couche limite avec le modèle sous-maille de la fonction de structure filtrée. La condition d'entrée de fluide est donnée par l'équation :

$$U(0, x_2, x_3, t) = U_{lam}(x_2) + 5.10^{-3}\widehat{U}(x_2) + 8.10^{-3}U_{rand}(x_2, x_3, t) \quad (3.1)$$

avec $U_{lam}(x_2)$ la solution laminaire, $\widehat{U}(x_2)$ un mode propre des ondes bidimensionnelles de Tollmien-Schlichting et $U_{rand}(x_2, x_3, t)$ un bruit blanc tridimensionnel de variance fixée a priori. Ils observent qualitativement la transition laminaire-turbulent mais ce type d'entrée turbulente n'introduit pas de fluctuations physiques qui dépendent du temps et de la coordonnée de l'axe transverse. En effet, la dépendance par rapport à ces variables (x_3 et t) n'est comprise que dans la grandeur $U_{rand}(x_2, x_3, t)$ qui correspond au bruit blanc. La simulation de la transition laminaire-turbulent demande des temps de calculs conséquents et correspond donc, comme l'ont montré Rai et Moin (1993) et Ducros *et al.* (1996), à une étude en elle-même. Il est à noter que le phénomène de transition laminaire-turbulent peut également être étudié d'un point de vue temporel, et non plus spatial (Cf. Piomelli *et al.* (1990), Kleiser et Zang (1991) ou Lamballais (1996)).

L'utilisation de ce type d'entrée de fluide a l'inconvénient d'induire des temps de calculs relativement conséquents. Pour éviter ce problème, une solution consiste à établir l'entrée du domaine peu avant la zone d'étude. Cependant, l'influence de la condition d'entrée de fluide est d'autant plus importante que l'entrée du domaine est proche de la zone d'étude. Par conséquent, la condition limite d'entrée de fluide doit être suffisamment précise pour permettre le développement de la turbulence le plus rapidement possible. C'est à partir de cette constatation que plusieurs conditions d'entrée ont été développées pour permettre les études relatives à des couches limites turbulentes développées.

Profil turbulent et fluctuations aléatoires

La procédure la plus simple consiste à imposer un profil moyen turbulent auquel on ajoute des fluctuations. L'amplitude des fluctuations est ajustée de façon à vérifier des données obtenues expérimentalement ou par simulation numérique directe. Lee *et al.* (1992) imposent en entrée la forme du profil du spectre d'énergie avec une phase qui, elle, est aléatoire. Ils appliquent cette condition limite d'entrée de fluide à la simulation numérique directe de la décroissance spatiale de la turbulence isotrope.

Cette méthode est également utilisée par Le *et al.* (1997) pour une simulation numérique directe d'un écoulement turbulent au-dessus d'une marche. Akselvoll et Moin (1995) considèrent la même condition d'entrée de fluide pour simuler l'écoulement au-dessus d'une marche en utilisant la simulation des grandes échelles. Ils observent un développement plus lent des fluctuations sur leur maillage qui est plus grossier que celui de Lee *et al.* (1992). Akselvoll et Moin (1995) séparent leur simulation en deux sous-domaines. Ils raffinent le maillage du premier domaine dans les directions longitudinale et normale à la paroi, leur permettant d'obtenir la condition d'entrée pour le second domaine avec plus de précision. Pour réduire la zone de transition nécessaire au développement de la turbulence et donc le temps de calcul, Chung et Sung (1997) modifient l'entrée turbulente de Lee *et al.* (1992) et l'utilisent pour simuler l'évolution spatiale d'une couche limite.

Cependant, les résultats semblent parfois imprécis du fait de l'aspect aléatoire des fluctuations introduites. Sans support physique, ces fluctuations ne semblent pas pouvoir représenter les structures de l'écoulement et permettre le développement rapide de la turbulence. De plus, le problème de temps de calcul reste présent car la longueur de la section de développement est relativement importante. En effet, pour obtenir un écoulement statistiquement établi, une longueur de l'ordre d'une dizaine d'épaisseurs de couche limite est nécessaire. D'autre part, cette condition d'entrée de fluide a un autre désavantage puisqu'il apparaît difficile d'obtenir le profil de vitesse désiré après la zone tampon qui suit l'entrée du domaine. En effet, cette zone tampon permet le développement des fluctuations vers un état statistiquement convergé ; développement qui n'est pas physique et rend difficile l'obtention exacte du profil physique (particulièrement les valeurs de l'épaisseur de couche limite et du frottement à la paroi).

C'est l'une des raisons qui a motivé Akselvoll et Moin (1995) à utiliser deux domaines de calculs. Ceci leur permet de choisir le plan de reprise dans le premier domaine qui fournit le profil de vitesse le plus proche de celui désiré. Cependant, même avec cette solution d'un premier domaine, Akselvoll et Moin (1995) ne peuvent obtenir à la fois le frottement à la paroi et l'épaisseur de couche limite de façon précise. En privilégiant la justesse du paramètre d'épaisseur de couche limite, ils obtiennent une erreur sur le frottement à la paroi de l'ordre de 20%. En outre, le caractère non physique du développement spatial du profil de vitesse ne permet pas de prévoir la forme du profil d'entrée adéquate pour obtenir le profil désiré à la fin de la zone tampon.

Écoulement parallèle

De même que Akselvoll et Moin (1995), Akselvoll et Moin (1996), Cook et Riley (1996), Kaltenbach (1993) et Kaltenbach *et al.* (1999) utilisent deux domaines de calculs. Afin que les

fluctuations de vitesse introduites aient un caractère physique, Kaltenbach *et al.* (1999) considèrent un écoulement parallèle, avec des conditions aux limites de périodicité selon les axes longitudinal et transverse, pour le premier domaine. Le profil de vitesse est récupéré dans un plan du premier domaine et est imposé à l'entrée du second domaine. Plus précisément, ils simulent un canal plan turbulent avec un nombre de Reynolds turbulent de 500 pour obtenir une entrée turbulente pour le calcul d'un diffuseur plan. Ils comparent leurs résultats avec deux séries de mesures expérimentales. Un bon accord pour les grandeurs moyennes est obtenu mais des différences pouvant atteindre 20% sont observées pour les fluctuations de vitesse et les tensions de Reynolds. Pour créer une entrée turbulente pour le calcul de jets coaxiaux, Akselvoll et Moin (1996) utilisent un second domaine de calcul indépendant d'où sont extraites les données en vitesse qui sont imposées en entrée du domaine de calcul principal. Ils notent qu'une variation de la longueur de la zone d'entrée entre $1h$ et $5h$ (h étant la hauteur de la marche dans leur calcul) ne modifie pas les statistiques de l'écoulement.

Cette technique a l'avantage d'établir une turbulence pleinement développée dans le premier domaine et de permettre ainsi une bonne approche des écoulements turbulents. Cependant, deux inconvénients demeurent : d'une part, il y a toujours une augmentation du temps de calcul due au premier domaine d'étude ; et d'autre part, les structures et fluctuations se développant dans un écoulement parallèle ne sont pas rigoureusement semblables à celles d'un écoulement qui évolue spatialement.

Recyclage

Pour que l'information de développement spatial soit présente, une autre famille de condition d'entrée de fluide est initiée par Spalart (1988). Ce dernier détermine un changement de variable pour lequel le développement spatial d'une couche limite est minimisé. De ce fait, une condition limite périodique peut être imposée selon l'axe longitudinal et une résolution précise en série de Fourier est employée. Avec ce type d'entrée turbulente, l'utilisation d'un premier domaine devient alors inutile. Cependant, le changement de variable introduit de nouveaux termes dans les équations de Navier-Stokes qui ont le double désavantage d'être nombreux et complexes. Avec ce changement de variable, Spalart (1988) arrive à simuler par simulation numérique directe une couche limite turbulente pour quatre nombres de Reynolds Re_θ basés sur l'épaisseur de quantité de mouvement compris entre 225 et 1410.

En reprenant l'idée de Spalart (1988) (la définition de coordonnées pour lesquelles le développement spatial est minimisé) Wu *et al.* (1995) établissent une condition limite d'entrée de fluide turbulente. Cette fois-ci, les équations de Navier-Stokes sont résolues dans le repère cartésien habituel. Aucun terme supplémentaire n'est donc introduit, ce qui permet la résolution du problème par les solveurs classiques. Le changement de variable est utilisé uniquement pour recycler le profil de vitesse en entrée du domaine. Une description détaillée de cette condition d'entrée de fluide turbulente est donnée dans l'annexe A. Cette méthode a permis à Wu *et al.* (1995) de calculer le développement spatial d'une couche limite turbulente pour un nombre de Reynolds Re_θ compris entre 1470 et 1700, par simulation des grandes échelles. Un avantage de cette méthode réside dans le fait qu'une évolution continue du nombre de Reynolds est obtenue, contrairement à Spalart (1988) qui n'obtient des résultats que pour des valeurs discrètes du nombre de Reynolds.

Lund et Moin (1996) utilisent l'entrée turbulente développée par Wu *et al.* (1995) pour une simulation des grandes échelles d'une couche limite turbulente sur une paroi concave. Ils observent quelques différences entre leur simulation et les mesures expérimentales qu'ils imputent à la forte sensibilité de l'écoulement à la condition d'entrée de fluide. En effet, en utilisant une condition d'entrée turbulente du type écoulement parallèle, Lund et Moin (1996) observent une meilleure adéquation avec l'expérience ; notamment pour ce qui concerne les profils des moments d'ordre 2 et l'amplitude des vortex de Taylor-Görtler.

En partant toujours de la méthode de Spalart (1988), Lund *et al.* (1998) développent une méthode de recyclage des fluctuations (voir aussi Lund *et al.* (1996)). Plus précisément, ils récupèrent les fluctuations dans un plan en aval de l'entrée et les recyclent dans le plan d'entrée. Ils utilisent, d'une part, les propriétés de similitude de la couche limite en proche paroi et dans la zone supérieure ; et d'autre part, ils découpent la vitesse en une partie moyenne (par rapport aux variables x_3 et t) et une partie fluctuante. Cette condition limite d'entrée de fluide a l'avantage de ne pas induire de zone de transition après l'entrée. Par conséquent, il n'est pas nécessaire d'introduire une section pour le développement des fluctuations. De plus, cette condition d'entrée permet de contrôler la valeur de l'épaisseur de couche limite et du frottement pariétal. Les détails de cette condition d'entrée de fluide turbulente sont donnés dans l'annexe A.

Lund *et al.* (1998) ont cherché à comparer les capacités des conditions aux limites d'entrée de fluide du type aléatoire, écoulement parallèle et recyclage. Ils sont très réservés sur l'utilisation de la condition de type aléatoire du fait du manque d'information sur les structures turbulentes et les transferts non linéaires d'énergie. Ils observent qu'une section de développement d'une longueur égale à cinquante fois l'épaisseur de couche limite est nécessaire pour produire une turbulence établie. Ils remarquent en outre que l'épaisseur intégrale et le frottement pariétal évoluent de façon non standard avec la distance. Ils émettent cependant une réserve sur leurs conclusions en notant qu'il existe des entrées aléatoires plus développées que celle qu'ils ont mise en place (Le *et al.* (1997) par exemple). L'utilisation de la condition d'entrée de type écoulement parallèle montre des résultats plus précis. Lund *et al.* (1998) notent cependant un surcoût en temps de calcul par rapport à leur méthode de recyclage.

Interpolation linéaire stochastique

Druault *et al.* (1999) développent une condition d'entrée avec la prise en compte de mesures expérimentales. Ces dernières sont effectuées au moyen de 12 sondes fils chauds à deux fils qui sont régulièrement espacées dans un écoulement de couche de mélange. Afin d'obtenir la vitesse sur la grille de simulation, qui est plus fine que celle des sondes, Druault *et al.* (1999) mettent en place une estimation linéaire stochastique (LSE pour *Linear Stochastic Estimation*). Cette technique est introduite par Adrian et Moin (1988) pour établir une estimation de la présence de structures turbulentes à grandes échelles dans un écoulement turbulent. Tung et Adrian (1980) montrent que les termes d'ordres supérieurs à 2 n'ont pas ou peu d'influence sur les structures à grandes échelles. Les détails de cette entrée turbulente sont donnés dans l'annexe A. Druault *et al.* (1999) testent cette condition d'entrée sur une couche de mélange et observent que cette dernière est quasi-bidimensionnelle. Ils imputent cette observation au fait que l'entrée est principalement basée sur des mesures bidimensionnelles et que le développement d'une couche de mélange nécessite des informations tridimensionnelles pour les trois composantes de la vitesse.

Maruyama (1999) utilise une méthode similaire avec cette fois-ci une distribution bidimensionnelle du positionnement des sondes fils chauds et la mesure des trois composantes de la vitesse (voir aussi Maruyama *et al.* (1999)). De plus, l'utilisation simultanée de deux sondes lui permet de mesurer les corrélations en deux points. Maruyama (1999) teste cette condition d'entrée turbulente sur un écoulement de couche limite derrière une série de rugosités et obtient une bonne correspondance avec ses mesures expérimentales.

Une méthode d'estimation linéaire stochastique est également utilisée par Péneau *et al.* (2000) pour l'étude de l'impact d'un haut degré de turbulence sur l'évolution spatiale d'une couche limite. Ils considèrent un premier domaine de calcul avec des conditions aux limites de périodicité pour obtenir des séries temporelles qui sont utilisées pour créer l'entrée turbulente du second domaine par estimation linéaire stochastique. On peut noter également l'étude de Meri *et al.* (1999) concernant la turbulence de grille derrière un nid d'abeille. Ils observent que, dans cette configuration, il n'est nul besoin d'avoir recours à des conditions d'entrée élaborées.

Après avoir décrit les principales entrées turbulentes existant dans la littérature, voyons maintenant l'entrée turbulente introduite dans Trio U /PRICELES puis utilisée pour les simulations d'écoulement turbulent avec de l'effusion.

3.3 Entrée turbulente introduite dans Trio U / PRICELES

3.3.1 Description générale

Compte tenu des différentes entrées turbulentes proposées dans la littérature, nous avons choisi de développer une méthode de recyclage utilisant un écoulement parallèle pour sa simplicité et sa robustesse. Notons que la méthode décrite ci-après est valable pour la vitesse mais également pour la température.

Nous considérons deux domaines de calcul. Le premier domaine est utilisé pour générer des fluctuations qui sont introduites en entrée du second domaine. Pour illustrer notre propos, nous considérons à la figure 3.1, la configuration du chapitre 7 sur l'impact de l'effusion sur une couche limite turbulente. Le premier domaine de calcul correspond à un canal plan turbulent chauffé et le second domaine à l'évolution d'une couche limite turbulente perturbée par de l'effusion. Pour que la définition de l'entrée turbulente soit la plus précise possible, il est souhaitable que l'écoulement simulé dans le canal soit le plus proche possible de celui se développant au-dessus de la plaque poreuse. Pour ce faire, nous avons considéré le même fluide pour les deux calculs ainsi que la même vitesse de frottement. Ainsi, la bi-couche limite du canal est très proche de la couche limite turbulente en entrée du second domaine.

Afin de permettre la définition de l'entrée du second domaine en relation avec les données expérimentales, on impose au profil moyen d'être égal à celui mesuré expérimentalement. Aussi, seules les fluctuations du canal sont introduites à l'entrée du second domaine et non le champ total. Les fluctuations du canal sont obtenues par (a)-(b) (Cf. figure 3.1), c'est-à-dire le

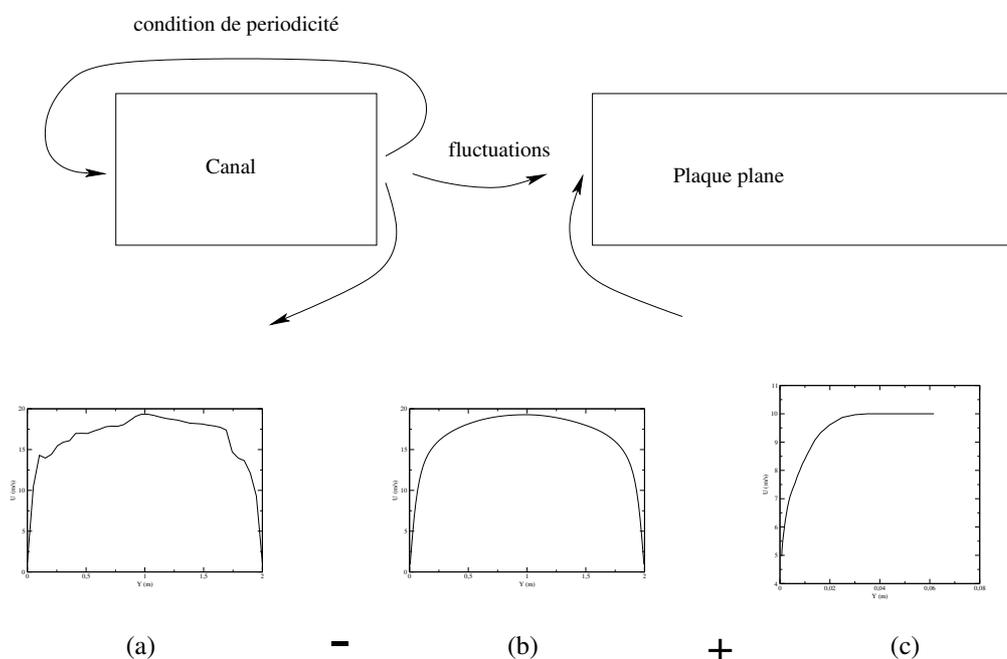


FIG. 3.1 – Méthode de recyclage des fluctuations du canal à l'entrée du second domaine.

profil instantané moins le profil moyen. Le profil instantané est pris à chaque pas de temps dans le canal turbulent et le profil moyen est lu dans un fichier sur le disque dur. Ensuite, seule la moitié du profil des fluctuations est prise en compte (correspondant à une couche limite). Afin que le profil des fluctuations ainsi généré en entrée du second domaine corresponde au mieux aux données expérimentales, nous avons utilisé deux coefficients α_U et α_y . Ces deux facteurs nous permettent d'ajuster l'amplitude et la position du maximum des fluctuations. Enfin, la condition d'entrée de fluide correspond à la somme des fluctuations obtenues dans le canal et du profil moyen de la couche limite. Ainsi, l'entrée du problème 2 est définie selon :

$$(c) + \alpha_U * [(a) - (b)] (\alpha_y * y) \quad (3.2)$$

L'entrée turbulente ainsi définie permet d'imposer la vitesse et la température pour chaque pas de temps et en tout point du plan d'entrée du second domaine. Pour plus de détails sur les caractéristiques de cette entrée turbulente, on pourra se référer à la note technique 2002-012 (Brillant (2002)).

3.3.2 Cas test du canal plan turbulent

Pour vérifier la pertinence de l'entrée de fluide décrite précédemment, il faut vérifier que cette condition permet bien de créer des fluctuations en entrée de domaine mais également que ces fluctuations ne sont pas atténuées par la suite.

Pour ce faire, nous avons considéré dans un premier temps un cas où les deux domaines sont identiques. Le premier domaine correspond à un canal plan turbulent périodique et le second à un canal plan "évolutif" avec, pour condition d'entrée, la vitesse du canal plan turbulent périodique. L'ensemble des conditions aux limites de cet exemple est donné sur la figure 3.2. Les caractéristiques des deux maillages sont identiques et sont données par $2\pi h \times 2h \times \pi h$ pour $64 \times 65 \times 32$ nœuds. Le nombre de Reynolds de frottement est fixé à 360 et la résolution du maillage est donnée par : $\Delta_x^+ \simeq 37$, $\Delta_y^+ \simeq 1$ à 23 et $\Delta_z^+ \simeq 37$. Nous considérons aux parois une condition de non-glissement pour la vitesse associée à une condition de paroi adiabatique sur la paroi supérieure et à une condition de flux imposé sur la paroi inférieure.

Dans le premier domaine, le canal plan périodique a atteint un état d'équilibre et n'évolue plus spatialement. Par conséquent, on s'attend à retrouver le même écoulement dans le second

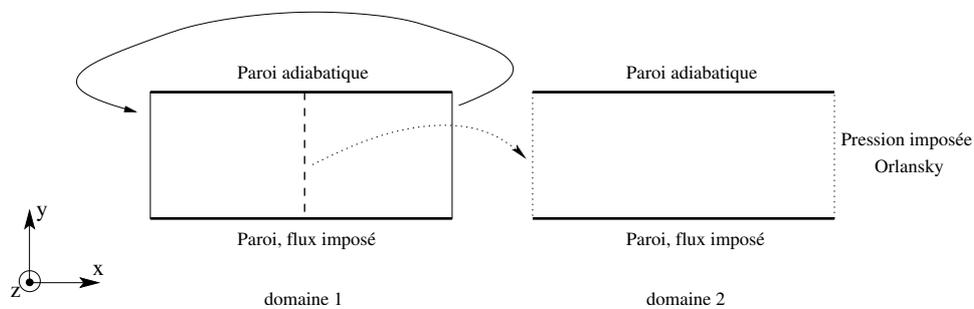


FIG. 3.2 – Conditions aux limites de la simulation.

domaine et à ce que celui-ci n'évolue pas spatialement. Pour vérifier ceci, nous avons calculé les valeurs moyennes et fluctuantes de la vitesse et de la température dans des plans perpendiculaires à l'axe longitudinal et espacés entre eux d'une distance h . Nous comparons ces profils aux profils de "référence" calculés dans le premier domaine. On observe que les profils moyens (Cf. figures 3.3 et 3.5) et les profils des fluctuations (Cf. figure 3.4 et 3.6) de la vitesse et de la température dans le second domaine correspondent bien à ceux du canal plan turbulent périodique simulé dans le premier domaine. Ainsi, la condition d'entrée de fluide utilisée remplit bien les deux objectifs fixés initialement. D'une part, elle génère la turbulence dans l'écoulement et d'autre part, elle permet à cette turbulence de "se propager" dans le second domaine.

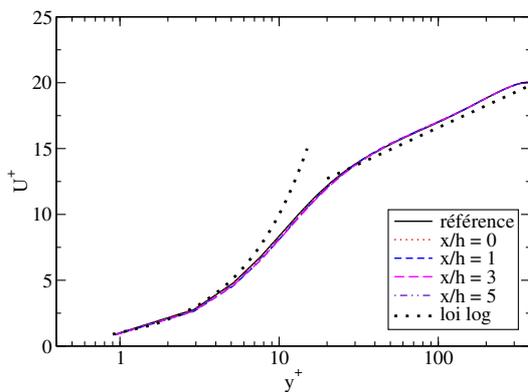


FIG. 3.3 – Profils de la vitesse moyenne.

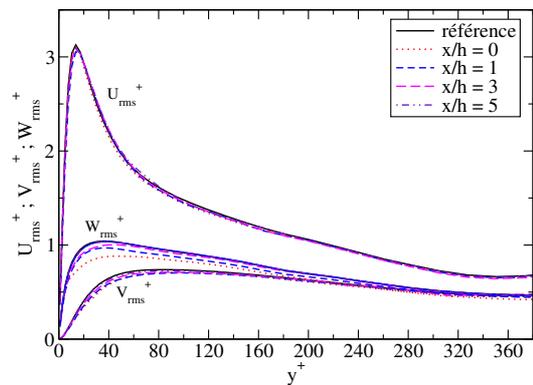


FIG. 3.4 – Écart-type de la vitesse.

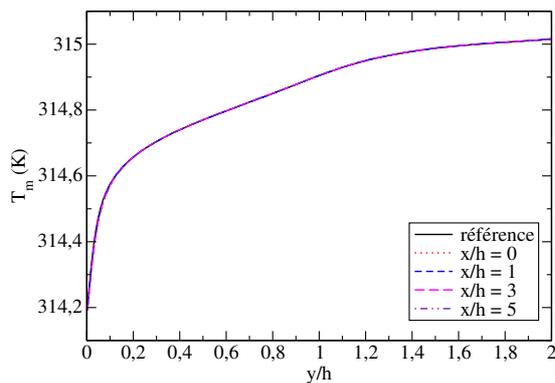


FIG. 3.5 – Profils de la température moyenne.

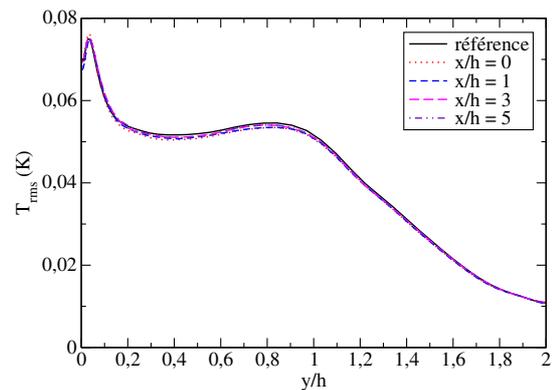


FIG. 3.6 – Écart-type de la température.

3.3.3 De l'intérêt d'une entrée tridimensionnelle

Considérant les faibles niveaux des fluctuations des composantes V et W, il est légitime de s'interroger sur l'importance d'imposer des valeurs fluctuantes à ces deux composantes.

La simulation précédente a donc été reprise, mais cette fois-ci, seules les fluctuations de la composante longitudinale de la vitesse sont extraites du premier domaine. Les composantes verticale et transverse sont prises égales à zéro.

On remarque que les profils de vitesse (*Cf.* figures 3.7 à 3.10) sont altérés par cette condition limite. En effet, on note, sur les profils moyens, que la vitesse de frottement diminue de l'entrée du second domaine jusque $x/h \simeq 5$. De plus, le niveau des fluctuations de la composante longitudinale de la vitesse est correct en entrée du second domaine mais n'est pas conservé par la suite. Le niveau des fluctuations des composantes verticale et transverse de la vitesse n'augmente que très lentement et n'a toujours pas atteint la valeur de référence après une distance de $5h$. Il semble que la phase de transition pendant laquelle il y a une redistribution des fluctuations de vitesse selon les trois composantes soit relativement longue. Ce fait est d'autant plus dommageable que l'allure du profil moyen de vitesse est modifiée pendant cette phase. Ainsi, il apparaît important que la condition d'entrée de fluide impose des fluctuations suivant les trois composantes de la vitesse.

D'autre part, on remarque que le fait d'imposer des fluctuations uniquement suivant la composante longitudinale de la vitesse a également une influence sur les profils de température au-dessus de la paroi à flux imposé. En effet, on observe que l'allure du profil de température moyenne évolue spatialement (*Cf.* figure 3.11) et que le niveau des fluctuations de température diminue jusque $x \simeq 3h$. Il faut noter la différence de comportement entre les deux parois, ou plus précisément entre la condition de flux imposé et de paroi adiabatique. De fait, on remarque que les fluctuations de la température au dessus d'une paroi adiabatique évoluent très lentement spatialement. Par conséquent, les perturbations générées par l'entrée turbulente "monodimensionnelle" n'influent que très peu sur l'évolution de la température au-dessus de la paroi adiabatique.

Par conséquent, il semble important d'imposer en entrée de domaine une condition limite tridimensionnelle, c'est-à-dire d'imposer des fluctuations suivant les trois composantes de la vitesse, afin que le niveau des fluctuations de la vitesse et de la température se conserve dans le domaine.

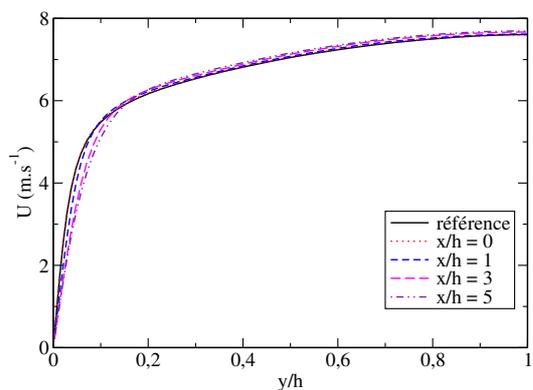


FIG. 3.7 – Profils de la vitesse moyenne.

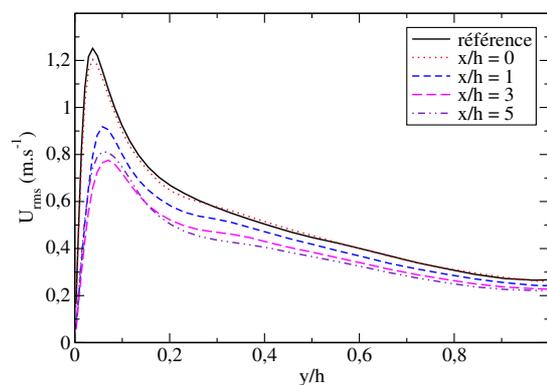


FIG. 3.8 – Écart-type de la vitesse longitudinale.

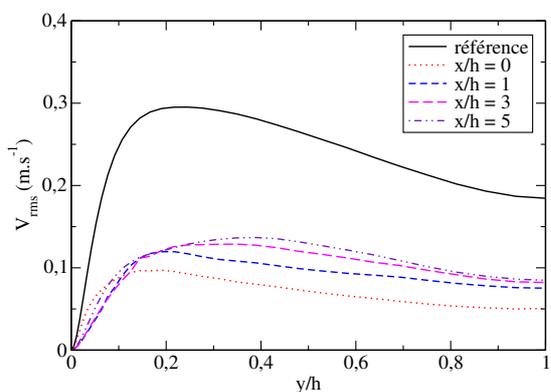


FIG. 3.9 – Écart-type de la vitesse verticale.

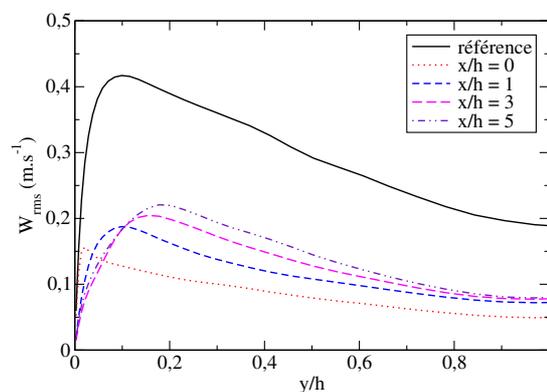


FIG. 3.10 – Écart-type de la vitesse transverse.

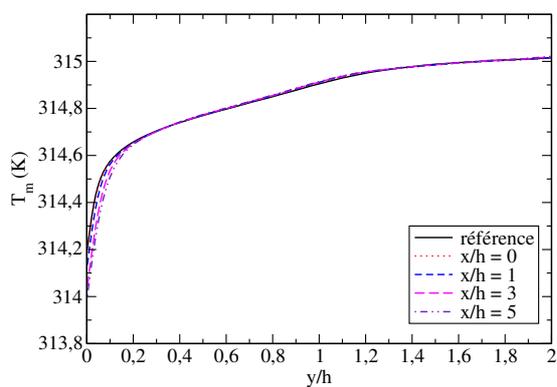


FIG. 3.11 – Profils de la température moyenne.

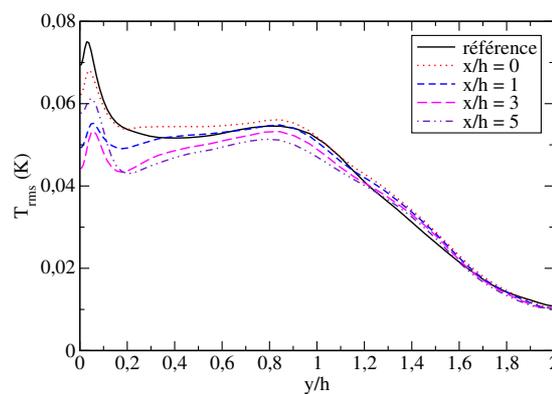


FIG. 3.12 – Écart-type de la température.

3.3.4 De l'intérêt d'une entrée turbulente en température

Dans le cadre d'un écoulement forcé, nous avons voulu savoir si les fluctuations de température pouvaient être générées rapidement par un champ de vitesse turbulent. Autrement dit, nous voulions vérifier l'importance d'imposer des fluctuations de température conjointement aux fluctuations de vitesse à l'entrée d'un domaine de calcul. Pour ce faire, nous avons utilisé l'entrée turbulente pour la vitesse et nous avons imposé le profil moyen de température sans ajout de fluctuations.

On observe alors que le niveau des fluctuations de température n'augmente que très lentement dans l'écoulement. Pour la paroi avec flux imposé, une distance de $5h$ est nécessaire pour retrouver le niveau des fluctuations d'origine. Pour la paroi adiabatique, on retrouve une très faible évolution spatiale des profils de température, déjà observée au paragraphe précédent. Cette propriété est ici très dommageable puisque après une distance de $5h$, le niveau des fluctuations de température est encore très inférieur à celui attendu.

Ces observations peuvent s'expliquer en étudiant le terme de l'équation d'énergie où apparaissent à la fois la vitesse et la température. Les fluctuations de vitesse vont générer des fluctuations de température au travers du terme de convection de l'équation d'énergie : $\vec{U} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}T$. En effet, l'écoulement étant invariant suivant les directions longitudinale et transverse, on a $\partial T/\partial x = 0$ et $\partial T/\partial z = 0$. Ainsi, pour la paroi à flux imposé, seules les fluctuations de la composante verticale de la vitesse peuvent engendrer des fluctuations de température. Pour la paroi adiabatique, s'ajoute la condition $\partial T/\partial y = 0$. Par conséquent, il apparaît difficile de générer des fluctuations de température au-dessus d'une paroi adiabatique en utilisant les fluctuations de vitesse.

Il apparaît donc qu'une condition d'entrée turbulente pour la température est indispensable pour générer les bons profils de température (profils moyen et fluctuant) à l'entrée du domaine de calcul.

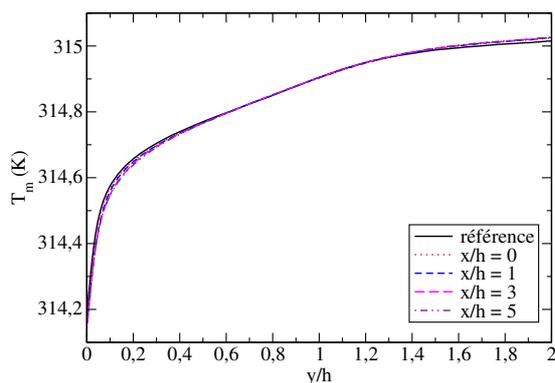


FIG. 3.13 – Profils de la température moyenne.

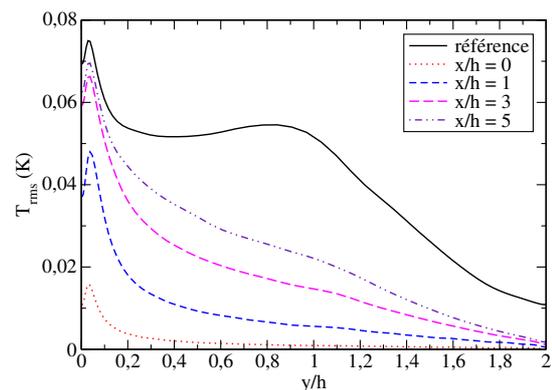


FIG. 3.14 – Écart-type de la température.

3.3.5 Cas test d'une couche limite turbulente

Après le cas test du canal infini, nous avons voulu nous rapprocher de la configuration de l'effusion. Nous avons alors cherché à établir en entrée de domaine les caractéristiques d'une "mono"-couche limite turbulente. Pour le second domaine, une condition limite de paroi est imposée sur la partie inférieure du domaine, tandis qu'une condition de symétrie est utilisée sur la partie supérieure (Cf. figure 3.15).

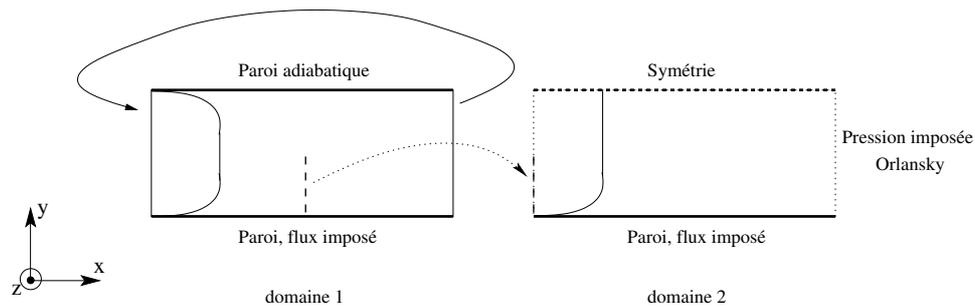


FIG. 3.15 – Conditions aux limites de la simulation.

La condition d'entrée de fluide du second domaine pour la température recycle le champ de température du premier domaine comme effectué précédemment (*i.e.* sur toute la hauteur du domaine). On peut considérer que la condition en température sur le haut de la couche limite correspond à la condition de flux nul imposée sur la paroi supérieure du premier domaine. La condition d'entrée de fluide en vitesse est, quant à elle, découpée en deux parties. Sur la partie inférieure, nous avons imposé l'entrée turbulente décrite précédemment. Il reste alors à définir l'entrée sur la partie supérieure. Sur cette partie, le profil est à moyenne constante suivant la direction verticale y . Nous avons donc imposé un profil moyen plat auquel on peut ajouter des fluctuations. Pour ce faire, nous avons considéré trois possibilités : tout d'abord, aucune fluctuation, puis un bruit blanc et enfin des fluctuations extraites du premier domaine au moyen de l'entrée turbulente.

Aucune fluctuation

Tenant compte de la très faible amplitude des fluctuations de vitesse dans le sillage de la couche limite, nous avons effectué une simulation en imposant un profil moyen de vitesse sans fluctuation. Si les profils de vitesse moyenne et de température moyenne et fluctuante sont corrects sur l'ensemble du second domaine, il en est tout autrement des fluctuations de vitesse (Cf. figures 3.16 à 3.18). En effet, on note une rupture dans ces profils qui correspond à la jonction entre les deux conditions aux limites d'entrée de vitesse. De plus, on observe que cette rupture ne s'atténue que très lentement et qu'elle est toujours présente à une distance de $5h$ de l'entrée. Par conséquent, il apparaît important d'imposer des fluctuations sur la partie supérieure de l'entrée du second domaine.

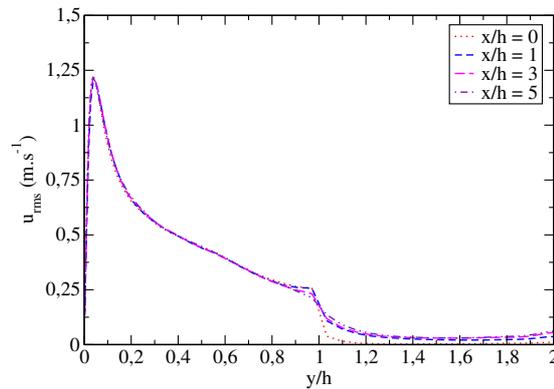


FIG. 3.16 – Écart-type de la vitesse longitudinale.

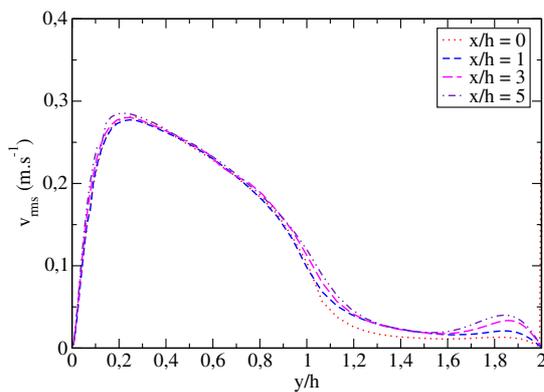


FIG. 3.17 – Écart-type de la vitesse verticale.

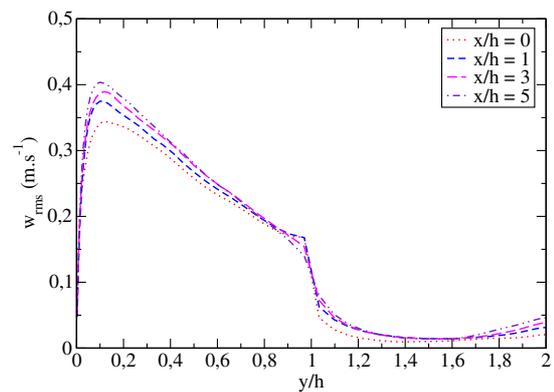


FIG. 3.18 – Écart-type de la vitesse transverse.

Utilisation d'un bruit blanc

Pour créer des fluctuations dans le sillage de la couche limite, nous avons utilisé un bruit blanc. Tout d'abord, nous avons calculé l'amplitude du bruit blanc pour supprimer la rupture dans les profils des fluctuations de vitesse. Nous avons alors remarqué que l'amplitude calculée a priori était largement sous-estimée. En effet, le bruit blanc n'est pas à divergence nulle et se trouve par conséquent atténué afin que la condition d'incompressibilité soit satisfaite.

Nous avons alors adapté l'amplitude du bruit blanc (nous avons multiplié l'amplitude calculée a priori par un facteur 1.5). Si le profil des fluctuations de la vitesse semble correct en début de domaine, on observe que l'amplitude des fluctuations n'est pas conservée en aval de l'entrée (Cf. figure 3.19). Le fait que le bruit blanc ne soit pas solution des équations de Navier-Stokes (à la fois l'équation de conservation de la masse et l'équation de conservation de la quantité de mouvement) ne semble pas permettre aux fluctuations de vitesse de perdurer dans l'écoulement. Si l'utilisation d'un bruit blanc ne permet pas de maintenir un niveau correct de fluctuations de

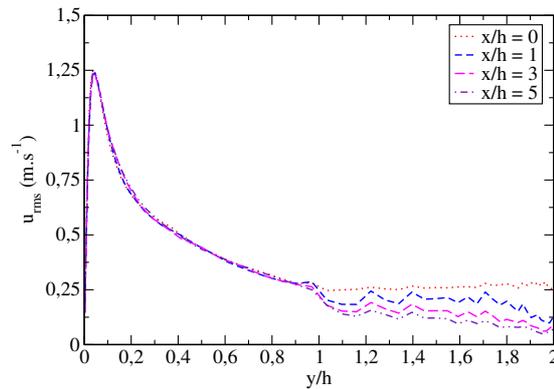


FIG. 3.19 – Écart-type de la vitesse longitudinale.

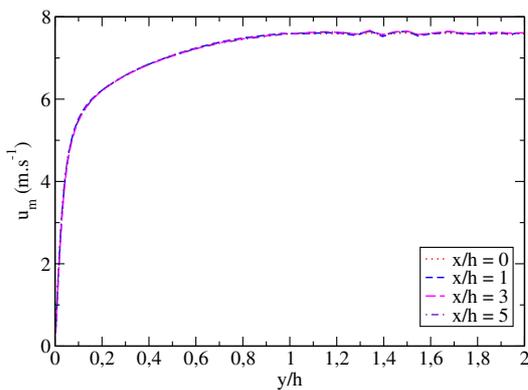


FIG. 3.20 – Profils de la vitesse moyenne.

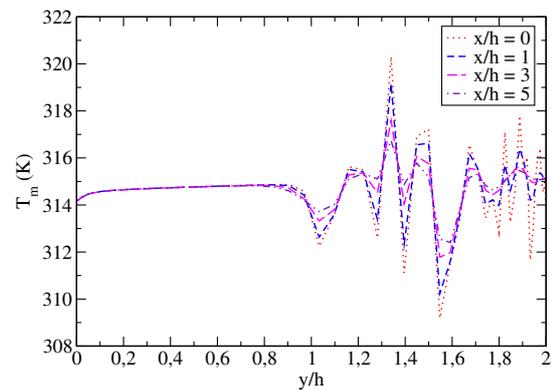


FIG. 3.21 – Profils de la température moyenne.

vitesse, elle a de plus l'inconvénient majeur d'altérer les profils moyens de vitesse et de température (Cf. figures 3.20 et 3.21).

Utilisation de l'entrée turbulente

Pour tenter d'améliorer le profil des fluctuations en entrée mais aussi et surtout dans l'ensemble du domaine, l'utilisation de la condition limite turbulente est envisagée. Le niveau des fluctuations sur les trois composantes de la vitesse est ajusté afin d'obtenir une continuité du profil des fluctuations. Les profils des fluctuations de vitesse sont maintenant continus sur toute la hauteur de la couche limite et sont maintenus sur toute la longueur de la paroi. De plus, les profils moyens de la température et de la vitesse sont bien évalués et varient peu sur le domaine.

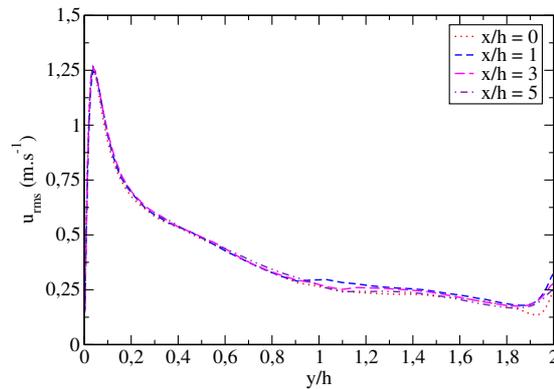


FIG. 3.22 – Écart-type de la vitesse longitudinale.

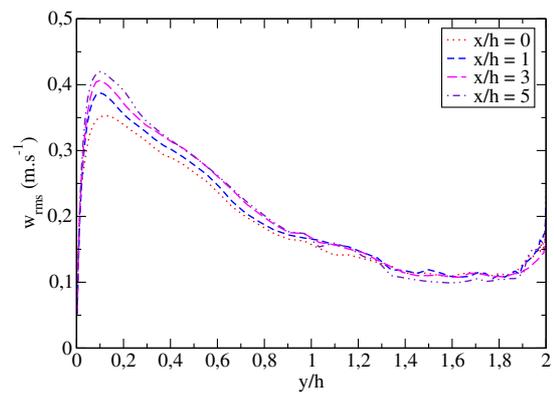
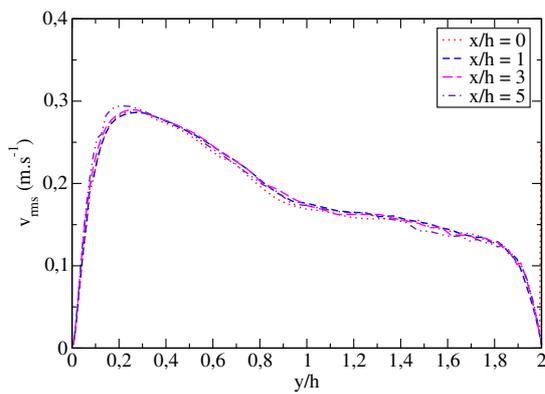


FIG. 3.23 – Écart-type de la vitesse verticale.

FIG. 3.24 – Écart-type de la vitesse transverse.

On observe ainsi qu'il est nécessaire d'imposer des fluctuations de vitesse dans le sillage d'une couche limite turbulente afin que les profils des fluctuations ne présentent pas de rupture. De plus, on note que l'entrée turbulente développée dans cette étude permet de générer les bonnes fluctuations de vitesse dans le sillage d'une couche limite turbulente ; ce que ne permet pas l'utilisation d'un bruit blanc.

3.4 Conclusions

Afin de s'affranchir de la simulation de la transition laminaire-turbulent d'une couche limite, nous avons développé puis testé une entrée turbulente. Cette dernière consiste à imposer un profil moyen (défini préalablement par des données expérimentales ou provenant d'une simulation numérique directe) auquel sont ajoutées des fluctuations évaluées dans un domaine de calcul annexe à celui considéré initialement.

Les exemples d'utilisation donnés précédemment mettent en avant l'intérêt d'une telle condition d'entrée. Ainsi, nous avons observé que pour bien établir l'entrée du domaine de calcul correspondant à une couche limite turbulente, il était non seulement nécessaire de générer des fluctuations de vitesse et de température dans la couche limite turbulente (zone pariétale et zone logarithmique) mais également dans le sillage.

Chapitre 4

Comportement des grandeurs turbulentes en proche paroi

4.1 Introduction

La recherche de nouveaux modèles sous-mailles de viscosité et de diffusivité, demande une connaissance précise du comportement asymptotique des variables en proche paroi. Ainsi, le modèle de Smagorinsky ne peut être utilisé pour simuler la sous-couche visqueuse car il surestime la viscosité sous-maille dans cette région tandis que le modèle Wale est construit de façon à avoir le bon comportement pariétal. De plus, il apparaît que la résolution des grandeurs turbulentes en proche paroi est d'une importance capitale en simulation numérique, et tout particulièrement en simulation des grandes échelles, car elle conditionne la précision de la simulation sur l'ensemble de l'écoulement. L'une des difficultés majeures réside dans la très faible épaisseur de la zone de proche paroi dans laquelle les phénomènes physiques principaux apparaissent. C'est pourquoi, il est d'usage de recourir à une recherche des comportements asymptotiques des grandeurs turbulentes dans cette zone.

Afin de pouvoir étudier la précision des modèles de diffusivité sous-maille avec différentes conditions aux limites thermiques (*Cf.* chapitre 5), nous avons voulu évaluer préalablement le comportement asymptotique d'un écoulement pariétal dans le cadre de la simulation des grandes échelles. Ainsi, il nous faut prendre en compte la spécificité de la notion de filtrage inhérente à la simulation des grandes échelles.

Dans un premier temps, nous rappelons les développements asymptotiques classiques, puis nous nous plaçons dans le cadre de la simulation des grandes échelles. Les notions de filtre et de variables filtrées sont alors prises en compte pour étudier le comportement de la vitesse, de la température, ainsi que de leurs corrélations en proche paroi. Dans une dernière partie, nous étudions l'influence de la condition limite en température sur les comportements asymptotiques que doivent vérifier les modèles de viscosité et de diffusivité sous-maille.

4.2 Étude générale

Les développements asymptotiques en fonction de la distance à la paroi (notée par la suite y) des composantes de la vitesse, de la pression et de la température s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} u = & u^{(1)}y + u^{(2)}y^2 + u^{(3)}y^3 + \dots \\ v = & v^{(1)}y + v^{(2)}y^2 + v^{(3)}y^3 + \dots \\ w = & w^{(1)}y + w^{(2)}y^2 + w^{(3)}y^3 + \dots \\ \frac{p}{\rho} = & \pi^{(0)} + \pi^{(1)}y + \pi^{(2)}y^2 + \pi^{(3)}y^3 + \dots \\ T = & T^{(0)} + T^{(1)}y + T^{(2)}y^2 + T^{(3)}y^3 + \dots \end{cases} \quad (4.1)$$

où les quantités $u^{(1)}, u^{(2)}, \dots$ sont des fonctions de (x, z, t) . Il est à noter que, contrairement aux composantes de la vitesse, la pression et la température ne s'annulent pas à la paroi.

On considère dans la suite le cas d'un écoulement de fluide incompressible soumis à de faibles variations de température ($\Delta T \lesssim 30$ K). On utilise alors l'approximation de Boussinesq et on note T_{ref} la température de l'état de référence considéré. On a alors le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \partial_i \bar{u}_i = 0 & (4.2) \\ \partial_i \bar{u}_i + \partial_j (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\partial_i \bar{p} + \beta(\bar{T} - T_{ref}) + 2\nu \partial_j \bar{S}_{ij} & (4.3) \\ \partial_i \bar{T} + \partial_j (\bar{T} \bar{u}_j) = \kappa \partial_{jj}^2 \bar{T} & (4.4) \end{cases}$$

- Équation de continuité :

De l'équation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4.5)$$

et des développements du système d'équations (4.1), il vient :

$$\begin{aligned} 0 = & v^{(1)} \\ & + \left(2v^{(2)} + \frac{\partial u^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial w^{(1)}}{\partial z} \right) y \\ & + \left(3v^{(3)} + \frac{\partial u^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial w^{(2)}}{\partial z} \right) y^2 \\ & + \dots \end{aligned} \quad (4.6)$$

Ainsi, on a :

$$\begin{cases} v^{(1)} = 0 & (4.7) \\ v^{(2)} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial w^{(1)}}{\partial z} \right) & (4.8) \\ v^{(3)} = -\frac{1}{3} \left(\frac{\partial u^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial w^{(2)}}{\partial z} \right) & (4.9) \end{cases}$$

On remarque que la composante v de la vitesse tend vers 0 à la paroi selon une loi en y^2 alors que les composantes u et w tendent vers 0 à la paroi selon une loi en y .

$$v = v^{(2)}y^2 + v^{(3)}y^3 + \dots \quad (4.10)$$

- Équation de quantité de mouvement suivant la direction x :

De l'équation :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial P/\rho}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (4.11)$$

il vient (par le même raisonnement que pour l'équation de continuité) :

$$\begin{cases} u^{(2)} = \frac{1}{2\nu} \frac{\partial \pi^{(0)}}{\partial x} & (4.12) \\ u^{(3)} = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{\nu} \frac{\partial u^{(1)}}{\partial t} + \frac{1}{\nu} \frac{\partial \pi^{(1)}}{\partial x} - \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial z^2} \right) & (4.13) \end{cases}$$

- Équation de quantité de mouvement suivant la direction y :

De l'équation :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial P/\rho}{\partial y} + \beta g \cdot (T - T_{ref}) + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (4.14)$$

il vient :

$$\begin{cases} v^{(2)} = \frac{1}{2\nu} (\pi^{(1)} - \beta g \cdot (T^{(0)} - T_{ref})) & (4.15) \\ v^{(3)} = \frac{1}{6\nu} (2\pi^{(2)} - \beta g T^{(1)}) & (4.16) \end{cases}$$

- Équation de quantité de mouvement suivant la direction z :

De l'équation :

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial P/\rho}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (4.17)$$

il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} w^{(2)} = \frac{1}{2\nu} \frac{\partial \pi^{(0)}}{\partial z} \end{array} \right. \quad (4.18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} w^{(3)} = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{\nu} \frac{\partial w^{(1)}}{\partial t} + \frac{1}{\nu} \frac{\partial \pi^{(1)}}{\partial z} - \frac{\partial^2 w^{(1)}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w^{(1)}}{\partial z^2} \right) \end{array} \right. \quad (4.19)$$

- Équation d'énergie :

De l'équation :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (4.20)$$

il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} T^{(2)} = \frac{1}{2\kappa} \frac{\partial T^{(0)}}{\partial t} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 T^{(0)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T^{(0)}}{\partial z^2} \right) \end{array} \right. \quad (4.21)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T^{(3)} = \frac{1}{6\kappa} \left(\frac{\partial T^{(1)}}{\partial t} + u^{(1)} \frac{\partial T^{(0)}}{\partial x} + w^{(1)} \frac{\partial T^{(0)}}{\partial z} \right) - \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^2 T^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T^{(1)}}{\partial z^2} \right) \end{array} \right. \quad (4.22)$$

Des informations sur les fonctions $u^{(1)}, u^{(2)}, \dots$ peuvent être obtenues soit par des expériences (Eckelmann (1974) et Klepelin et Eckelmann (1979)), soit par des simulations numériques directes (Moin et Kim (1982) et Deschamps et Dang (1987)). Ces études ont permis d'obtenir des estimations des fonctions a_i, \dots dans des cas précis et notamment dans le cas du canal plan.

Après ce rappel des développements asymptotiques classiques effectués pour les expériences ou les simulations numériques directes, plaçons-nous maintenant dans le cadre de la simulation des grandes échelles.

4.3 Comportement en proche paroi dans le cadre de la simulation des grandes échelles

Dans le cadre de la simulation des grandes échelles, l'étude asymptotique doit prendre en compte la notion de filtrage. Plus précisément, la nature même du filtre a une incidence sur ce comportement asymptotique. Dans la suite, nous utiliserons le filtre intégral puis le filtre boîte.

4.3.1 Filtre intégral

Nous considérons dans ce paragraphe le filtre "intégral" défini par :

$$\overline{A}(x, y, z) = \frac{1}{\Delta^2 y} \int_{\chi=x-\frac{\Delta}{2}}^{x+\frac{\Delta}{2}} \int_{\xi=0}^y \int_{\zeta=z-\frac{\Delta}{2}}^{z+\frac{\Delta}{2}} A(\chi, \xi, \zeta) d\chi d\xi d\zeta \quad (4.23)$$

Dans le cadre de l'étude asymptotique, les grandeurs filtrées à calculer correspondent à \overline{y} , $\overline{y^2}$, $\overline{y^3}$ et $\overline{y^4}$. À partir de ces grandeurs, on pourra déterminer les expressions de toutes les inconnues du problème.

Après calcul, il vient :

$$\overline{y^n} = \frac{y^n}{n+1} \quad (4.24)$$

En appliquant le filtrage sur le développement limité des grandeurs de bases, il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{u} = \frac{\overline{u^{(1)}}}{2} y + \frac{\overline{u^{(2)}}}{3} y^2 + \frac{\overline{u^{(3)}}}{4} y^3 + \dots \\ \overline{v} = \frac{\overline{v^{(2)}}}{3} y^2 + \frac{\overline{v^{(3)}}}{4} y^3 + \dots \\ \overline{w} = \frac{\overline{w^{(1)}}}{2} y + \frac{\overline{w^{(2)}}}{3} y^2 + \frac{\overline{w^{(3)}}}{4} y^3 + \dots \\ \frac{\overline{P}}{\rho} = \overline{\pi^{(0)}} + \frac{\overline{\pi^{(1)}}}{2} y + \frac{\overline{\pi^{(2)}}}{3} y^2 + \frac{\overline{\pi^{(3)}}}{4} y^3 + \dots \\ \overline{T} = \overline{T^{(0)}} + \frac{\overline{T^{(1)}}}{2} y + \frac{\overline{T^{(2)}}}{3} y^2 + \frac{\overline{T^{(3)}}}{4} y^3 + \dots \end{array} \right. \quad (4.25)$$

Comportement pariétal des grandeurs turbulentes

Les développements de la vitesse et de la température effectués ci-dessus nous permettent de calculer le tenseur filtré τ_{ij} . On obtient ainsi les résultats suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{11} = \overline{u^2} - \bar{u}^2 \\ \quad = \left(\frac{\overline{u^{(1)^2}}}{3} - \frac{\overline{u^{(1)^2}}}{4} \right) y^2 + \mathcal{O}(y^3) \\ \tau_{22} = \overline{v^2} - \bar{v}^2 \\ \quad = \left(\frac{\overline{v^{(2)^2}}}{5} - \frac{\overline{v^{(2)^2}}}{9} \right) y^4 + \mathcal{O}(y^5) \\ \tau_{33} = \overline{w^2} - \bar{w}^2 \\ \quad = \left(\frac{\overline{w^{(1)^2}}}{3} - \frac{\overline{w^{(1)^2}}}{4} \right) y^2 + \mathcal{O}(y^3) \\ \tau_{12} = \overline{uv} - \bar{u}\bar{v} \\ \quad = \left(\frac{\overline{u^{(1)}v^{(2)}}}{4} - \frac{\overline{u^{(1)}}\overline{v^{(2)}}}{6} \right) y^3 + \mathcal{O}(y^4) \\ \tau_{23} = \overline{vw} - \bar{v}\bar{w} \\ \quad = \left(\frac{\overline{v^{(2)}w^{(1)}}}{4} - \frac{\overline{v^{(2)}}\overline{w^{(1)}}}{6} \right) y^3 + \mathcal{O}(y^4) \\ \tau_{13} = \overline{uw} - \bar{u}\bar{w} \\ \quad = \left(\frac{\overline{u^{(1)}w^{(1)}}}{3} - \frac{\overline{u^{(1)}}\overline{w^{(1)}}}{4} \right) y^2 + \mathcal{O}(y^3) \end{array} \right. \quad (4.26)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{S}_1 = \overline{uT} - \bar{u}\bar{T} \\ \quad = \frac{1}{2}(\overline{u^{(1)}T^{(0)}} - \overline{u^{(1)}}\overline{T^{(0)}})y + \left(\frac{\overline{u^{(1)}T^{(1)}}}{3} - \frac{\overline{u^{(1)}}\overline{T^{(1)}}}{4} + \frac{\overline{u^{(2)}T^{(0)}}}{3} - \frac{\overline{u^{(2)}}\overline{T^{(0)}}}{3} \right) y^2 + \mathcal{O}(y^3) \\ \mathfrak{S}_2 = \overline{vT} - \bar{v}\bar{T} \\ \quad = \frac{1}{3}(\overline{v^{(2)}T^{(0)}} - \overline{v^{(2)}}\overline{T^{(0)}})y^2 + \left(\frac{\overline{v^{(2)}T^{(1)}}}{4} - \frac{\overline{v^{(2)}}\overline{T^{(1)}}}{6} + \frac{\overline{v^{(3)}T^{(0)}}}{4} - \frac{\overline{v^{(3)}}\overline{T^{(0)}}}{4} \right) y^3 + \mathcal{O}(y^4) \\ \mathfrak{S}_3 = \overline{wT} - \bar{w}\bar{T} \\ \quad = \frac{1}{2}(\overline{w^{(1)}T^{(0)}} - \overline{w^{(1)}}\overline{T^{(0)}})y + \left(\frac{\overline{w^{(1)}T^{(1)}}}{3} - \frac{\overline{w^{(1)}}\overline{T^{(1)}}}{4} + \frac{\overline{w^{(2)}T^{(0)}}}{3} - \frac{\overline{w^{(2)}}\overline{T^{(0)}}}{3} \right) y^2 + \mathcal{O}(y^3) \end{array} \right. \quad (4.27)$$

Après avoir utilisé le filtre intégral, considérons maintenant le filtre boîte et regardons si le comportement asymptotique est modifié.

4.3.2 Filtre boîte

Nous considerons maintenant le filtre boîte (ou "top hat") défini par :

$$G(x, y, z) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta^3} & \text{si } |x| < \frac{\Delta}{2} \text{ et } |y| < \frac{\Delta}{2} \text{ et } |z| < \frac{\Delta}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.28)$$

Dans le cadre de l'étude asymptotique, les grandeurs filtrées à calculer correspondent à \bar{y} , \bar{y}^2 et \bar{y}^3 . À partir de ces grandeurs, on pourra alors déterminer les expressions de toutes les inconnues du problème.

Ainsi, on obtient :

$$\begin{cases} \bar{y} = y & (4.29) \\ \bar{y}^2 = y^2 + \frac{\Delta^2}{12} & (4.30) \\ \bar{y}^3 = y^3 + y\frac{\Delta^2}{4} & (4.31) \\ \bar{y}^4 = y^4 + y^2\frac{\Delta^2}{2} + \frac{\Delta^4}{70} & (4.32) \end{cases}$$

Développement asymptotique des grandeurs filtrées

En appliquant le filtre G sur les équations du paragraphe précédent, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{u} = \bar{u}^{(1)}y + \bar{u}^{(2)}(y^2 + \frac{\Delta^2}{12}) + \bar{u}^{(3)}(y^3 + y\frac{\Delta^2}{4}) + \dots \\ \bar{v} = \bar{v}^{(2)}(y^2 + \frac{\Delta^2}{12}) + \bar{v}^{(3)}(y^3 + y\frac{\Delta^2}{4}) + \dots \\ \bar{w} = \bar{w}^{(1)}y + \bar{w}^{(2)}(y^2 + \frac{\Delta^2}{12}) + \bar{w}^{(3)}(y^3 + y\frac{\Delta^2}{4}) + \dots \\ \frac{\bar{P}}{\rho} = \bar{\pi}^{(0)} + \bar{\pi}^{(1)}y + \bar{\pi}^{(2)}(y^2 + \frac{\Delta^2}{12}) + \bar{\pi}^{(3)}(y^3 + y\frac{\Delta^2}{4}) + \dots \\ \bar{T} = \bar{T}^{(0)} + \bar{T}^{(1)}y + \bar{T}^{(2)}(y^2 + \frac{\Delta^2}{12}) + \bar{T}^{(3)}(y^3 + y\frac{\Delta^2}{4}) + \dots \end{array} \right. \quad (4.33)$$

Comportement pariétal des grandeurs turbulentes

Les développements de la vitesse et de la température effectués ci-dessus nous permettent de calculer le tenseur filtré τ_{ij} . On obtient ainsi les résultats suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{11} = \overline{u^2} - \overline{u}^2 \\ \quad = (\overline{u^{(1)2}} - \overline{u^{(1)}}^2)y^2 + \overline{u^{(1)2}}\frac{\Delta^2}{12} + \mathcal{O}(y^3) \\ \tau_{22} = \overline{v^2} - \overline{v}^2 \\ \quad = (\overline{v^{(2)2}} - \overline{v^{(2)}}^2)y^4 + (\overline{v^{(2)2}} - \frac{\overline{v^{(2)}}^2}{3})y^2\frac{\Delta^2}{2} + (\frac{\overline{v^{(2)}}^2}{70} - \frac{\overline{v^{(2)}}^2}{144})\Delta^4 + \mathcal{O}(y^5) \\ \tau_{33} = \overline{w^2} - \overline{w}^2 \\ \quad = (\overline{w^{(1)2}} - \overline{w^{(1)}}^2)y^2 + \overline{w^{(1)2}}\frac{\Delta^2}{12} + \mathcal{O}(y^3) \\ \tau_{12} = \overline{uv} - \overline{u}\overline{v} \\ \quad = (\overline{u^{(1)}v^{(2)}} - \overline{u^{(1)}}\overline{v^{(2)}})y^3 + (\overline{u^{(1)}v^{(2)}} - \frac{\overline{u^{(1)}}\overline{v^{(2)}}}{3})y\frac{\Delta^2}{4} + \mathcal{O}(y^4) \\ \tau_{23} = \overline{vw} - \overline{v}\overline{w} \\ \quad = (\overline{v^{(2)}w^{(1)}} - \overline{v^{(2)}}\overline{w^{(1)}})y^3 + (\overline{v^{(2)}w^{(1)}} - \frac{\overline{v^{(2)}}\overline{w^{(1)}}}{3})y\frac{\Delta^2}{4} + \mathcal{O}(y^4) \\ \tau_{13} = \overline{uw} - \overline{u}\overline{w} \\ \quad = (\overline{u^{(1)}w^{(1)}} - \overline{u^{(1)}}\overline{w^{(1)}})y^2 + \overline{u^{(1)}w^{(1)}}\frac{\Delta^2}{12} + \mathcal{O}(y^3) \end{array} \right. \quad (4.34)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{S}_1 = \overline{uT} - \overline{u}\overline{T} \\ \quad = (\overline{u^{(1)}T^{(0)}} - \overline{u^{(1)}}\overline{T^{(0)}})y + (\overline{u^{(1)}T^{(1)}} - \overline{u^{(1)}}\overline{T^{(1)}} + \overline{u^{(2)}T^{(0)}} - \overline{u^{(2)}}\overline{T^{(0)}})y^2 \\ \quad \quad \quad + (\overline{u^{(2)}T^{(0)}} + \overline{u^{(1)}T^{(1)}} - \overline{u^{(2)}}\overline{T^{(0)}})\frac{\Delta^2}{12} + \mathcal{O}(y^3) \\ \mathfrak{S}_2 = \overline{vT} - \overline{v}\overline{T} \\ \quad = (\overline{v^{(2)}T^{(0)}} - \overline{v^{(2)}}\overline{T^{(0)}})(y^2 + \frac{\Delta^2}{12}) + (\overline{v^{(2)}T^{(1)}} - \overline{v^{(2)}}\overline{T^{(1)}} + \overline{v^{(3)}T^{(0)}} - \overline{v^{(3)}}\overline{T^{(0)}})y^3 \\ \quad \quad \quad + (\overline{v^{(2)}T^{(1)}} - \frac{\overline{v^{(2)}}\overline{T^{(1)}}}{3} + \overline{v^{(3)}T^{(0)}} - \overline{v^{(3)}}\overline{T^{(0)}})y\frac{\Delta^2}{4} + \mathcal{O}(y^4) \\ \mathfrak{S}_3 = \overline{wT} - \overline{w}\overline{T} \\ \quad = (\overline{w^{(1)}T^{(0)}} - \overline{w^{(1)}}\overline{T^{(0)}})y + (\overline{w^{(1)}T^{(1)}} - \overline{w^{(1)}}\overline{T^{(1)}} + \overline{w^{(2)}T^{(0)}} - \overline{w^{(2)}}\overline{T^{(0)}})y^2 \\ \quad \quad \quad + (\overline{w^{(2)}T^{(0)}} + \overline{w^{(1)}T^{(1)}} - \overline{w^{(2)}}\overline{T^{(0)}})\frac{\Delta^2}{12} + \mathcal{O}(y^3) \end{array} \right. \quad (4.35)$$

4.4 Comportement asymptotique du modèle sous-maille

Nous avons vu au paragraphe précédent que les coefficients des développements asymptotiques étaient différents suivant le filtre considéré. Cependant, les comportements des modèles sous-mailles étudiés dans ce paragraphe sont indépendants du choix du filtre et restent valable dans le cadre de la simulation numérique directe ou des expériences.

4.4.1 Étude dynamique

L'étude asymptotique des grandeurs turbulentes permet de vérifier si un modèle sous-maille a le bon comportement en proche paroi. Pour les modèles sous-maille qui ont recours à l'hypothèse de Boussinesq, on écrit que le tenseur des contraintes sous-maille est proportionnel au tenseur des déformations : $\tau_{ij} = 2\nu_{sm}S_{ij}$, avec $S_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_j\bar{u}_i + \partial_i\bar{u}_j)$, avec ν_{sm} la viscosité sous-maille.

Afin de déterminer le comportement asymptotique de la viscosité sous-maille, on récapitule dans le tableau suivant les équivalents du tenseur des contraintes sous-maille τ_{ij} et du tenseur des déformations S_{ij} .

	τ_{ij}	S_{ij}	ν_{sm}
i=1, j=1	y^2	y	y
i=1, j=2	y^3	1	y^3
i=1, j=3	y^2	y	y
i=2, j=2	y^4	y	y^3
i=2, j=3	y^3	1	y^2
i=3, j=3	y^2	y	y

TAB. 4.1 – Comportement asymptotique de τ_{ij} , S_{ij} et ν_{sm}

Il apparaît alors plusieurs comportements asymptotique pour la viscosité sous-maille suivant la projection effectuée. Cependant, les données de la littérature montrent qu'il est important de bien appréhender le comportement de τ_{12} . Par conséquent, le comportement recherché de la viscosité sous-maille est donné par :

$$\nu_{sm} \sim y^3 \quad (4.36)$$

4.4.2 Étude thermique

De même que précédemment, on peut vérifier si le comportement du modèle sous-maille thermique choisi est correct en proche paroi. L'hypothèse de Boussinesq pour l'équation d'énergie se traduit par la relation : $\mathfrak{S}_j = -\kappa_{sm}\partial_j T$, où κ_{sm} est la diffusivité sous-maille.

Afin de déterminer le comportement asymptotique de la diffusivité sous-maille, on récapitule dans les tableaux suivants les équivalents des composantes du gradient de température et du vecteur des contraintes thermiques sous-maille.

- Premier cas : paroi isotherme

Dans ce cas, on a $T^{(0)} = T_{impose}$, et donc $T^{(0)}$ n'est plus une fonction de (x, z, t) mais une constante. On a alors le tableau suivant pour les équivalents en proche paroi des grandeurs principales :

	\mathfrak{S}_j	$\partial_j T$	κ_{sm}
j=1	y^2	y	y
j=2	y^3	1	y^3
j=3	y^2	y	y

TAB. 4.2 – Comportement asymptotique de \mathfrak{S}_j , $\partial_j T$ et κ_{sm}

- Deuxième cas : paroi adiabatique

Dans ce cas, on a $T^{(1)} = \Phi_{impose} = 0$, et donc on a le tableau suivant pour les équivalents en proche paroi des grandeurs principales :

	\mathfrak{S}_j	$\partial_j T$	κ_{sm}
j=1	y	1	y
j=2	y^2	y	y
j=3	y	1	y

TAB. 4.3 – Comportement asymptotique de \mathfrak{S}_j , $\partial_j T$ et κ_{sm} pour une condition limite de paroi adiabatique.

- Troisième cas : paroi avec un flux imposé

Dans ce cas on a $T^{(1)} = \Phi_{impose}$, et donc $T^{(1)}$ n'est plus une fonction de (x, z, t) mais une constante. On a alors le tableau suivant pour les équivalents en proche paroi des grandeurs principales :

	\mathfrak{S}_j	$\partial_j T$	κ_{sm}
j=1	y	1	y
j=2	y^2	1	y^2
j=3	y	1	y

TAB. 4.4 – Comportement asymptotique de \mathfrak{S}_j , $\partial_j T$ et κ_{sm} pour une condition limite de paroi avec un flux imposé.

Il apparaît alors plusieurs comportements asymptotiques pour la diffusivité sous-maille suivant la projection effectuée. Cependant, l'expérience montre qu'il est important de bien appréhender le comportement de \mathfrak{S}_2 . Par conséquent, selon la condition limite de paroi utilisée, le comportement recherché de la diffusivité sous-maille est donné par :

- ⊞ **paroi isotherme** : $\kappa_{sm} \sim y^3$
- ⊞ **paroi adiabatique** : $\kappa_{sm} \sim y$
- ⊞ **paroi avec un flux imposé** : $\kappa_{sm} \sim y^2$

On retrouve le comportement observé par Kong *et al.* (2000) pour la simulation numérique directe d'un canal plan turbulent avec les conditions aux limites de température imposée et de flux imposé. On remarque que pour une condition limite de paroi isotherme, l'hypothèse de nombre de Prandtl sous-maille constant ($P_r^t = \frac{\nu_{sm}}{\kappa_{sm}} = Cste$) permet d'avoir le bon comportement asymptotique pour la diffusivité sous-maille (évidemment à condition d'avoir le bon comportement asymptotique pour la viscosité sous-maille).

Cependant, on note que, pour les conditions aux limites de paroi adiabatique et de paroi avec flux imposé, l'hypothèse de nombre de Prandtl sous-maille constant implique un mauvais comportement asymptotique de la diffusivité sous-maille. La diffusivité sous-maille est alors sous-estimée d'un ordre de grandeur en y pour la condition limite de paroi avec flux imposé et de deux ordres de grandeur en y pour la condition limite de paroi adiabatique.

L'hypothèse de nombre de Prandtl sous-maille constant n'apparaît donc pas comme universelle puisque qu'elle impose à la diffusivité sous-maille d'avoir le même comportement asymptotique que la viscosité sous-maille. C'est pourquoi, nous avons utilisé dans le chapitre suivant des modèles sous-mailles qui permettent à la diffusivité sous-maille d'avoir son propre comportement asymptotique afin d'effectuer des simulations avec les trois conditions aux limites thermiques usuelles.

Chapitre 5

Impact des modèles sous-mailles dynamiques sur le champ thermique

5.1 Introduction

Si de nombreux modèles sous-maille ont été développés pour la viscosité sous-maille, il en va tout autrement pour les modèles de diffusivité sous-maille, et de nombreux auteurs considèrent l'hypothèse de nombre de Prandtl sous-maille constant. Notons que cette hypothèse vient des simulations RANS où l'hypothèse de nombre de Prandtl turbulent constant est très souvent utilisée. Il est à noter que pour la simulation des grandes échelles, on fait la même hypothèse mais sur le nombre de Prandtl sous-maille. Afin d'obtenir des simulations les plus précises possibles, nous avons cherché à nous affranchir de cette hypothèse en modélisant directement la diffusivité sous-maille. De par leur propriété d'adaptation à l'écoulement simulé et de par leur relative simplicité, la méthode dynamique apparaît comme une bonne approche pour la modélisation des flux de chaleur sous-maille.

Nous avons vu au chapitre 4, que le comportement de la diffusivité sous-maille dépend de la condition limite thermique (température imposée, flux imposé ou paroi adiabatique). Par conséquent, il apparaît que l'utilisation de l'hypothèse de nombre de Prandtl turbulent constant n'est pas adaptée lorsque des conditions aux limites de flux imposé et de paroi adiabatique sont considérées. Pour obtenir le bon comportement limite du modèle de diffusivité sous-maille en proche paroi, on peut chercher à adapter la méthode utilisée pour le modèle WALE (*Cf.* Nicoud et Ducros (1999)) qui consiste à créer un opérateur ayant le bon comportement asymptotique en proche paroi. Cependant, cette adaptation semble délicate pour la diffusivité sous-maille. En effet, si trois modèles différents peuvent être trouvés, chacun de ces modèles ne pourrait être utilisé qu'avec la condition limite thermique associée et elle seule pour l'ensemble de la configuration étudiée. Un modèle consistant en une pondération des trois précédents pourrait également être envisagé mais un test pour déterminer le type de condition limite thermique devrait être mis en place. Le plus simple et le plus performant pour résoudre ce problème semble être de trouver un modèle sous-maille qui adapte de lui-même son comportement en proche paroi selon les conditions aux limites. Étant donné que les modèles dynamiques possèdent cette propriété, ils apparaissent ici comme un bon choix de modèle de diffusivité sous-maille.

Dans ce chapitre, nous cherchons à évaluer l'influence des modèles dynamiques (que ce soit pour la viscosité ou la diffusivité sous-maille) sur le champ thermique. Pour ce faire, nous considérons le cas d'un canal plan turbulent avec différentes conditions aux limites thermiques aux parois (température imposée, flux imposé et paroi adiabatique). Cette configuration a le double avantage d'induire des temps de calcul raisonnables et d'être documentée dans la littérature, ce qui nous permet une comparaison complète des résultats pour la vitesse et partielle pour la température. Pour permettre une comparaison des résultats en température pour toutes les conditions aux limites thermiques utilisées, nous avons effectué une simulation numérique directe d'un canal turbulent avec une condition de paroi adiabatique et une condition de flux imposé. En effet, il n'existe pas à notre connaissance de données de références pour une paroi adiabatique et les données pour les parois avec un flux de chaleur imposé s'accompagne de conditions relativement particulières pour la température qui sont difficilement transposables à nos simulations.

Après la description des modèles sous-maille dynamiques mis en œuvre et des configurations considérées, l'impact des modèles de viscosité sous-maille et de diffusivité sous-maille sur le champ de température sera évalué lorsque la température sera imposée sur les deux parois du canal. Enfin, les cas des parois adiabatiques ou avec un flux imposé seront étudiés. Les deux objectifs de cette étude sont, d'une part, de quantifier l'impact des modèles de viscosité et de diffusivité sous-maille dynamique sur les résultats des simulations et, d'autre part, d'étudier le comportement de ces modèles suivant les conditions aux limites en température appliquées aux murs.

5.2 Description et propriétés des modèles dynamiques utilisés

Pour une description détaillée des principes de base des modèles dynamiques, on pourra se reporter au paragraphe 1.4.2. Afin de parer aux problèmes de consistance et d'instabilité du modèle dynamique, nous avons considéré quatre méthodes de stabilisation de la constante du modèle sous-maille. La première méthode consiste à moyennner la constante sur les six nœuds les plus proches du nœud considéré. La deuxième méthode utilise une caractéristique de la configuration du canal plan, à savoir que les plans parallèles aux murs sont des plans d'homogénéité. La moyenne de la constante du modèle s'effectue ici sur les plans parallèles aux murs. Ces deux méthodes correspondent à des moyennes spatiales de la viscosité sous-maille. La troisième méthode de type eulérienne, opère une moyenne temporelle en chaque nœud du domaine. Enfin, la quatrième méthode qui effectue un moyennage spatio-temporel, correspond à la méthode développée par Meneveau *et al.* (1996). Une moyenne lagrangienne de la constante du modèle est calculée en suivant la particule le long de sa trajectoire. Par souci de concision et de clarté, les méthodes décrites ci-dessus seront respectivement nommées par la suite dans les légendes des figures 6pts, para, euler et lag.

La mise en œuvre des modèles dynamiques est effectuée en utilisant pour le filtre test, un filtre gaussien discrétisé sur 3 points ayant une largeur égale à $\sqrt{6}\Delta$. Le noyau de convolution de ce filtre s'écrit sous la forme :

$$G(x - y) = \sum_{i=-N}^N a_i \delta(x - y + i\Delta) \quad (5.1)$$

avec $N = 1$ et les coefficients constants $a_{-1} = a_1 = \frac{1}{4}$ et $a_0 = \frac{1}{2}$. Notons que pour les maillages structurés, les vitesses sont calculées dans TrioU aux faces et que nous appliquons ici une interpolation aux centres des éléments avant d'appliquer le filtrage sur ce champ. La largeur du premier filtre sous-maille inhérent à la simulation est estimée au moyen de la formule : $\Delta = (\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{1/3}$. Par souci de simplification de codage et de limitation du temps de calcul, nous ne prenons pas en compte ici le coefficient d'aplatissement des mailles comme le préconisent Scotti *et al.* (1993). En plus des méthodes de stabilisation, nous avons borné la constante calculée par les différents modèles entre 0.0 et 0.5 afin d'éviter des instabilités numériques dues au modèle. Pour le modèle de viscosité sous-maille dynamique lagrangien, l'expression de la constante de temps T_{lag} correspond à celle utilisée par Meneveau *et al.* (1996) et s'exprime selon :

$$T_{lag} = 1.5 \Delta (\mathcal{J}_{LM} \mathcal{J}_{MM})^{-1/8} \quad (5.2)$$

Concernant les modèles de diffusivité sous-maille, les méthodes de stabilisation de moyenne sur les 6 nœuds voisins, de moyenne sur les plans parallèles aux murs (plans d'homogénéité) et de moyenne eulérienne sont directement transposées à partir des modèles sur la viscosité décrits au paragraphe 1.4.2. Pour le modèle lagrangien, une légère adaptation est nécessaire. Il faut ainsi réécrire la fonction d'erreur sous la forme :

$$\mathcal{E}_j(z, t') = \mathcal{L}_j(z, t') - \mathcal{C}^2(\vec{x}, t) \mathcal{M}_j(z, t') \quad (5.3)$$

où $\vec{z}(t')$ est la trajectoire antérieure de la particule fluide définie selon :

$$\vec{z}(t') = \vec{x} - \int_{t'}^t \vec{u}(z(t''), t'') dt'' \quad (5.4)$$

et avec \mathcal{L}_j et \mathcal{M}_j définis selon :

$$\begin{cases} \mathcal{L}_j = \widehat{\overline{u_j T}} - \widehat{\overline{u_j}} \widehat{\overline{T}} \\ \mathcal{M}_j = 2 \left[\left(\widehat{\overline{\Delta^2 \|S\| \mathcal{S}_j}} \right) - \widehat{\overline{\Delta^2}} \widehat{\overline{\|S\|}} \widehat{\overline{\mathcal{S}_j}} \right] \end{cases} \quad (5.5)$$

$$(5.6)$$

avec $\mathcal{S}_j = \partial_j \overline{T}$.

La fonction à minimiser \mathcal{E} est l'intégrale de l'erreur \mathcal{E}_j donnée à l'équation 5.7 pondérée par la fonction W qui régule l'effet de moyenne temporelle. La minimisation par rapport à \mathcal{C}^2 (cf equation 5.8) donne l'expression de la constante \mathcal{C} selon l'équation 5.9

$$\mathcal{E} = \int_{-\infty}^t \mathcal{E}_j(z, t') \mathcal{E}_j(z, t') W(t - t') dt' \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \mathcal{C}^2} = \int_{-\infty}^t 2\mathcal{E}_j \frac{\partial \mathcal{E}_j}{\partial \mathcal{C}^2} W(t - t') dt' = 0 \quad (5.8)$$

$$\mathcal{C}^2 = \frac{\mathcal{I}_{\mathcal{LM}}}{\mathcal{I}_{\mathcal{MM}}} \quad (5.9)$$

avec $\mathcal{J}_{\mathcal{LM}}$ et $\mathcal{J}_{\mathcal{MM}}$ définis selon :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{I}_{\mathcal{LM}} = \int_{-\infty}^t \mathcal{L}_j \mathcal{M}_j(z(t'), t') W(t-t') dt' \\ \mathcal{I}_{\mathcal{MM}} = \int_{-\infty}^t \mathcal{M}_j \mathcal{M}_j(z(t'), t') W(t-t') dt' \end{array} \right. \quad (5.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{I}_{\mathcal{LM}} = \int_{-\infty}^t \mathcal{L}_j \mathcal{M}_j(z(t'), t') W(t-t') dt' \\ \mathcal{I}_{\mathcal{MM}} = \int_{-\infty}^t \mathcal{M}_j \mathcal{M}_j(z(t'), t') W(t-t') dt' \end{array} \right. \quad (5.11)$$

En utilisant la fonction $W(t-t') = \mathcal{T}_{lag}^{-1} e^{-(t-t')/\mathcal{T}_{lag}}$, il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{D\mathcal{I}_{\mathcal{LM}}}{Dt} \equiv \frac{\partial \mathcal{I}_{\mathcal{LM}}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla \mathcal{I}_{\mathcal{LM}} = \frac{1}{\mathcal{T}_{lag}} (\mathcal{L}_j \mathcal{M}_j - \mathcal{I}_{\mathcal{LM}}) \\ \frac{D\mathcal{I}_{\mathcal{MM}}}{Dt} \equiv \frac{\partial \mathcal{I}_{\mathcal{MM}}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla \mathcal{I}_{\mathcal{MM}} = \frac{1}{\mathcal{T}_{lag}} (\mathcal{M}_j \mathcal{M}_j - \mathcal{I}_{\mathcal{MM}}) \end{array} \right. \quad (5.12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{D\mathcal{I}_{\mathcal{LM}}}{Dt} \equiv \frac{\partial \mathcal{I}_{\mathcal{LM}}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla \mathcal{I}_{\mathcal{LM}} = \frac{1}{\mathcal{T}_{lag}} (\mathcal{L}_j \mathcal{M}_j - \mathcal{I}_{\mathcal{LM}}) \\ \frac{D\mathcal{I}_{\mathcal{MM}}}{Dt} \equiv \frac{\partial \mathcal{I}_{\mathcal{MM}}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla \mathcal{I}_{\mathcal{MM}} = \frac{1}{\mathcal{T}_{lag}} (\mathcal{M}_j \mathcal{M}_j - \mathcal{I}_{\mathcal{MM}}) \end{array} \right. \quad (5.13)$$

Par analogie avec le modèle sur la viscosité sous-maille, l'expression du temps caractéristique pour le modèle de diffusivité sous-maille est la suivante :

$$\mathcal{T}_{lag} = 1.5 \Delta (\mathcal{I}_{\mathcal{LM}} \mathcal{I}_{\mathcal{MM}})^{-1/8} \quad (5.14)$$

De même qu'au chapitre 4, on peut estimer a priori le comportement en proche paroi du modèle dynamique lagrangien pour la diffusivité sous-maille. En effet, on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{L}_j \propto \widehat{\bar{v}T} - \widehat{\bar{v}}\widehat{T} \\ \propto vT \end{array} \right. \quad (5.15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{M}_j = \left[\widehat{\Delta^2} \|\widehat{S}\| \widehat{S}_j - \left(\widehat{\Delta^2} \|\widehat{S}\| \widehat{S}_j \right) \right] \\ \propto \frac{\partial T}{\partial y} \\ \propto 1 \end{array} \right. \quad (5.16)$$

Ainsi, il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{I}_{\mathcal{LM}} \propto \mathcal{L}_j \mathcal{M}_j \\ \propto vT \end{array} \right. \quad (5.17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{I}_{\mathcal{MM}} \propto \mathcal{M}_j \mathcal{M}_j \\ \propto 1 \end{array} \right. \quad (5.18)$$

Par conséquent, la constante du modèle se comporte en proche paroi selon $\mathcal{C}^2 \propto \nu T$ et la diffusivité sous-maille selon :

$$\begin{aligned} \kappa_{sm} &= -2\mathcal{C}^2 \Delta^2 \|S\| \\ &\propto \nu T \end{aligned} \tag{5.19}$$

Le modèle de diffusivité sous-maille lagrangien a donc la propriété d'avoir le bon comportement en proche paroi et ce quelle que soit la condition limite thermique imposée à la paroi. De même que les modèles dynamiques stabilisés par moyenne sur les six nœuds voisins ou par moyenne sur les plans parallèles aux murs ou par moyenne eulérienne, le modèle dynamique lagrangien s'adapte de lui-même à la condition thermique imposée aux parois.

5.3 Configuration et paramètres de simulation

5.3.1 Canal plan turbulent chauffé

Le canal plan turbulent correspond à un cas test académique qui a le double avantage d'avoir des temps de calculs "raisonnables" et de permettre des comparaisons avec des études précédentes. De plus, cette configuration est relativement proche de la géométrie d'effusion étudiée dans les chapitres 6 et 7. Notons que cette configuration a également un aspect historique puisqu'elle correspond à la première configuration étudiée par Deardorff (1970) avec la notion de simulation des grandes échelles.

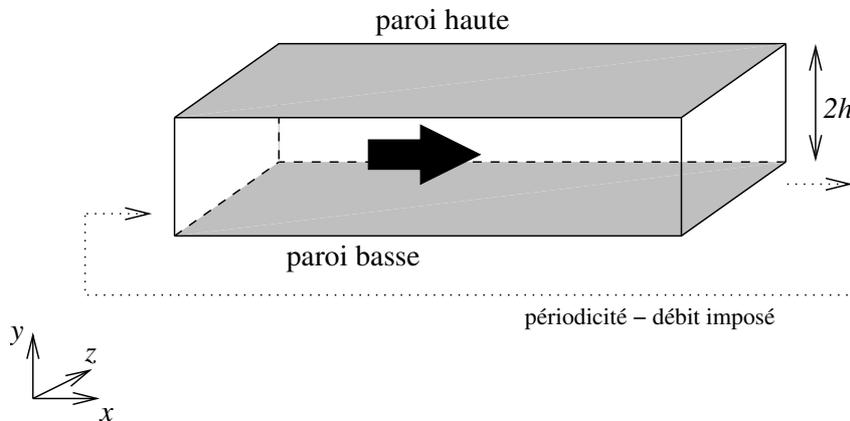


FIG. 5.1 – Configuration du canal plan.

Nous considérons ci-après la configuration du canal plan turbulent représenté à la figure 5.1 qui correspond à une bi-couche limite en régime turbulent établi. Une condition de périodicité est appliquée selon les directions longitudinale et transverse. Le débit du fluide est imposé au moyen d'une force volumique de telle sorte que le nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante ($U_d = \frac{1}{2h} \int_0^{2h} u(y) dy$, h étant la demi-hauteur du canal) soit égal à $Re_d = \frac{U_d h}{\nu} \simeq 2760$. Ce qui, en utilisant la corrélation de Dean (1978) (Cf. équation 5.20) donne un nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement ($U_\tau = \sqrt{\nu \frac{\partial U}{\partial y}|_p}$) égal à $Re_\tau = \frac{U_\tau h}{\nu} \simeq 180$.

$$Re_\tau = 0.175 Re_d^{7/8} \quad (5.20)$$

Pour la configuration thermique du canal, nous avons considéré deux cas. Dans la première configuration, les deux parois sont à des températures fixes et aucune source de chaleur n'est présente dans le fluide. Les deux températures sont fixées à $T_{w_1} = 500$ K et $T_{w_2} = 505$ K, ce qui donne un rapport de température $T_1/T_2 = 1.01$. Le fluide est incompressible et le comportement de la température est supposé être celui d'un scalaire passif. Le nombre de Prandtl est pris égal à $Pr = 0.71$ (ce qui correspond à de l'air). Le nombre de Nusselt est défini ici selon l'équation 5.21 :

$$\text{Nu} = \frac{4h}{T_d - T_p} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_p \quad (5.21)$$

où T_d est la température moyenne débitante définie selon :

$$T_d = \frac{1}{2h} \int_0^{2h} T_m(y) dy \quad (5.22)$$

Dans le cas d'un scalaire passif, le profil est antisymétrique par rapport au centre du canal et par conséquent la température débitante est égale à $T_d = \frac{T_{w1} + T_{w2}}{2}$. Pour la configuration du canal plan turbulent, le nombre de Nusselt peut être évalué par la corrélation de Kays et Crawford (1980) (Cf. équation 5.23) à $\text{Nu} \simeq 20$.

$$\text{Nu} = 0.04 \text{Re}_d^{0.8} \text{Pr}^{0.3} \quad (5.23)$$

La deuxième configuration thermique consiste en une paroi adiabatique pour la paroi haute et une paroi avec un flux imposé à $\phi_{w1} = -1 \text{ W.m}^{-2}$ pour la paroi basse. Un terme correspondant à une source volumique est introduit dans l'équation en température et pris égal à $Q = 0.5 \text{ W.m}^{-3}$. Les deux configurations donnent la possibilité de tester les modèles dynamiques sur les trois conditions aux limites thermiques classiques que sont les conditions de température imposée, flux imposé et paroi adiabatique. Pour résumer les données relatives aux configurations étudiées, nous avons rassemblé l'ensemble des grandeurs caractéristiques dans le tableau 5.1.

$\text{Re}_d = 2762, \text{Re}_\tau \simeq 180$	$\mu = 2.84.10^{-5} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$
$\text{Pr} = 0.71, \text{Nu} \simeq 20$	$\rho = 0.0976 \text{ kg.m}^{-3}$
$T_{w1} = 500 \text{ K}, T_{w2} = 505 \text{ K}$	$\lambda = 20.772.10^{-2} \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$T_2/T_1 = 1.01$	$Cp = 5193.0 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$\phi_{w1} = -1 \text{ W.m}^{-2}, Q = 0.5 \text{ W.m}^{-3}$	$\nu = 2.91.10^{-4} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$

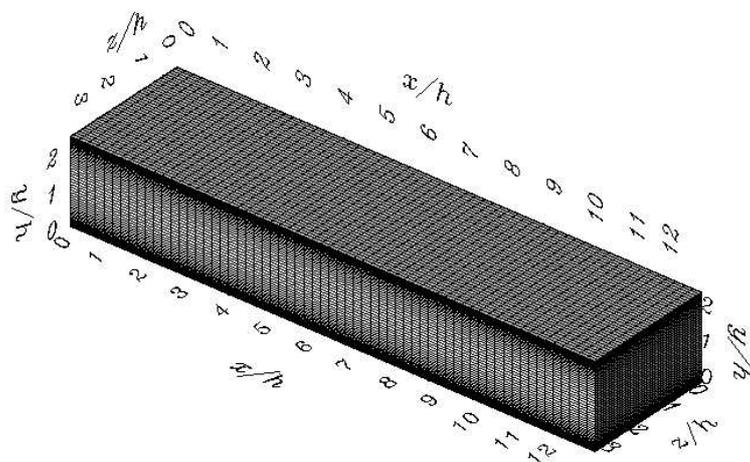
TAB. 5.1 – Grandeurs caractéristiques des simulations considérées.

5.3.2 Paramètres de simulation

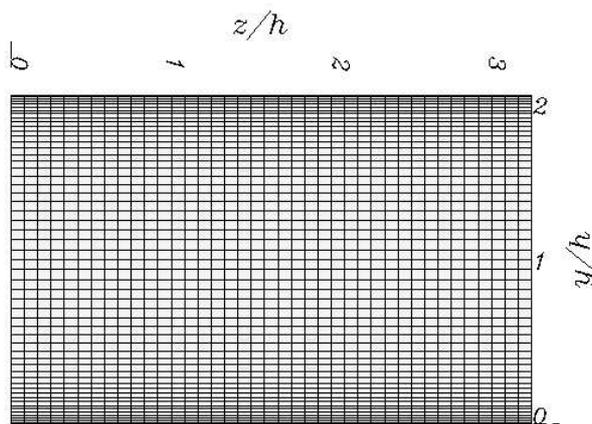
Deux conditions de paroi fixe sont imposées en haut et en bas du canal. Pour ces conditions, nous n'avons pas considéré de loi de paroi et avons appliqué une condition de non-glissement. Pour que cette condition soit valide, nous avons construit un maillage de telle sorte que la valeur de la grandeur adimensionnelle $y^+ = \frac{yU_\tau}{\nu}$ aux premiers nœuds de calcul au-dessus des murs soit proche de 1. Pour avoir un nombre de nœuds, et donc des temps de calcul raisonnables, nous avons construit un maillage irrégulier suivant la direction normale aux murs en suivant la loi donnée à l'équation 5.24 (N_y correspond au nombre de nœuds suivant la direction normale aux plans).

$$y_k = \frac{h}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{a} \tanh \left[\left(-1 + \frac{2(k-1)}{N_y - 1} \right) \operatorname{atanh}(a) \right] \right\}, \quad k \in [1, N_y] \quad (5.24)$$

Lors de l'utilisation de condition de périodicité, une attention particulière doit être portée sur les dimensions du domaine. En effet, comme Moin et Kim (1982), nous devons choisir la taille du domaine de sorte que les variables soient décorréélées sur les frontières où sont appliquées les conditions de périodicité. On peut noter également l'étude de Jiménez et Moin (1991) dans laquelle les dimensions minimales pour simuler de façon correcte un canal plan turbulent ont été recherchées. Tenant compte de ces études, un domaine de dimensions $4\pi h \times 2h \times \pi h$ avec



(a)



(b)

FIG. 5.2 – Maillage du canal plan.

64 x 55 x 40 nœuds a été construit (Cf. figure 5.2). Notons que compte tenu de ces données, la valeur du coefficient a (Cf. équation 5.24) est fixée à 0.90180.

Les caractéristiques adimensionnelles du canal sont les suivantes : $L_x^+ \simeq 2260$, $L_y^+ \simeq 360$, $L_z^+ \simeq 570$. Étant donné que les longueurs caractéristiques des structures caractéristiques se développant dans la couche limite d'un canal ("streaks") sont de l'ordre de $\lambda_x^+ \simeq 1000$ et $\lambda_z^+ \simeq 100$, nous résolvons environ deux streaks sur la longueur du domaine et 5 selon la direction transverse. La résolution adimensionnelle du domaine correspond à : $\Delta_x^+ \simeq 36$, $\Delta_y^+ \simeq 1$ à la paroi, $\Delta_y^+ \simeq 11$ au centre du canal et $\Delta_z^+ \simeq 15$. Par conséquent, les calculs présentés ici correspondent à des simulations des grandes échelles finement résolues.

Les schémas numériques utilisés pour les différents termes des équations résolues sont les suivants : le schéma en temps est un schéma de type Runge Kutta d'ordre 3, le schéma de convection de l'équation de vitesse est un schéma centré d'ordre 2 et le schéma de convection pour l'équation de la température est un schéma QUICK d'ordre 3 avec un limiteur de pente FRAM. En effet, Chatelain *et al.* (2004) ont montré, sur les configurations de la turbulence homogène isotrope et du canal plan turbulent, que ce schéma permet une meilleure estimation du niveau des fluctuations de température que les schémas de convection de type amont ou centré. L'utilisation d'un schéma de convection centré d'ordre 2 est envisagé au paragraphe 5.5.5 afin de faire une comparaison avec le schéma QUICK.

Le profil de vitesse du canal laminaire (profil parabolique) est imposé pour l'initialisation de la vitesse sur le domaine de calcul avec une perturbation sinusoïdale selon l'axe longitudinal. Cette perturbation a pour but de faciliter la transition laminaire-turbulent dans le canal en s'approchant de la structure des ondes de Tollmien-Schlichting, c'est à dire les premières instabilités apparaissant lors de la transition d'une couche limite (Cf. Ackermann et Métais (2001)). Le champ de température est quant à lui initialisé à une valeur constante égale à la moyenne des températures des parois.

Pour faciliter la transition du canal d'un état laminaire vers un état turbulent, deux méthodes ont été utilisées pour le début les simulations. La première méthode consiste en une augmentation temporaire du débit dans le canal et donc du nombre de Reynolds. En augmentant le nombre de Reynolds d'un facteur 2, la transition vers la turbulence a été observée relativement rapidement. Ce faisant, le nombre de Reynolds, égal à 5520, est supérieur au nombre de Reynolds critique ($Re_{b_c} = 3848$) prédit par la théorie des instabilités linéaires, facilitant ainsi la transition vers la turbulence. La deuxième méthode employée tient compte de la diminution du nombre de Reynolds critique pour un canal tournant (donc soumis à la force de Coriolis). La transition vers la turbulence est provoquée en mettant le canal en rotation avec une vitesse angulaire $\Omega = 1,82 \cdot 10^{-2} \text{ rad.s}^{-1}$ ce qui correspond à un nombre de Rossby global $Ro \equiv \frac{dU}{dy}|_{max}/2\Omega = \frac{3U_d}{2\Omega h} = 6$. Dans ces conditions, le nombre de Reynolds critique pour la paroi anticyclonique a été estimé expérimentalement par Lezius et Johnson (1976) et numériquement par Alfredson et Person (1989) à environ 44. Ainsi, le nombre de Reynolds étant largement supérieur au nombre de Reynolds critique, la transition vers la turbulence est rapidement atteinte pour la paroi anticyclonique du canal. Pour observer la transition sur l'autre paroi, la rotation du canal doit être stoppée et la symétrisation des profils attendue. L'avantage de la première méthode réside dans l'aspect symétrique des profils. En effet, lorsque la deuxième

méthode est employée, il se peut que la dissymétrie des profils due à la rotation initiale du canal demeure relativement longtemps après l'arrêt de la rotation.

5.4 Influence du modèle de viscosité sous-maille

Dans un premier temps, il nous a semblé important de se placer dans le cadre usuel où le nombre de Prandtl sous-maille est supposé constant et d'étudier l'influence du modèle de viscosité sous-maille sur la résolution du champ de température. Il est donc supposé de façon sous-jacente que le comportement de la température est semblable à celui de la vitesse et que la diffusivité sous-maille peut être prise égale à un multiple de la viscosité sous-maille.

Les modèles de viscosité sous-maille utilisés sont le modèle WALE et les modèles dynamiques basés sur les stabilisations de la constante de types six points, plans parallèles, moyenne Eulérienne et moyenne Lagrangienne. Ces modèles seront respectivement dénommés dans les légendes des figures, par souci de compacité, sous la forme ν_{wale} , ν_{6pts} , ν_{para} , ν_{euler} et ν_{lag} . Le modèle pour la diffusivité sous-maille consistant à suivre l'hypothèse de nombre de Prandtl sous-maille constant sera dénommé ci-après κ_{Pr_cst} .

Profils dynamiques

Les profils dynamiques, présentés ci-dessous, sont tracés sous une forme adimensionnelle en utilisant la vitesse de frottement U_τ et la longueur ν/U_τ . Les profils de vitesse moyenne sont tracés sur la figure 5.3. Ces derniers sont comparés au profil analytique de couche limite turbulente (Cf. équations (5.25) et (5.26)) ainsi qu'aux données de Kim *et al.* (1987). Cette comparaison est pertinente puisque ces derniers ont effectué une simulation numérique directe d'un canal turbulent pour un nombre de Reynolds de frottement Re_τ égal à 180. Le domaine de dimensions $4\pi h \times 2h \times 2\pi h$ est maillé au moyen de $128 \times 129 \times 128$ nœuds, et donne une résolution adimensionnelle ($\Delta_x^+ \simeq 12$, $\Delta_y^+ \simeq 0,05 - 4,4$, $\Delta_z^+ \simeq 7$).

$$\begin{cases} U_m^+ = y^+ & (5.25) \\ U_m^+ = 5.5 + \frac{\ln(y^+)}{0.415} & (5.26) \end{cases}$$

Il apparaît sur la figure 5.3 que les différents modèles s'accordent tous relativement bien avec le profil logarithmique et les données de Kim *et al.* (1987). On peut noter qu'avec le modèle dynamique lagrangien, la vitesse au centre du canal est légèrement inférieure à celle estimée par les autres modèles mais qu'elle reste proche du profil logarithmique. Si l'on s'intéresse à la vitesse de frottement, on peut remarquer (Cf. tableau 5.2) que la vitesse de frottement, et par conséquent le nombre de Reynolds turbulent, varient peu suivant le modèle considéré (variation inférieure à 5%).

La comparaison des profils des fluctuations de vitesse (Cf. figures 5.4, 5.5 et 5.6) montre des modifications des profils selon le modèle de viscosité sous-maille utilisé. Si les modifications sont relativement faibles pour la composante longitudinale, elles sont plus substantielles pour

les composantes normale et transverse. D'une façon générale, il apparaît que le modèle dynamique lagrangien donne la meilleure estimation des fluctuations pour les trois composantes de la vitesse.

Les moments d'ordre 3 et 4 sont tracés sur les figures 5.7 et 5.8 sous forme adimensionnelle, selon la définition du facteur de dissymétrie S_u (Cf. équation (5.27)) et du facteur d'aplatissement F_u (Cf. équation (5.28)). On note que les courbes sont très peu modifiées avec le modèle sous-maille. D'autre part, les facteurs de dissymétrie et d'aplatissement restent quasiment constants dans la zone logarithmique. Dans ces zones, la distribution de vitesse semble être proche d'une distribution gaussienne car le coefficient de dissymétrie reste proche de 0 et le facteur d'aplatissement proche de 3. Dans la sous-couche visqueuse et dans la zone tampon, on remarque au contraire de grandes variations des deux coefficients montrant l'existence d'instabilités dynamiques dans cette couche. Ces phénomènes d'instabilité observés ici doivent être corrélés aux courants de hautes et basses vitesses se développant dans une couche limite.

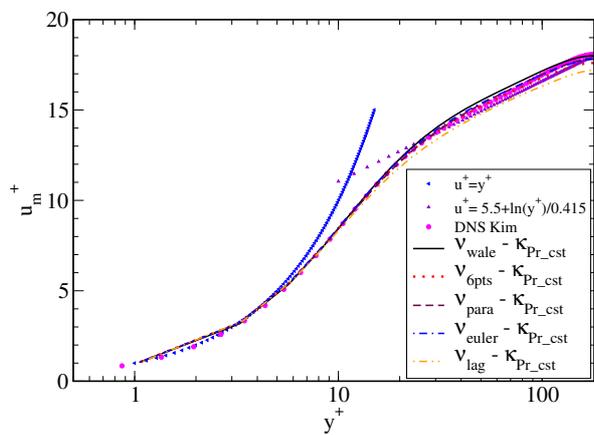


FIG. 5.3 – Vitesse moyenne longitudinale

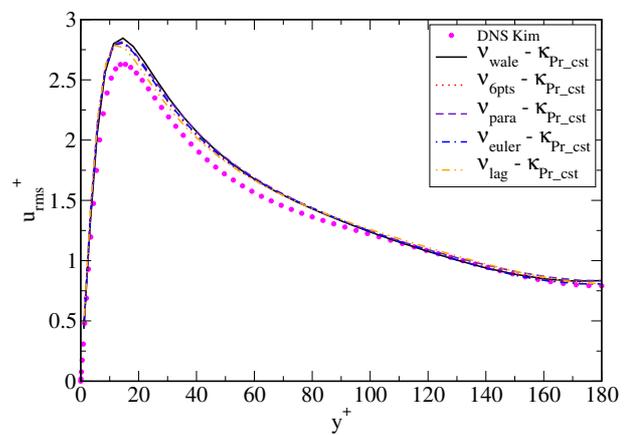


FIG. 5.4 – Écart-type de la vitesse longitudinale

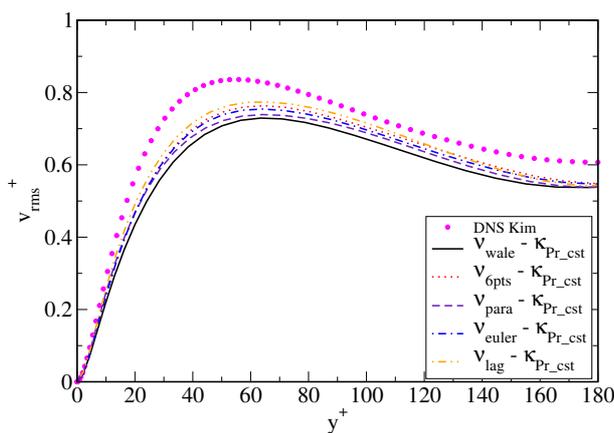


FIG. 5.5 – Écart-type de la vitesse verticale v_{rms}

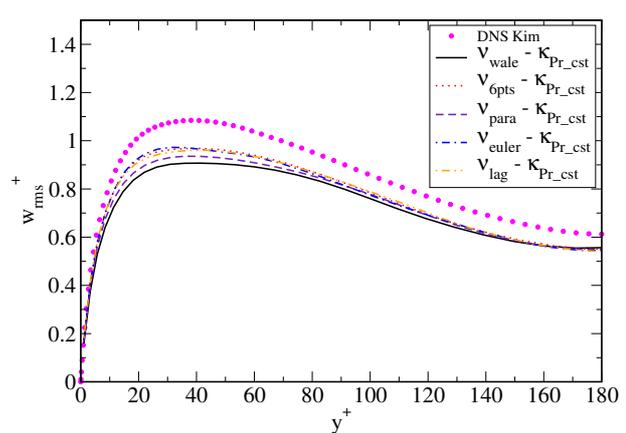


FIG. 5.6 – Écart-type de la vitesse transverse w_{rms}

$$\left\{ \begin{array}{l} S_u = \frac{\overline{(u - \bar{u})^3}}{\left[\overline{(u - \bar{u})^2}\right]^{3/2}} \end{array} \right. \quad (5.27)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_u = \frac{\overline{(u - \bar{u})^4}}{\left[\overline{(u - \bar{u})^2}\right]^2} \end{array} \right. \quad (5.28)$$

Concernant la corrélation double $-\overline{u'v'}$ (Cf. figure 5.9), le modèle dynamique Lagrangien donne des résultats proches de ceux de Kim *et al.* (1987) en proche paroi mais a tendance à surévaluer cette corrélation au centre du canal. Pour les autres modèles dynamiques, les conclusions sont inversées, avec une meilleure estimation de la corrélation au centre du canal qu'en proche paroi.

Les profils de viscosité sous-maille (Cf. figure 5.10) ont des amplitudes qui varient sensiblement avec le modèle sous-maille utilisé (jusqu'à environ 20 % de la viscosité cinématique).

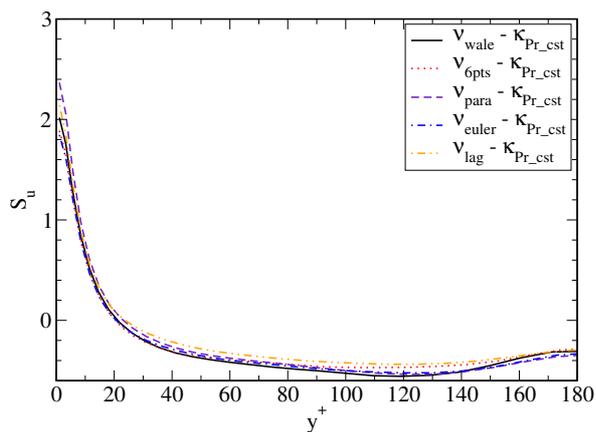


FIG. 5.7 – Coefficient de disymétrie S_u

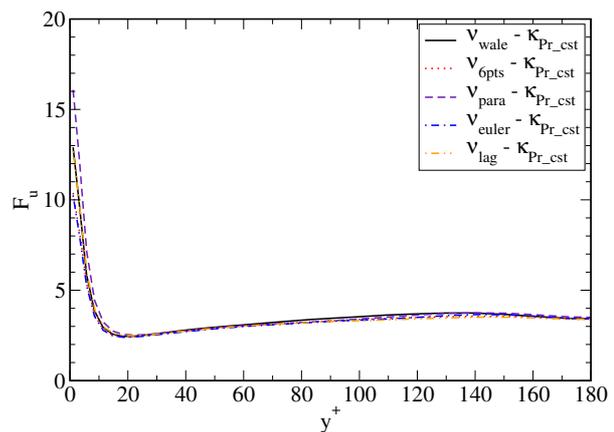


FIG. 5.8 – Coefficient d'aplatissement F_u

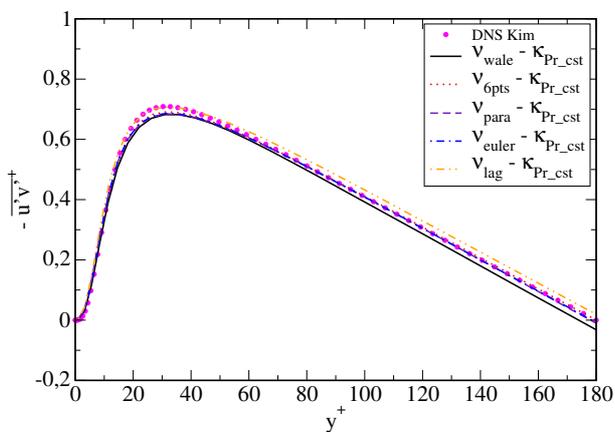


FIG. 5.9 – Corrélation $-\overline{u'v'}$

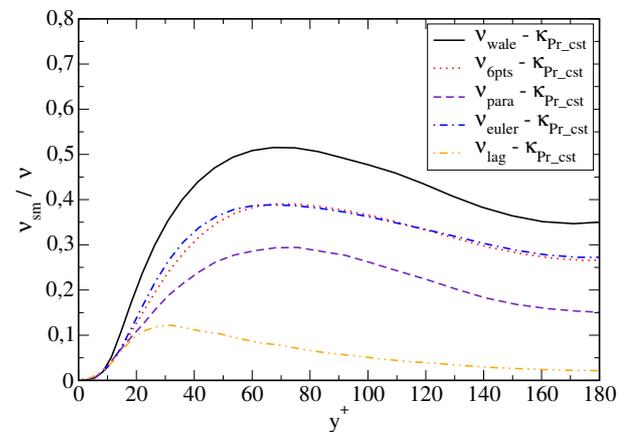


FIG. 5.10 – Viscosité sous-maille

Cependant, il apparaît sur les profils de vitesse discutés ci-dessus, que ces variations de la viscosité sous-maille influent sur les résultats avec une amplitude moindre (inférieure à 10%).

Si on regarde de façon précise la variation de la viscosité sous-maille en proche paroi, nous ne retrouvons pas précisément le comportement attendu. En effet, on remarque que le profil de viscosité sous-maille pour le modèle dynamique ne tend pas rigoureusement vers 0 à la paroi. D'autre part, on attend théoriquement (Cf. chapitre 4) à avoir une évolution de la viscosité sous-maille selon une loi $\nu_{sm} \propto y^3$. Rappelons que Meneveau *et al.* (1996) ont obtenu pour leur simulation d'un canal turbulent ($Re_\tau = 650$), un comportement en y^3 pour le modèle dynamique avec une moyenne suivant les plans parallèles aux murs du canal et en $y^{2.9}$ pour le modèle dynamique Lagrangien. Pour les simulations présentées ici, les résultats d'une régression des profils de viscosité sous-maille par une loi y^{α_ν} sont rassemblés dans le tableau 5.2. Il est à noter que l'erreur sur la valeur du coefficient α_ν est de l'ordre de 10%. On observe que le coefficient ainsi estimé pour les modèles dynamiques ne correspond pas exactement à la valeur attendue. Pourtant, comme observé ci-dessus, cela ne semble pas modifier les profils de vitesses de façon trop sensible. D'une part, on peut interpréter ceci par le fait que l'amplitude de la viscosité sous-maille en proche paroi est très faible comparée à la viscosité moléculaire (on note une différence d'ordre de grandeur allant de 1 à 4), et que, d'autre part, les écarts sur la viscosité sous-maille suivant les modèles est également faible dans cette zone. Concernant l'écart avec les simulations de Meneveau *et al.* (1996), on peut penser que l'utilisation d'un schéma centré d'ordre 2 et une méthode de différences finies peuvent avoir un impact non négligeable sur les résultats en comparaison de la résolution pseudo-spectrale utilisée par Meneveau *et al.* (1996).

Profils thermiques

De même que pour les profils dynamiques, les profils thermiques sont tracés sous forme adimensionnelle, et on définit ici une température de frottement T_τ selon :

$$T_\tau = \frac{\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_p}{\rho C_p U_\tau} \quad (5.29)$$

Prenant en compte la température de paroi T_p , la température moyenne adimensionnelle est définie selon l'équation (5.30).

$$T_m^+ = \frac{T - T_p}{T_\tau} \quad (5.30)$$

Pour les profils thermiques, nous comparons nos résultats à la simulation numérique directe effectuée par Debusschere et Rutland (2004) pour la même configuration (température imposée sur les parois) où la température est également considérée comme un scalaire passif. L'influence du modèle sous-maille sur le profil de température moyenne peut être observée sur la figure 5.11. La comparaison des profils obtenus à celui de Debusschere et Rutland (2004) montre que l'utilisation d'un modèle dynamique permet d'améliorer sensiblement l'estimation de la température moyenne au centre du canal. Cette observation peut être corrélée avec le fait que les modèles sous-maille dynamiques influent sur le profil de vitesse moyenne au centre du

canal. En revanche, l'influence du modèle sur le profil en proche paroi et plus précisément sur la température de frottement et le nombre de Nusselt est faible (<5%, Cf. tableau 5.2).

ν	κ	U_τ	Re_τ	T_τ	Nu	α_ν
wale	Pr_cst	0.0514	176	0.110	22.1	3.0
6pts	Pr_cst	0.0523	180	0.115	23.4	2.1
para	Pr_cst	0.0518	178	0.111	22.3	2.5
euler	Pr_cst	0.0518	178	0.113	22.9	2.3
lag	Pr_cst	0.0535	184	0.113	23.6	2.1

TAB. 5.2 – Grandeurs caractéristiques pour les simulations à nombre de Prandtl constant

Si les modèles dynamiques semblent mieux estimer le profil de température moyenne, il en va autrement du profil des fluctuations de température (Cf. figure 5.12). En effet, l'amplitude des fluctuations est sous-estimée quel que soit le modèle sous-maille considéré. Cette remarque est également valable si l'on considère la corrélation $\overline{u'T'}$. Par contre, on remarque sur les profils de la corrélation $-\overline{v'T'}$ que les modèles dynamiques, et particulièrement le modèle dynamique lagrangien, semblent améliorer légèrement les résultats. Les profils des coefficients de dissymétrie et d'aplatissement pour la température sont donnés sur les figures 5.15 et 5.16. De même que pour la vitesse, on note que ces deux coefficients varient sensiblement dans la sous-couche visqueuse et la zone tampon, et relativement peu dans la zone supérieure.

Compte tenu de ces résultats, il semble que l'impact des modèles sous-maille considérés sur les profils de vitesse et de température reste relativement faible et que tous donnent des résultats corrects. D'autre part, nous n'avons pas noté de surcoût excessif de temps de calcul dû à l'utilisation du modèle dynamique lagrangien puisqu'il est inférieur à 15% par rapport au modèle WALE. Il apparaît donc difficile de trancher pour un modèle particulier même si le modèle dynamique lagrangien semble globalement donner les résultats les plus précis.

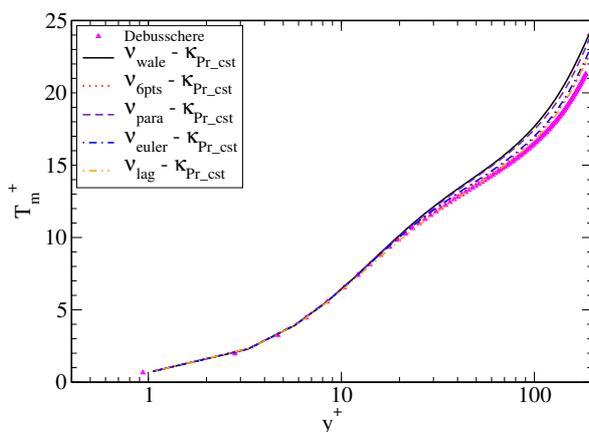


FIG. 5.11 – Température moyenne

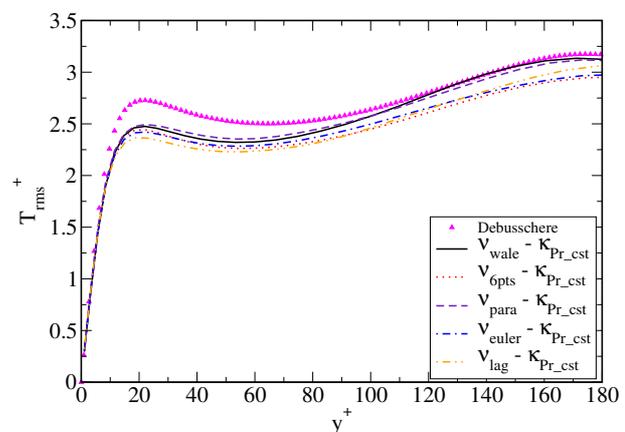


FIG. 5.12 – Écart-type de la température

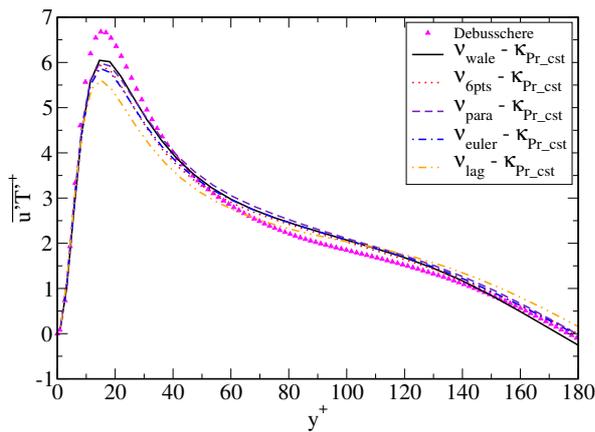


FIG. 5.13 – Corrélation $\overline{u'T'}$

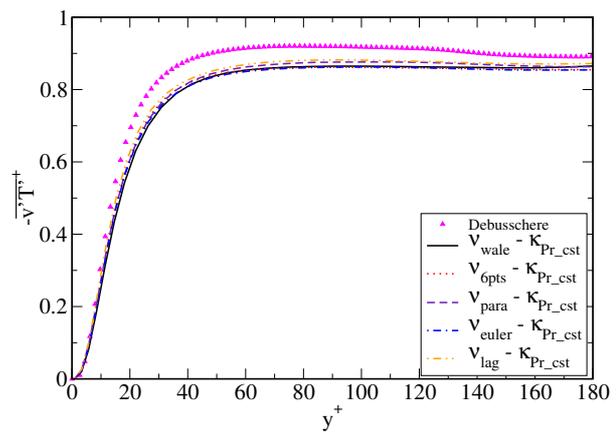


FIG. 5.14 – Corrélation $-\overline{v'T'}$

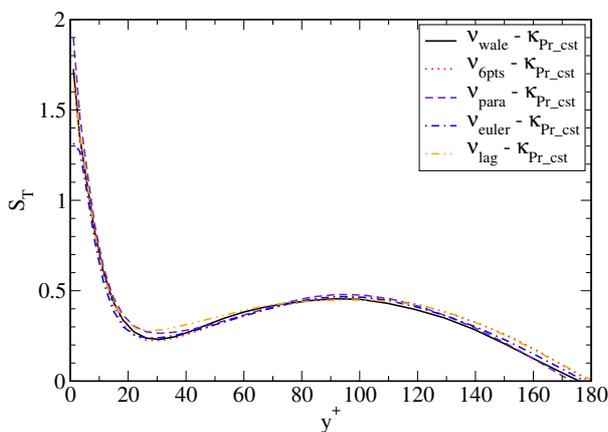


FIG. 5.15 – Coefficient de disymétrie S_T

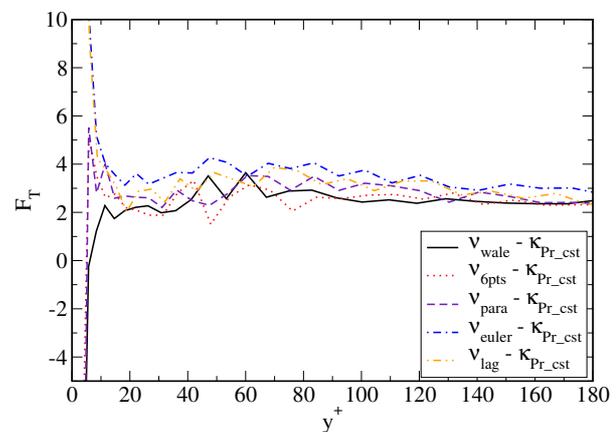


FIG. 5.16 – Coefficient d'aplatissement F_T

5.5 Influence du modèle de diffusivité sous-maille

Nous cherchons maintenant à quantifier l'influence du modèle de diffusivité sous-maille sur les profils de température lorsque sont considérés différents modèles dynamiques ainsi que le modèle dit à nombre de Prandtl turbulent constant. Considérant les résultats sur les modèles de viscosité sous-maille, nous avons choisi d'utiliser le modèle dynamique lagrangien puis le modèle de WALE pour modéliser la viscosité sous-maille. Nous présentons ci-après les résultats correspondant au modèle dynamique lagrangien, tandis que les résultats du modèle WALE sont donnés au paragraphe 5.5.2. Nous effectuons ensuite différents tests en éliminant le modèle de viscosité sous-maille (§ 5.5.3), en utilisant un maillage plus lâche (§ 5.5.4) et en considérant un schéma centré pour la température (§ 5.5.5).

5.5.1 Modèle dynamique lagrangien pour la viscosité sous-maille

Les profils de température moyenne sont tracés sur la figure 5.17 et sont comparés, comme précédemment, au profil de la simulation numérique directe de Debusschere et Rutland (2004). On note de faibles variations selon le modèle de diffusivité sous-maille utilisé et une bonne correspondance avec les données de Debusschere et Rutland (2004). Concernant les profils des fluctuations de température et des corrélations $\overline{u'T'}$ et $-\overline{v'T'}$ (Cf. figures 5.18, 5.19 et 5.20), on remarque que les modèles dynamiques sous-estiment l'amplitude de ces profils par rapport à Debusschere et Rutland (2004) mais également par rapport au modèle à nombre de Prandtl turbulent constant. Parmi les modèles dynamiques, il semble que ce soit le modèle lagrangien qui évalue au mieux l'amplitude des fluctuations.

Si l'on considère les profils de diffusivité sous-maille représentés à la figure 5.21, on note des différences sensibles suivant le modèle employé. Ces écarts sont légèrement plus marqués que lors de l'étude précédente sur la viscosité sous-maille. On remarque que l'amplitude de la diffusivité sous-maille pour les modèles dynamiques est surestimée comparée à celle du modèle à nombre de Prandtl turbulent constant. Les disparités observées sur la diffusivité sous-maille

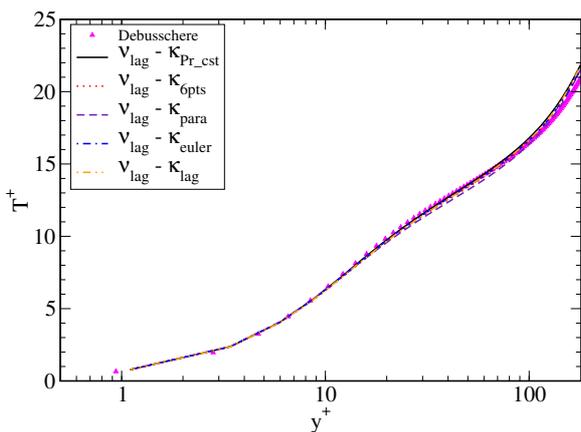


FIG. 5.17 – Température moyenne

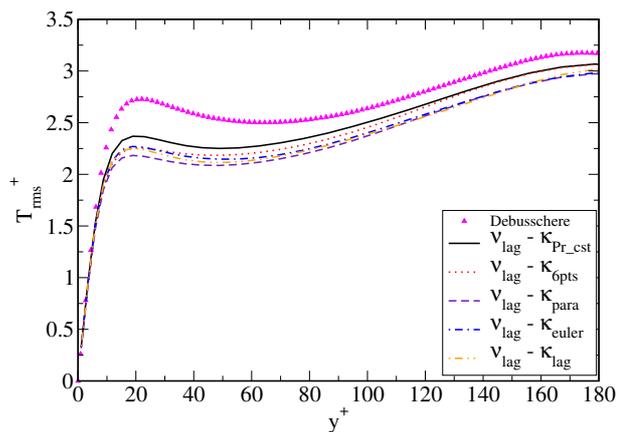


FIG. 5.18 – Écart-type de la Température

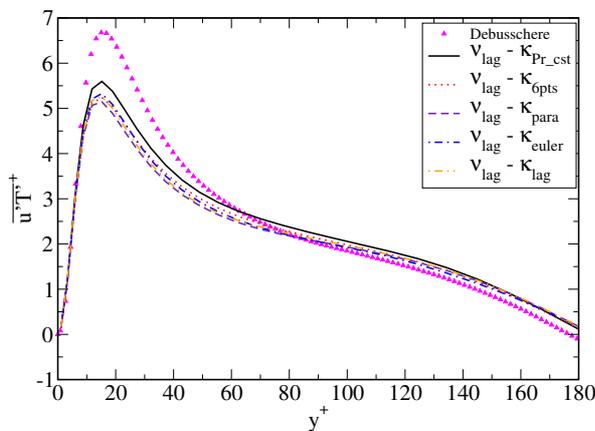


FIG. 5.19 – Corrélation $\overline{u'T'}$

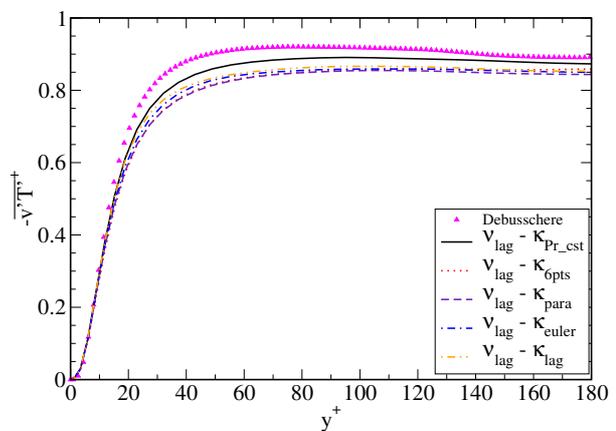


FIG. 5.20 – Corrélation $-\overline{v'T'}$

n'apportent que de faibles modifications sur les profils de températures discutés ci-dessus. Les différences sur les profils de diffusivité sous-maille se répercutent directement sur les profils de nombre de Prandtl tracés sur la figure 5.22. On note que la surestimation de la diffusivité sous-maille se retrouve ici par la fait que le nombre de Prandtl, s'il est globalement constant sur la hauteur du canal, n'a pas la valeur caractéristique attendue d'environ 0,9 pour cette configuration. Cependant, il faut noter ici que nous calculons des nombres de Prandtl sous-maille tandis que Debusschere et Rutland (2004) déterminent un nombre de Prandtl turbulent. La comparaison est donc délicate. Si l'on considère le comportement en proche paroi des modèles et qu'une régression des courbes suivant une loi $\kappa_{sm} \sim y^{\alpha_\kappa}$ est effectuée, on obtient les valeurs reportées dans le tableau 5.3. De même que pour le comportement de la viscosité sous-maille, on note que la diffusivité sous-maille ne suit pas la loi y^3 prévue théoriquement pour une condition limite de température imposée (Cf. chapitre 4). Cependant, d'une part, les écarts à cette loi restent faibles et, d'autre part, on observe une différence d'ordre de grandeur entre la diffusivité moléculaire et la diffusivité sous-maille allant de 1 à 4 pour la zone de proche paroi.

ν	κ	T_τ	Nu	α_κ
lag	Pr_cst	0.113	23.6	2.0
lag	6pts	0.114	23.7	1.9
lag	para	0.114	23.7	2.4
lag	euler	0.113	23.6	2.1
lag	lag	0.112	23.4	1.6

TAB. 5.3 – Comportement en proche paroi de la diffusivité sous-maille loi en y^{α_κ} ($\alpha_\nu \simeq 2.0$)

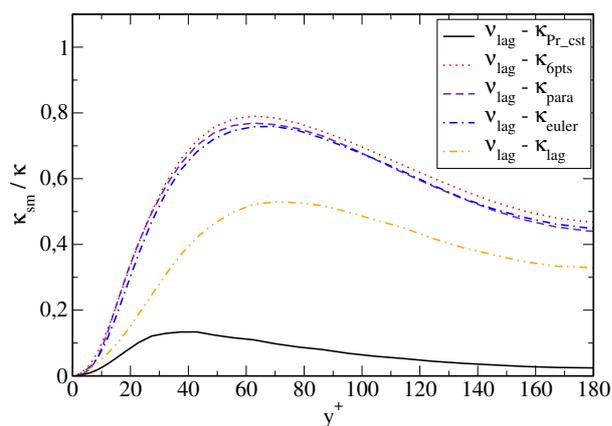


FIG. 5.21 – Diffusivité sous-maille

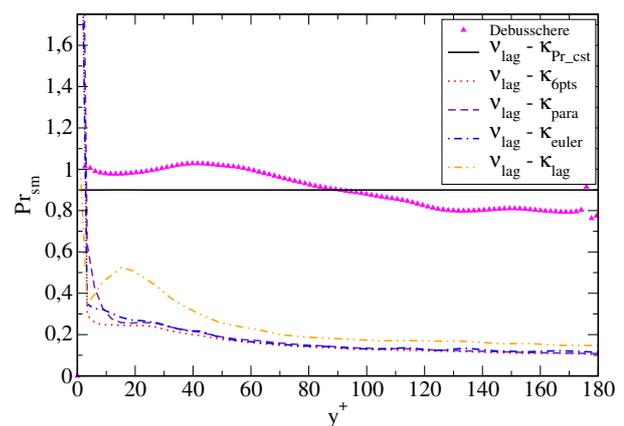


FIG. 5.22 – Nombre de Prandtl turbulent

5.5.2 Modèle WALE pour la viscosité sous-maille

Pour estimer l'influence du couple de modèle utilisé pour la viscosité et la diffusivité sous-maille, nous avons également considéré le modèle de WALE pour la viscosité sous-maille. De même que précédemment, les profils de la moyenne et des fluctuations de température (Cf. figures 5.23 et 5.24) ainsi que les profils des corrélations vitesse-température sont relativement peu modifiés suivant le modèle de diffusivité sous-maille. On remarque que les profils de diffusivité sous-maille (Cf. figure 5.25) présentent moins d'écart suivant les modèles que lors de l'étude précédente avec le modèle dynamique lagrangien pour la viscosité sous-maille. En outre, on note que l'amplitude du nombre de Prandtl sous-maille (Cf. figure 5.26) est plus proche de la valeur usuelle mais que le comportement en proche paroi du nombre de Prandtl turbulent est proche d'une loi linéaire. Cela vient du fait que le modèle de WALE estime $\alpha_\nu \simeq 3$ tandis que les modèles dynamiques estiment $\alpha_\nu \simeq 2$. Il semble donc, au travers de ces résultats, que si le choix du couple de modèles sous-maille modifie sensiblement les profils du nombre de Prandtl sous-maille, l'influence sur les profils de température est beaucoup plus limitée.

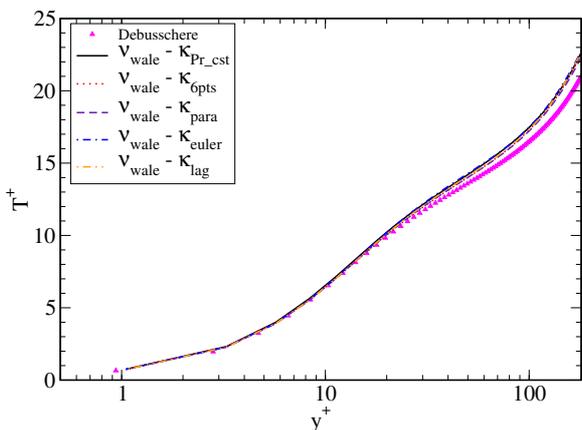


FIG. 5.23 – Température moyenne

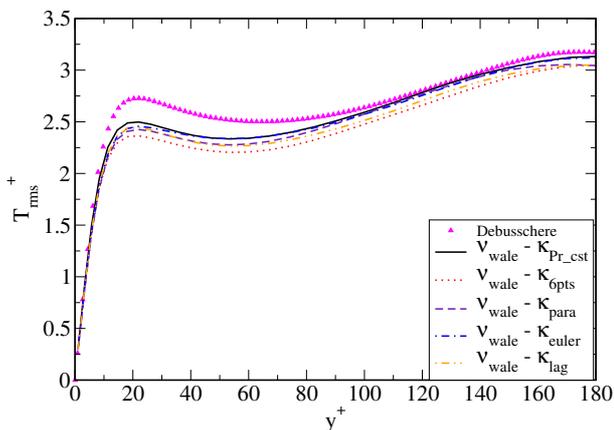


FIG. 5.24 – Écart-type de la Température

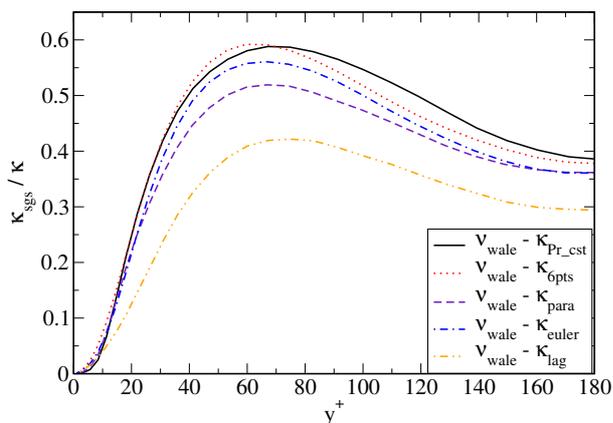


FIG. 5.25 – Diffusivité sous-maille

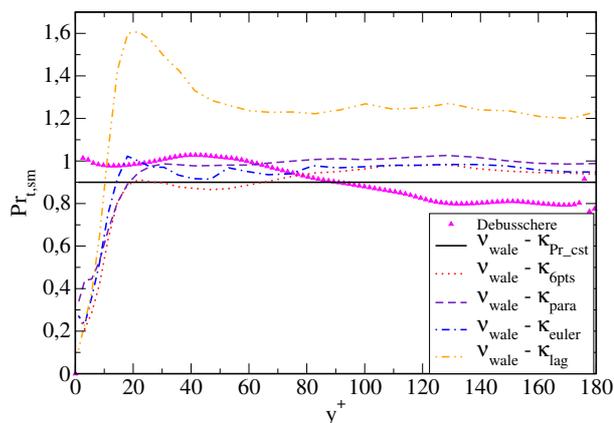


FIG. 5.26 – Nombre de Prandtl turbulent et sous-maille

5.5.3 Suppression du modèle sous-maille

Étant donné la relative faible influence des modèles sous-maille sur les profils de vitesse et de température, une étude a été menée en supprimant le modèle sous-maille. Une simulation avec un modèle de WALE pour la viscosité et sans modèle de diffusivité, ainsi qu’une simulation sans modèle de viscosité ou de diffusivité (respectivement référencées $\nu_{wale} - \kappa_0$ et $\nu_0 - \kappa_0$ par la suite) sont comparées aux résultats de la simulation numérique directe de Debusschere et Rutland (2004) et de la simulation avec le modèle WALE et un nombre de Prandtl turbulent constant.

Dans un premier temps, on remarque que le profil de la vitesse moyenne (voir figure 5.27) est mal estimé lorsque l’on supprime le modèle de viscosité sous-maille. Ainsi, même si les profils des fluctuations de vitesse (voir figures 5.28, 5.29 et 5.30) sont plutôt bien calculés, l’annulation de la viscosité sous-maille n’apporte pas de résultats satisfaisants. Concernant les profils de température (voir figures 5.31 et 5.32), on note que la suppression du modèle de diffusivité semble jouer un rôle moindre que celle du modèle de viscosité. De plus, l’annulation

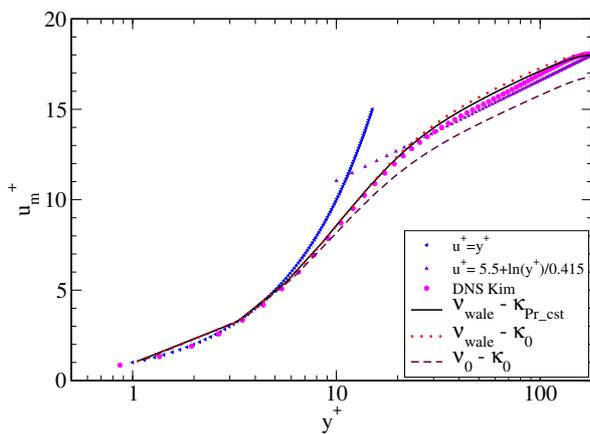


FIG. 5.27 – Vitesse moyenne longitudinale

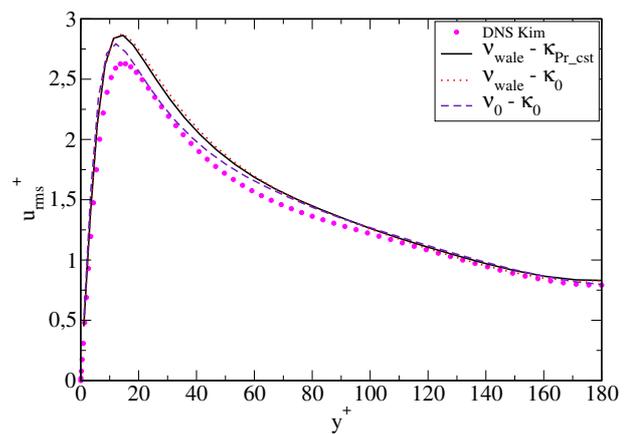


FIG. 5.28 – Écart-type de la vitesse longitudinale

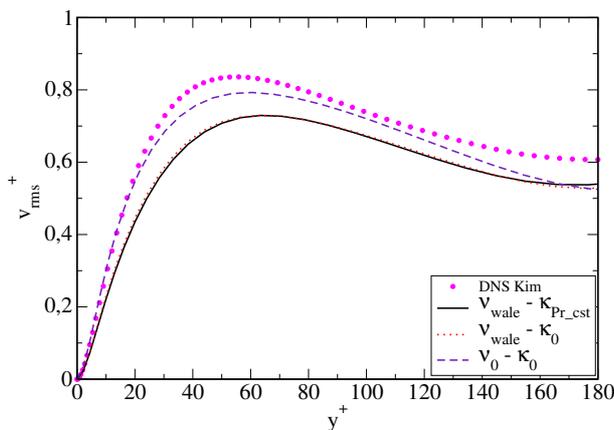


FIG. 5.29 – Écart-type de la vitesse verticale v_{rms}

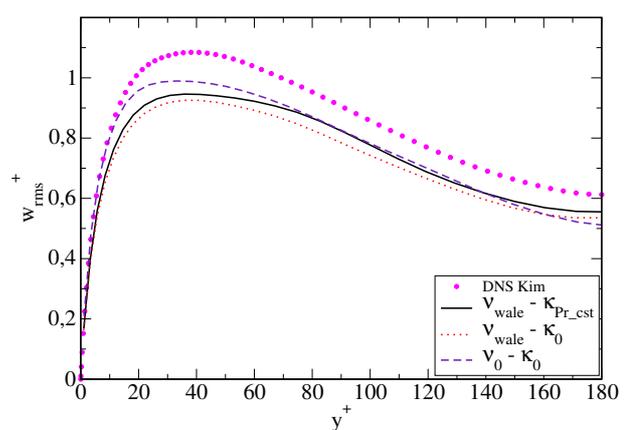


FIG. 5.30 – Écart-type de la vitesse transverse w_{rms}

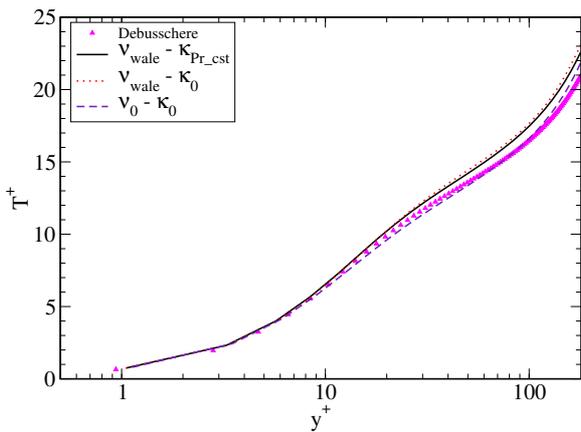


FIG. 5.31 – Température moyenne

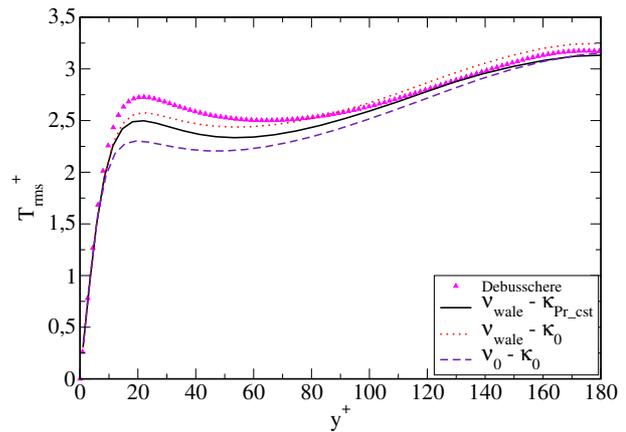


FIG. 5.32 – Écart-type de la Température

du modèle de diffusivité ne modifie que très légèrement les profils de la simulation avec le nombre de Prandtl turbulent constant. Cela peut s'expliquer par le fait que le nombre de Prandtl est inférieur à 1 ($Pr = 0.71$), et que par conséquent la résolution du maillage est plus précise pour la température qu'elle ne l'est pour la vitesse. Ainsi, comme la résolution du maillage est fine pour la vitesse, elle l'est encore plus pour la température et on s'approche d'une simulation numérique directe. Afin que les modèles de viscosité et de diffusivité aient plus d'influence, un maillage plus lâche a été considéré au paragraphe suivant.

5.5.4 Maillage plus lâche

Étant donné que les modèles sous-maille utilisés n'induisent que de légères modifications des profils de vitesse et de température, nous avons cherché à augmenter l'influence du modèle en augmentant la taille des mailles et donc en diminuant la résolution du maillage. Le maillage est maintenant composé de $32 \times 30 \times 20$ nœuds, et la valeur adimensionnelle y^+ aux premiers nœuds au-dessus des parois est proche de 5.

On note tout d'abord que l'amplitude de la diffusivité sous-maille (Cf. figure 5.37) est, comme on pouvait s'y attendre, plus élevée qu'avec le maillage fin utilisé précédemment. Pour les profils de température donnés à la page suivante, on note que, si l'influence du modèle de diffusivité influe légèrement plus sur les profils que lors de l'étude avec le maillage fin, cette influence reste cependant relativement faible. D'autre part, on remarque que les fluctuations sont généralement sous-estimées pour cette étude avec le maillage plus lâche.

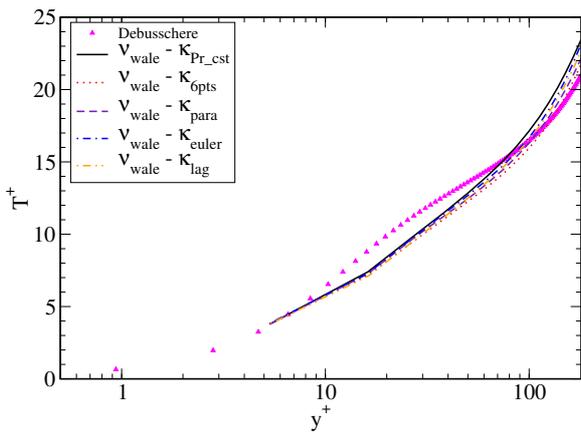


FIG. 5.33 – Température moyenne

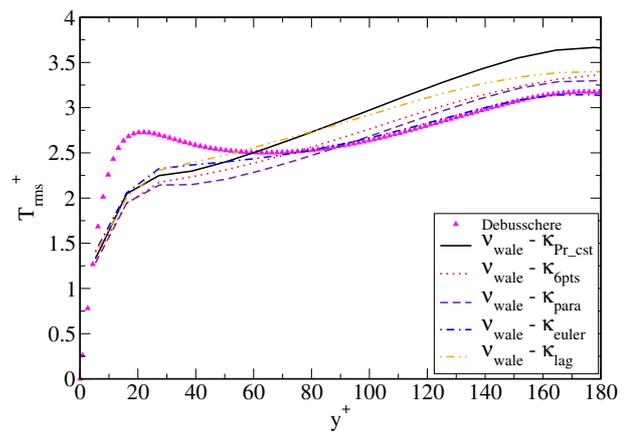


FIG. 5.34 – Écart-type de la température

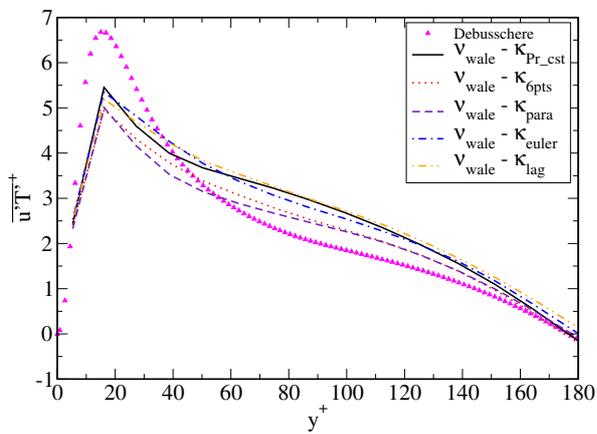


FIG. 5.35 – Corrélation $\overline{u'T'}$

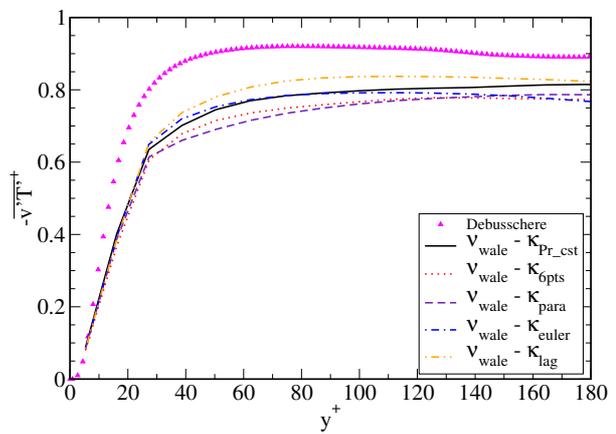


FIG. 5.36 – Corrélation $-\overline{v'T'}$

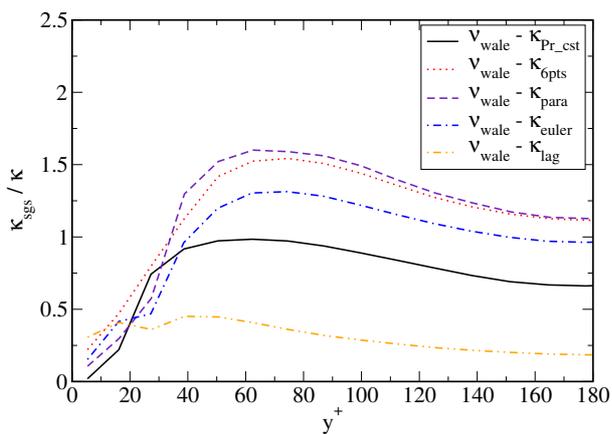


FIG. 5.37 – Diffusivité sous-maille

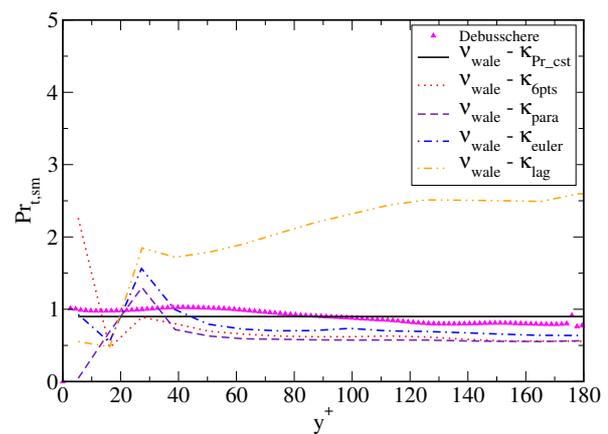


FIG. 5.38 – Nombre de Prandtl turbulent et sous-maille

5.5.5 Schéma de convection centré pour la température

En plus de l'influence des modèles de viscosité et diffusivité sous-maille, il ne faut pas négliger celle du schéma de convection. En effet, Chatelain *et al.* (2004) ont montré que les schémas QUICK et centré modifient de façon sensible le niveau des fluctuations de température. Nous avons alors cherché si un couple de modèles sous-maillages / schéma numérique pouvait aboutir à des résultats très proches des données des simulations numériques directes. Cependant, il apparaît au travers des résultats tracés ci-dessous que, quels que soient les modèles sous-maille, l'utilisation du schéma centré entraîne une surestimation des fluctuations de température tandis que l'utilisation du schéma QUICK s'accompagne d'une sous-estimation de ce niveau. L'amplitude globale est bien estimée par tous les couples modèle sous-maille / schéma de convection, mais aucun ne semble se détacher quant à la précision des résultats.

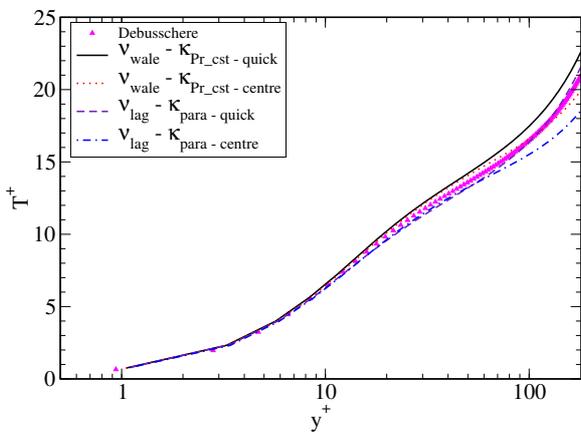


FIG. 5.39 – Température moyenne

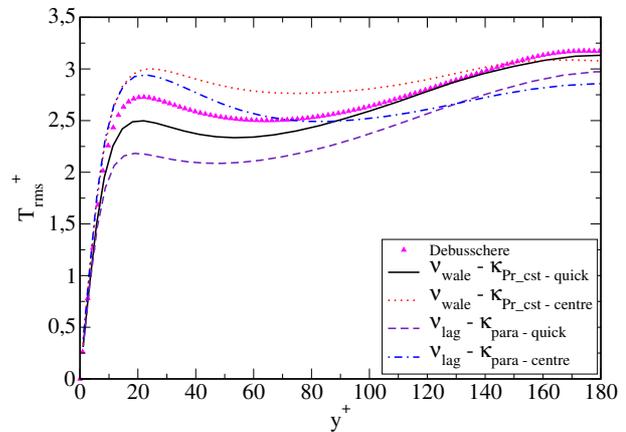


FIG. 5.40 – Écart-type de la Température

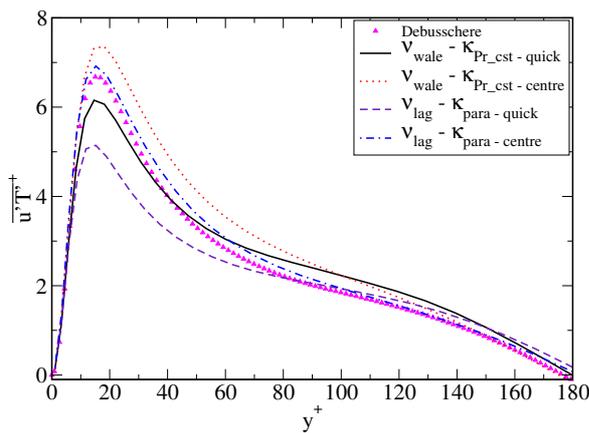


FIG. 5.41 – Corrélation $\overline{u'T'}$

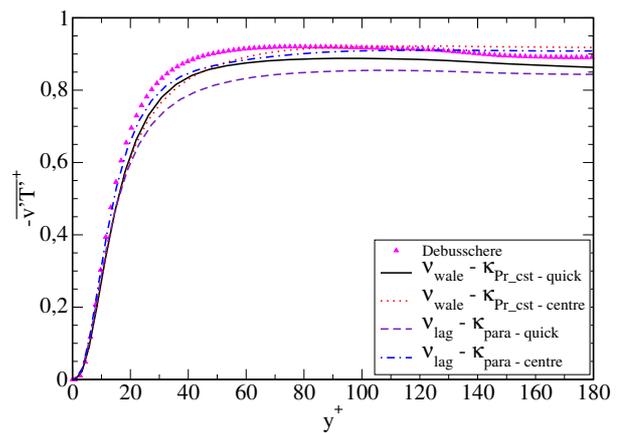


FIG. 5.42 – Corrélation $-\overline{v'T'}$

5.6 Conditions aux limites de flux imposé et de paroi adiabatique

De même que pour les données précédentes, nous avons choisi de représenter les courbes sous forme adimensionnelle. Nous avons utilisé une température de frottement T_τ définie selon :

$$T_\tau = \frac{\phi_{w1}}{\rho C_p U_\tau} \quad (5.31)$$

Cette définition pour la paroi à flux imposé est directement la transposée de la définition utilisée précédemment pour les parois à température imposée. Pour la condition de paroi adiabatique, le gradient de température pariétal, et donc le flux pariétal, sont nuls. On peut alors chercher une nouvelle définition pour la température de frottement en tenant compte, par exemple, de la dérivée seconde de la température. Cependant, dans notre cas, nous avons utilisé la valeur de la température de frottement calculée sur la paroi basse (flux imposé), car cette température permet d'avoir la notion du transfert de chaleur qui existe dans notre simulation. On obtient ainsi une valeur de T_τ de l'ordre de 0.038.

Afin d'avoir des données de référence pour les conditions aux limites de flux imposé et de paroi adiabatique, nous avons effectué une simulation numérique directe. Pour cette dernière, nous avons utilisé un maillage comportant $113 \times 102 \times 95$ noeuds, avec une résolution spatiale de $\Delta_x^+ \simeq 20$, $\Delta_y^+ \simeq 0.4$ à la paroi, $\Delta_y^+ \simeq 10$ au centre du canal et $\Delta_z^+ \simeq 6$. Pour cette simulation numérique directe, nous vérifions que les profils de vitesse sont très proches des résultats des simulations numériques directes de Kim *et al.* (1987) et Moser *et al.* (1998) (Cf. figures dans l'annexe B).

La comparaison des résultats (Cf. figures 5.43 à 5.43) montre peu de différences entre les différents modèles et la simulation numérique directe (les écarts sont dans la plupart des cas de l'ordre de 5%). On note cependant que, dans le cas de la paroi adiabatique, les fluctuations de température en proche paroi n'ont pas le même comportement pour les simulations des grandes échelles et pour la simulation numérique directe. D'autre part, on observe que la diffusivité sous-maille diminue en proche paroi selon une loi en y^2 (l'exposant varie entre 1.9 et 2.4 suivant le modèle) pour les deux conditions aux limites thermiques. Bien que ce comportement ne soit pas celui attendu pour la condition limite de paroi adiabatique, on observe une bonne correspondance générale entre la simulation numérique directe et les simulations des grandes échelles.

Condition limite de paroi adiabatique

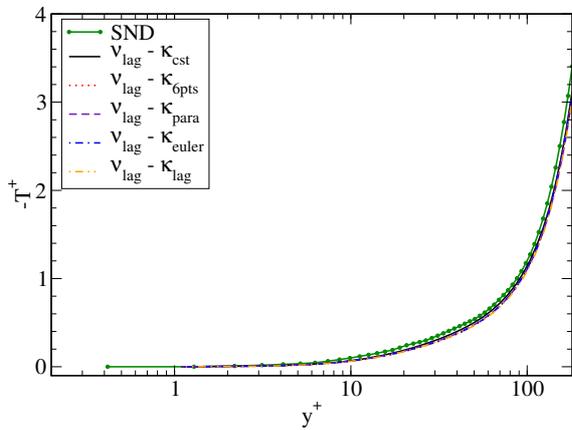


FIG. 5.43 – Température moyenne.

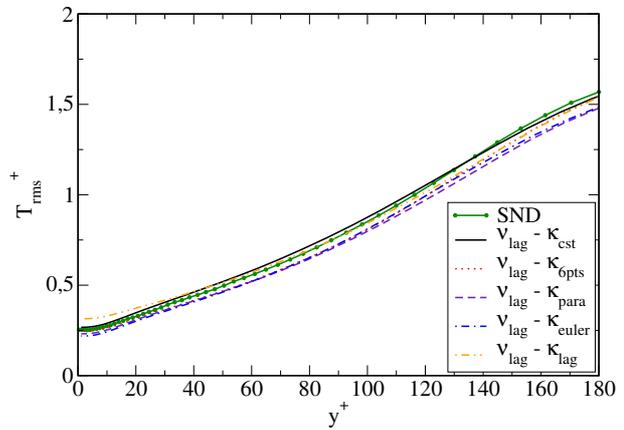


FIG. 5.44 – Écart-type de la Température.

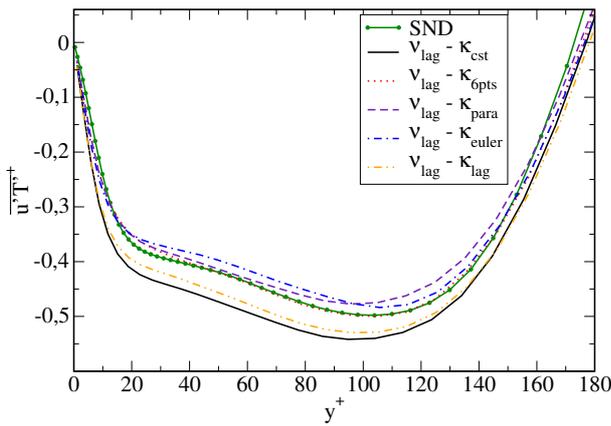


FIG. 5.45 – Corrélation $\overline{u'T'}$.

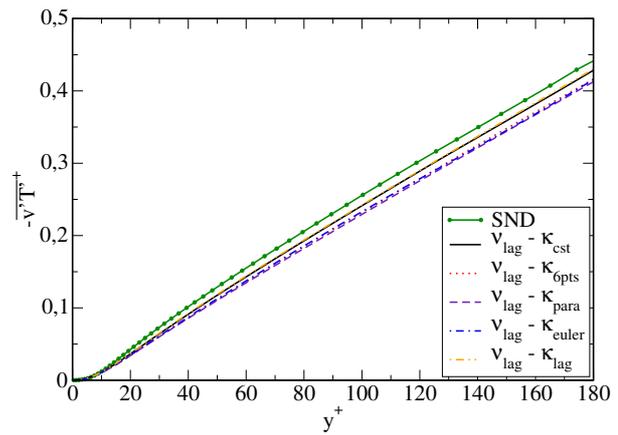


FIG. 5.46 – Corrélation $-\overline{v'T'}$.

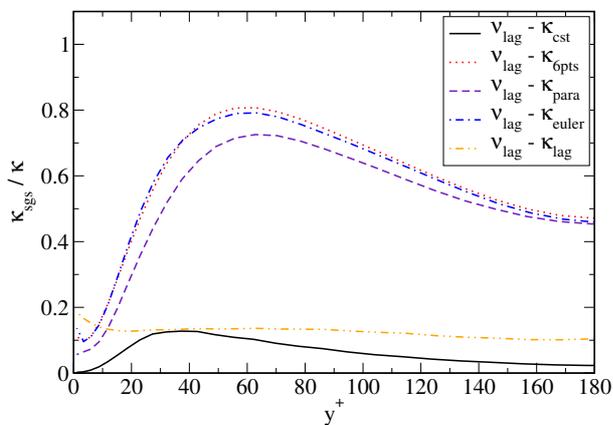


FIG. 5.47 – Diffusivité sous-maille.

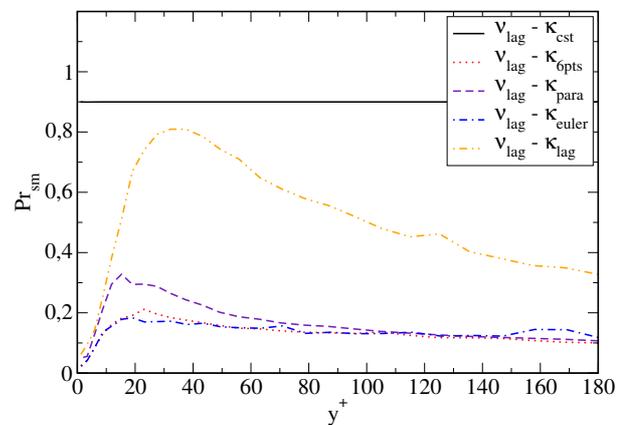


FIG. 5.48 – Nombre de Prandtl sous-maille.

Condition limite de flux imposé

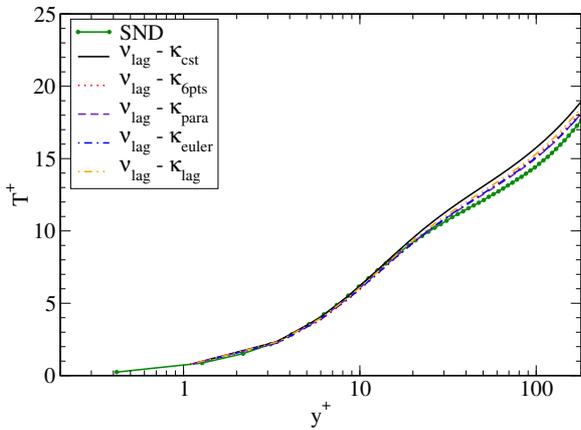


FIG. 5.49 – Température moyenne.

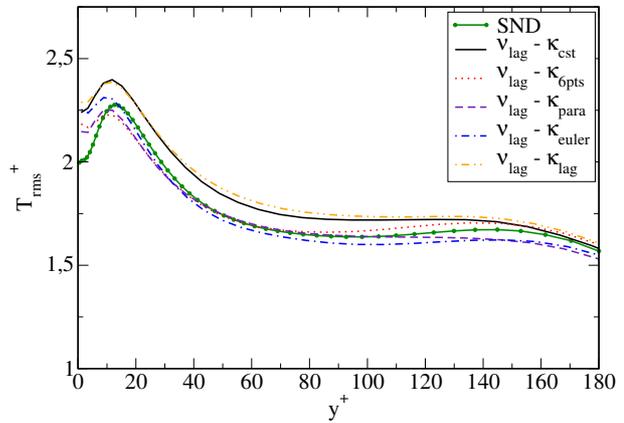


FIG. 5.50 – Écart-type de la Température.

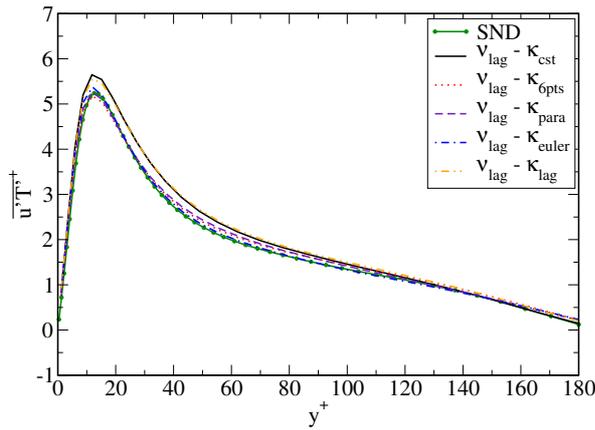


FIG. 5.51 – Corrélation $\overline{u'T'}$.

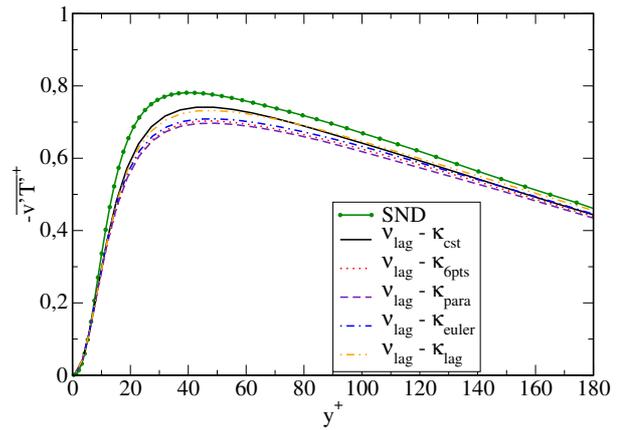


FIG. 5.52 – Corrélation $-\overline{v'T'}$.

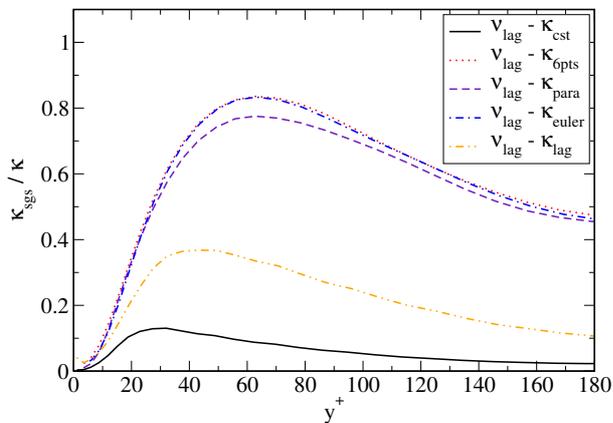


FIG. 5.53 – Diffusivité sous-maille.

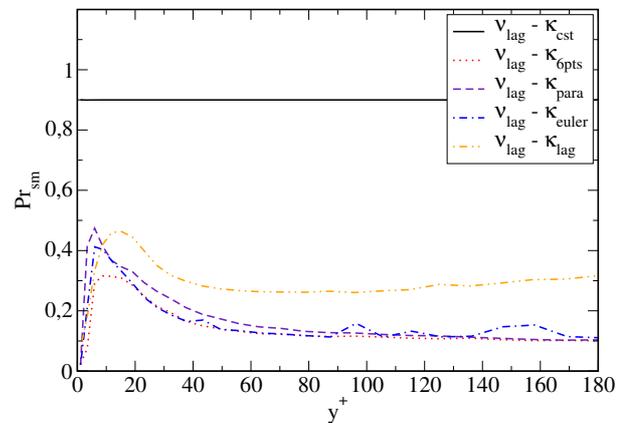


FIG. 5.54 – Nombre de Prandtl sous-maille.

5.7 Conclusions

Nous avons testé plusieurs modèles de viscosité et de diffusivité sous-maille pour les trois conditions aux limites thermiques classiques que sont température imposée, flux imposé et paroi adiabatique. La comparaison de nos résultats avec des données de simulations numériques directes montre que tous les modèles testés estiment correctement les profils de vitesses et de température et qu'il existe peu d'écarts entre les modèles utilisés. Les différences de comportements pariétaux de la diffusivité sous-maille attendues suivant le type de condition limite n'apparaît pas explicitement au travers de nos simulations. Par ailleurs, on note que les résultats obtenus sont très proches des données de références. Il semble que l'influence de l'évolution de la viscosité ou diffusivité sous-maille soit relativement faible, à partir du moment où ceux-ci décroissent rapidement vers 0 à la paroi.

La configuration retenue a permis de tester largement les modèles du fait des temps de calculs raisonnables. Cependant, cette étude pourra se poursuivre sur un écoulement plus exigeant (effets de courbure, point d'arrêt, transition) où l'influence du modèle sous-maille est plus importante et surtout où le comportement de la viscosité sous-maille et celui de la diffusivité sous-maille sont fortement décorrélés.

Troisième partie

Effusion : expériences et simulations des grandes échelles

Chapitre 6

Étude expérimentale de l'effusion anisotherme

6.1 Introduction

L'étude expérimentale de l'effusion anisotherme à travers une paroi est importante pour plusieurs raisons. D'une part, l'effusion est un système efficace de refroidissement ou de réchauffement de parois (*Cf.* chapitre 2) et cette étude apporte des éléments nouveaux pour comprendre les interactions entre l'écoulement principal et le fluide secondaire effusé. D'autre part, cette configuration relativement exigeante est un excellent cas d'étude pour un code de simulation des grandes échelles thermique et permet des comparaisons expérience-simulation (*Cf.* chapitre 7).

6.2 Dispositif expérimental

6.2.1 Effusion à travers une paroi plane poreuse

Nous nous sommes intéressés à l'écoulement pariétal d'un fluide chaud au dessus d'une paroi plane poreuse, comme représenté à la figure 6.1. L'écoulement principal de vitesse $U_\infty = 10 \text{ m.s}^{-1}$ est de l'air chauffé à la température $T_\infty = 40 \text{ }^\circ\text{C}$. Notons que des études à plus hautes températures ont été menées au Centre de Thermique de Lyon. Cependant, afin de pouvoir effectuer des comparaisons avec des simulations utilisant un solveur incompressible avec l'hypothèse de Boussinesq, nous avons choisi de limiter l'écart de température dans l'écoulement à $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Les caractéristiques de l'air, qui nous seront utiles par la suite, sont rappelées dans le tableau 6.1. Dans un premier temps, une couche limite se développe au dessus d'une paroi imperméable de 1.13 m de long. Le nombre de Reynolds basé sur la longueur de la paroi est évalué à $Re = 7.5 \cdot 10^5$. Afin de s'assurer que l'écoulement en début de plaque poreuse correspond à une couche limite turbulente établie, un tasseau métallique de 1 cm^2 de section et de 49 mm de long est disposé en début de paroi imperméable.

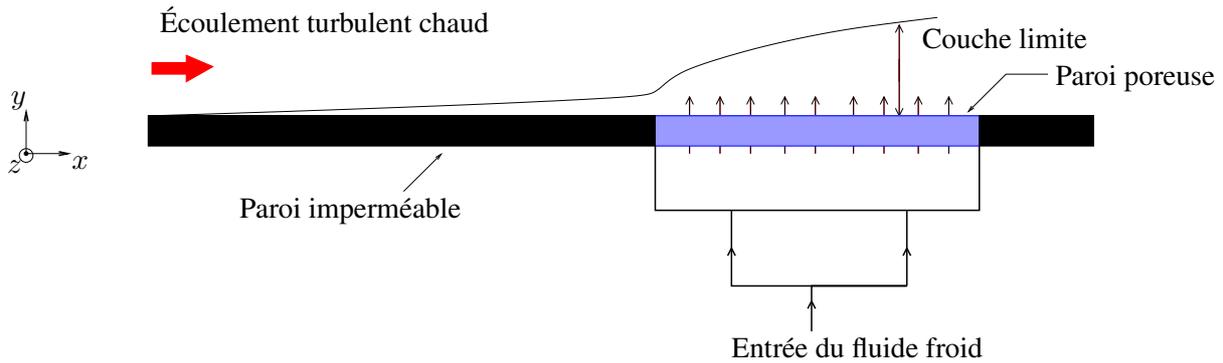


FIG. 6.1 – Configuration générale de l'étude.

$\rho = 1.13 \text{ kg.m}^{-3}$	$\lambda = 2.67 \cdot 10^{-2} \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$\mu = 1.91 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$	$C_p = 1004 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$\nu = 1.68 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$	$a = 2.33 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$

TAB. 6.1 – Caractéristiques de l'air à 40 °C.

Au-dessus de la paroi poreuse, l'écoulement pariétal est fortement modifié par l'effusion d'air froid à travers la paroi poreuse. Ces modifications seront discutées en détail dans les sections suivantes. Pour quantifier l'impact de l'effusion, on utilise le taux d'injection F défini par le rapport du flux massique du fluide injecté sur celui de l'écoulement principal (équation (6.1)).

$$F = \frac{\rho_{inj} U_{inj}}{\rho_{\infty} U_{\infty}} \quad (6.1)$$

La plaque poreuse, en acier inoxydable fritté, est de classe 3 (*i.e.* la taille des grains d'inox utilisés est de 30 μm). La porosité de la plaque, définie comme le rapport du volume libre sur le volume total, est de 30 %. La surface de soufflage est de 736 cm^2 (46 cm de long par 16 cm de large). La plaque poreuse, épaisse de 3 mm est disposée au-dessus d'un caisson de tranquillisation afin d'obtenir une effusion d'air la plus homogène possible sur toute la surface. L'air effusé provient du réseau d'air comprimé. Cette étude de l'effusion d'un fluide à travers une paroi poreuse fait suite à différents travaux de recherche menés au Centre de Thermique de Lyon (Campolina-França (1996); Bellettre (1998); Bataille (2000); Mathelin (2001)).

6.2.2 La soufflerie

Le dispositif décrit précédemment est situé dans la veine d'essais d'une soufflerie subsonique thermique (figure 6.2). On peut faire varier la vitesse de l'écoulement principal de 2 à 30 m.s^{-1} et la température de l'ambiante jusqu'à 300 °C. Le débit de l'écoulement principal est obtenu au moyen d'un ventilateur hélico-centrifuge dont la vitesse peut varier de 0 à 3000 tr.min^{-1} et peut atteindre la valeur de 3 $\text{m}^3.\text{s}^{-1}$ à la température ambiante. L'homogénéité de l'écoulement en amont de la veine d'essai est assuré au moyen d'une chambre de tranquilli-

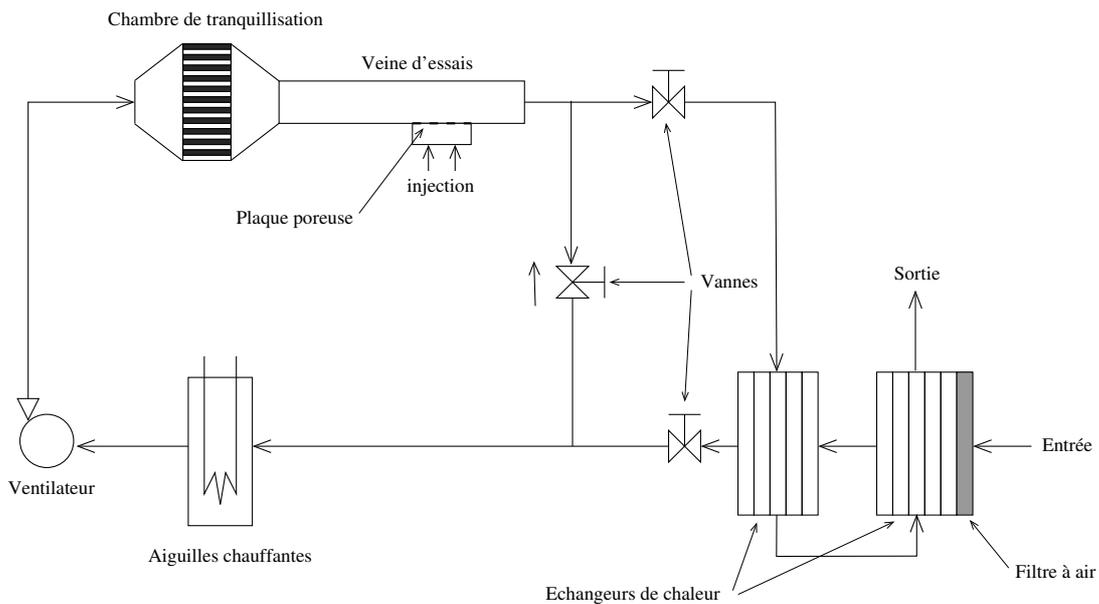


FIG. 6.2 – Dispositif expérimental : soufflerie thermique.

sation de rapport de contraction 1/12, comportant une section de nid d'abeilles de 100 mm de long et de trois grilles. Un taux de turbulence inférieur à 1% a été mesuré (Rodet *et al.* (1998)) à l'entrée de la veine d'essai.

Le système de chauffage de l'écoulement est constitué d'une série d'épingles chauffantes d'une puissance électrique totale de 120 kW. Un contrôleur PID, connecté à une sonde platine positionnée dans la veine, régule la température de l'écoulement principal. Pour une température de l'écoulement principal de 40 °C, nous avons observé des fluctuations de température inférieures à 0.2 °C.

La veine d'essais mesure 2 m de long pour une section constante de 0.2 m x 0.5 m, soit 0.1 m². Les parois latérales sont constituées de verre Pyrex et le plancher, ainsi que le plafond, sont en duralumin. Au moyen d'un ensemble de vannes, la soufflerie peut fonctionner suivant deux modes. Un mode en boucle fermée permet de recycler l'air à l'aval de la veine d'essais et autorise des températures d'écoulement élevées. Pour l'utilisation de la boucle ouverte, un système d'échangeur de chaleur à plaques permet de récupérer une grande part de l'enthalpie du fluide sortant et préchauffe ainsi l'air à l'entrée de la soufflerie (Cf. figure 6.2). Pour notre étude, nous avons utilisé le système en boucle fermée qui permet une stabilisation plus rapide en température et facilite d'autant la phase d'étalonnage des fils chauds / froids. De plus, même si un filtre à air est disposé dans le système, le mode en boucle fermée permet de réduire au maximum le risque de présence de particules dans l'écoulement et la modification (ou la casse) des fils chauds / froids présents dans la veine d'essais.

6.2.3 Instrumentation et système d'acquisition

Les mesures de vitesses et de températures sont effectuées au moyen d'un système d'anémométrie fils chauds / fils froids. Les deux objectifs principaux de cette étude sont, d'une part, la

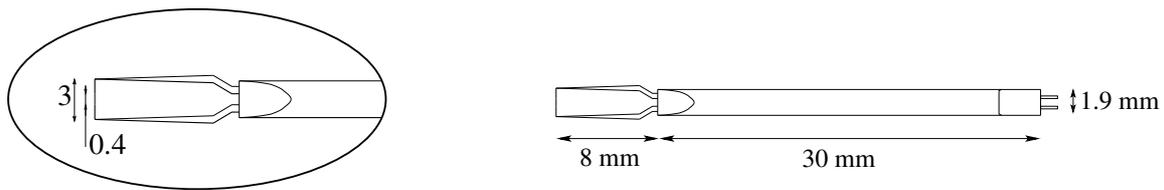


FIG. 6.3 – Fil de Wollaston / Pt-Rh sur un support de sonde Dantec 55P01.

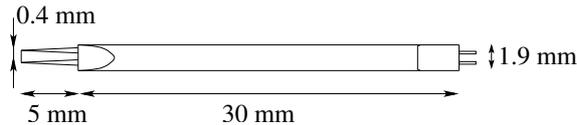


FIG. 6.4 – Fil de platine sur une support de sonde Dantec 55P31.

mesure de la vitesse et de la température dans toute la couche limite et en particulier en proche paroi et d'autre part, la mesure des corrélations vitesse-vitesse et vitesse-température dans la couche limite.

Pour répondre au premier objectif (mesure de vitesse et de température en proche paroi), nous avons considéré un fil chaud simple de Wollaston en platine-rhodium (10%) de 5 μm de diamètre (support du type Dantec 55P01, voir figure 6.3) et un fil froid en platine de 1 μm de diamètre (sonde Dantec 55P31, voir figure 6.4). Un système mécanique nous permet de positionner ces deux fils parallèles à la paroi. Le fil chaud, situé le plus près de la paroi, permet de mesurer la vitesse jusqu'à une distance d'environ 0.2 mm de la paroi, ce qui correspond à un y^+ de l'ordre de 5 pour la couche limite turbulente en début de plaque poreuse. Le fil froid est situé à environ 1 mm au-dessus du fil chaud. Cette distance est déterminée à la fois par les contraintes du montage mécanique et pour éviter d'éventuelles interférences entre les deux fils. Le positionnement des fils dans la couche limite est obtenu au moyen d'un chariot muni d'une vis micrométrique sans fin (1 mm par tour, graduations tous les 10 μm). Les caractéristiques des fils utilisés sont données dans le tableau 6.2. Les sondes de Wollaston ont été fabriquées au Laboratoire d'Études Thermohydrauliques des Systèmes au Commissariat à l'Énergie de Grenoble. Le fil, protégé par une gaine d'argent, est soudé par brasure sur les broches de la sonde, puis le fil est dénudé en son milieu par action d'une micro-goutte d'acide nitrique (technique Wollaston). La longueur totale du fil est de 3 mm mais la longueur sensible est d'environ 0.4 mm.

Pour répondre au second objectif (mesure des corrélations), nous avons tout d'abord utilisé un support de sonde pour trois fils (deux chauds et un froid). Cependant, la fragilité de ce support ne nous a pas permis d'effectuer une campagne de mesure complète. Nous avons pu observer des microfissures à la surface de la résine qui donnent aux broches trop de degré de liberté. Les contraintes mécaniques résultantes sur les fils sont alors très importantes et induisent la rupture de ceux-ci. Après de nombreuses tentatives infructueuses, nous avons décidé de nous tourner vers un autre système de sonde.

Nous avons alors mis en place un support pour deux fils chauds croisés (support du type Dantec 55P51, voir figure 6.5) et un support pour un fil froid (support du type Dantec 55P01,

	Fil chaud Pt-Rh	Fil froid Pt-Rh	Fil froid Pt 55P31	Fil de Wollaston
d (μm)	5	1	1	20
l (10^{-4} m)	$\simeq 4$	$\simeq 4$	$\simeq 4$	
ρ_w (kg.m^{-3})	19900	19900	21500	10500
c_w ($\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	150	150	130	230
λ_w ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	40	40	70	429
χ_o (10^{-7} $\Omega.\text{m}$)	1.9	1.9	0.98	
α_o (10^{-3} K^{-1})	1.6	1.6	3.8	
R (Ω)	$\simeq 4.7$	$\simeq 100.3$	$\simeq 49.1$	

TAB. 6.2 – Caractéristiques des fils utilisés (χ_o et R sont donnés à $T_o = 20$ °C).

voir figure 6.3) que nous avons disposés l'un par rapport à l'autre selon le schéma donné à la figure 6.6 (les 3 fils sont disposés dans le plan xOy du repère défini à la figure 6.1). Les avantages et inconvénients de ce positionnement seront discutés par la suite. Les trois fils sont des fils de Wollaston en platine-rhodium (10%) de $5 \mu\text{m}$ pour les deux fils chauds et de $1 \mu\text{m}$ pour le fil froid. Ce système de sonde nous donne accès aux corrélations vitesse-vitesse et vitesse-température mais ne nous permet pas de prendre des mesures dans la sous-couche visqueuse du fait de l'encombrement des broches.

Les fils chauds sont reliés à des modules Dantec 90C10 CTA qui régulent le courant dans les fils suivant la méthode d'anémométrie à température constante. Les fils froids sont reliés à un module Dantec 90C20 CCA. Les signaux sont alors acquis sur un PC (PIII 850 MHz, 256 Mo de RAM) au moyen d'une carte d'acquisition 12 bits National Instrument AT-MIO-16E10. La carte est directement pilotée par le biais du logiciel Matlab[©]. Un programme de pilotage ainsi qu'une interface graphique ont été mis en place et permettent une utilisation simple et rapide du système d'acquisition.

Par ailleurs, un programme d'étalonnage des sondes et de traitement des données a été écrit (Cf. listing sur le CDrom ci-joint). D'une part, ce programme permet de calculer les coefficients optimum de la loi de King A , B , n , α (la loi de King est décrite dans le paragraphe suivant). Pour chacun de ces coefficients, une méthode de recherche par minimisation des moindres carrés est mise en place. De plus, étant donné l'interdépendance de tous ces paramètres, une méthode itérative est utilisée pour déterminer l'ensemble des paramètres. Pour plus de détails sur la méthode utilisée pour l'étalonnage des fils, et donc de ce que permet le programme, on pourra se reporter au paragraphe suivant. D'autre part, ce programme permet de posttraiter automatiquement les principales fonctions des variables utilisées. Enfin, une interface graphique a été élaborée pour automatiser les opérations courantes et permet désormais une utilisation directe du système d'acquisition, d'étalonnage et de posttraitement sans aucune connaissance préalable en programmation Matlab[©].

Les étalonnages des sondes fils chauds/froids s'effectuent directement dans la veine d'essai. Ce faisant, nous évitons les problèmes d'offset sur les tensions délivrées par changement des branchements mais les phases d'étalonnage des sondes sont rendues plus longues du fait de l'inertie thermique de la soufflerie. La vitesse de l'écoulement est mesurée au moyen d'un tube de Pitot. Ce dernier comporte cinq trous de prise de pression statique régulièrement espacés sur

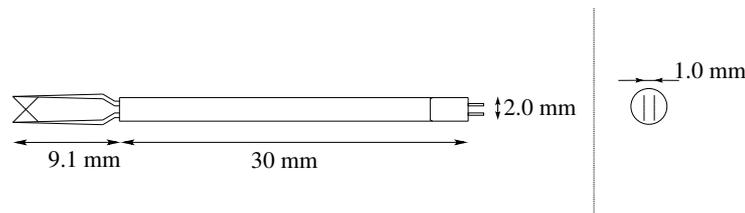


FIG. 6.5 – Support de sonde Dantec 55P51.

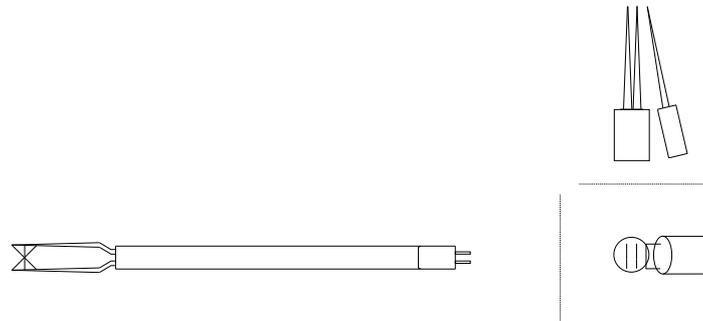


FIG. 6.6 – Sonde 3 fils avec deux supports de sonde Dantec (55P51 et 55P31).

la périphérie et un trou de prise de pression totale. La différence de pression est mesurée avec un capteur de pression différentiel à haute sensibilité Furness FCO332 utilisant la technologie des membranes piézoélectriques. Sa précision est inférieure à 1% de la valeur lue sur son domaine de mesure [0; 100] Pa avec une résolution de 0.1 Pa. Les vitesses considérées dans notre étude sont dans le domaine [0; 10] m.s⁻¹, ce qui correspond à une différence maximale entre la pression totale et statique, $\Delta P = 1/2\rho_\infty U_\infty^2$ de l'ordre de 60 Pa. La température est mesurée au moyen d'une sonde miniature de platine Pt100 (PTFC101A) ayant une précision de 0.01 K.

Pour étudier l'impact de l'effusion, un des paramètres de l'étude est le taux d'effusion F défini précédemment. La plaque poreuse est traversée en air secondaire après passage dans une vanne quart de tour, un déshuileur, une vanne de réglage, un diaphragme normalisé et un caisson de tranquillisation. Pour estimer le taux d'effusion, nous évaluons le débit massique Q_{inj} d'air effusé au moyen de la mesure de la différence de pression au diaphragme et de la pression en amont. Ces mesures sont obtenues au moyen d'un transmetteur de pression Rosemont de calibre nominal 30 kPa et d'une résolution de 1 Pa. Le débit massique est évalué par la corrélation suivante :

$$Q_{inj} = a \sqrt{\frac{P_{amont} \Delta P}{T_{amont}}} \quad (6.2)$$

avec a une constante égale à $2.52 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^{-3} \cdot \text{K.Pa}^{-0.5}$. Pour plus de détails sur l'obtention de cette constante et sur la précision de la mesure du taux d'effusion (environ 5%), on pourra se reporter aux travaux de Mathelin (2001) et Ait-Ameur (2002). La température de l'air effusé est mesurée au degré près par un thermocouple de type K (chromel-alumel) de 1 mm de diamètre. La température de la surface de la plaque est obtenue par un thermocouple de type K de 100 μm

de diamètre soudé directement sur la paroi.

Avant d'aborder la discussion des mesures effectuées au cours de cette étude, regardons tout d'abord les principes généraux de fonctionnement de l'anémométrie fil chaud / fil froid.

6.3 Anémométrie fils chauds / fils froids

De façon générale, la bonne connaissance des phénomènes physiques mis en jeu dans un système de mesure conditionne la bonne utilisation de ce système et la précision des mesures. Par conséquent, nous développons ci-après les principes physiques inhérents à l'utilisation de fils chauds et froids.

6.3.1 Principe du fil chaud

Bilan énergétique du fil

Le principe de fonctionnement d'un fil chaud est basé sur le refroidissement par convection d'un fil métallique chauffé par effet Joule. Si on observe bien que le refroidissement du fil est d'autant plus important que l'écoulement est rapide, il reste cependant à pouvoir quantifier ce refroidissement et à le relier à la vitesse de l'écoulement. Pour ce faire, on établit le bilan énergétique à un élément du fil (diamètre d et longueur dz , Cf. figure 6.7) :

$$dQ_{acc} = dQ_J + dQ_{cv} + dQ_{cd} + dQ_r \quad (6.3)$$

où dQ_{acc} correspond à l'énergie accumulée dans l'élément, dQ_J à l'apport d'énergie par effet Joule, dQ_{cv} celui par convection, dQ_{cd} celui par conduction et dQ_r celui par rayonnement. Tous ces termes représentent un apport d'énergie par unité de temps et de longueur du fil et s'expriment par conséquent en $W.m^{-1}$. Étant donnée la très faible valeur du diamètre du fil, la température dans une section du fil est supposée constante et est notée T_w . Évaluons maintenant l'expression de chacun de ces termes.

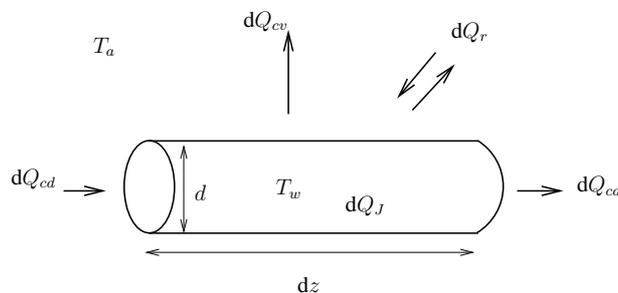


FIG. 6.7 – Mode de transfert d'énergie sur un fil cylindrique.

Le terme d'accumulation (ou de restitution) d'énergie s'écrit sous la forme :

$$dQ_{acc} = \rho_w c_w s \frac{\partial T_w}{\partial t} dz \quad (6.4)$$

avec T_w la température du fil, ρ_w sa masse volumique, c_w sa capacité thermique massique et s sa section. Dans le cadre d'un régime permanent - ce qui est notre cas puisque l'on impose à la température du fil d'être constante - on a $dQ_{acc} = 0$. Le terme dû à l'effet Joule dQ_J peut être évalué selon :

$$dQ_J = \frac{\chi_w dz}{s} I^2 \quad (6.5)$$

où χ est la résistivité du fil et I le courant le parcourant. On considère ici que la zone de température utilisée est comprise dans la zone de comportement linéaire de la résistivité du fil métallique en fonction de la température. Ainsi, on peut écrire que la résistivité χ du fil varie selon la loi :

$$\chi_w = \chi_o(1 + \alpha_o(T_w - T_o)) \quad (6.6)$$

avec α_o le coefficient en température de la résistivité du fil à la température T_o .

En supposant que le fluide considéré est transparent et que les murs environnants se comportent comme des corps noirs, on peut évaluer le terme de radiation selon : $dQ_r = -\pi d\sigma\epsilon_w(T_w^4 - T_e^4)dz$ (avec σ la constante de Stefan-Boltzmann, ϵ_w l'émissivité du fil et T_e la température des murs environnants). Dans le cadre standard d'utilisation des fils chauds, et dans notre cas tout particulièrement, ce terme peut être négligé.

Cas du fil infini

Pour évaluer le terme dQ_{cd} , on considère dans un premier temps un fil infini. Dans ce cas, la température du fil est constante le long du fil et la conduction est nulle dans le fil ($dQ_{cd} = 0$). Pour estimer le terme de convection $dQ_{cv} = -\pi dh(T_w - T_a)dz$ (avec h le coefficient de transfert convectif et T_a la température du fluide autour du fil), il faut connaître l'expression du coefficient transfert convectif. Pour ce faire, on peut utiliser la corrélation de King (1914) sur le nombre de Nusselt $Nu = \frac{hd}{\lambda}$ (avec λ la conductivité thermique du fluide) correspondant au transfert thermique entre un fluide en écoulement et un cylindre de température uniforme T_w :

$$Nu = A + B.Re^{0.5} \quad (6.7)$$

où A et B sont des constantes qui dépendent des caractéristiques du fluide à la température considérée et Re le nombre de Reynolds basé sur le diamètre du fil $Re = \frac{U.d}{\nu}$ (avec ν la viscosité du fluide). Kramers (1946) a établi une loi valable pour de l'air, de l'eau et de l'huile, pour des nombres de Reynolds variant entre 10^{-2} et 10^4 et des nombres de Prandtl entre 0.71 et 1000. En utilisant la température $(T_w + T_a)/2$ pour le calcul des caractéristiques du fluide, il obtient la corrélation suivante :

$$Nu = 0.42 Pr^{0.2} + 0.57 Pr^{0.33} Re^{0.50} \quad (6.8)$$

Le terme de transfert de chaleur par convection s'écrit sous la forme :

$$dQ_{cv} = -\pi\lambda Nu(T_w - T_a)dz \quad (6.9)$$

$$= -\pi\lambda(A + B.Re^{0.50})(T_w - T_a)dz \quad (6.10)$$

En intégrant les différents termes décrits ci-dessus sur la longueur du fil, on obtient $Q_J = E^2/R(T_w)$ et $Q_{cv} = \pi kl(A + B.Re^{0.5})(T_w - T_a)$. Ainsi, on peut écrire la relation de King reliant la tension à la vitesse de l'écoulement :

$$E^2 = A^* + B^*.U^{0.50} \quad (6.11)$$

avec A^* et B^* définis selon :

$$\begin{cases} A^* = 0.42 \pi \lambda l (T_w - T_a) Pr^{0.20} \\ B^* = 0.57 \pi \lambda l (T_w - T_a) Pr^{0.33} \left(\frac{d}{\nu}\right)^{0.50} \end{cases} \quad (6.12)$$

$$\quad (6.13)$$

Cas du fil réel

Dans le cadre d'utilisation des fils chauds, l'hypothèse de cylindre infini n'est pas toujours vérifiée et le terme de conduction n'est pas nul. En effet, la gaine d'argent (ou directement les broches suivant le type de fil) en contact avec le fil est beaucoup moins chauffé par le courant électrique et possède donc une température inférieure au fil. La température n'est plus constante le long du fil et le profil de température doit être déterminé.

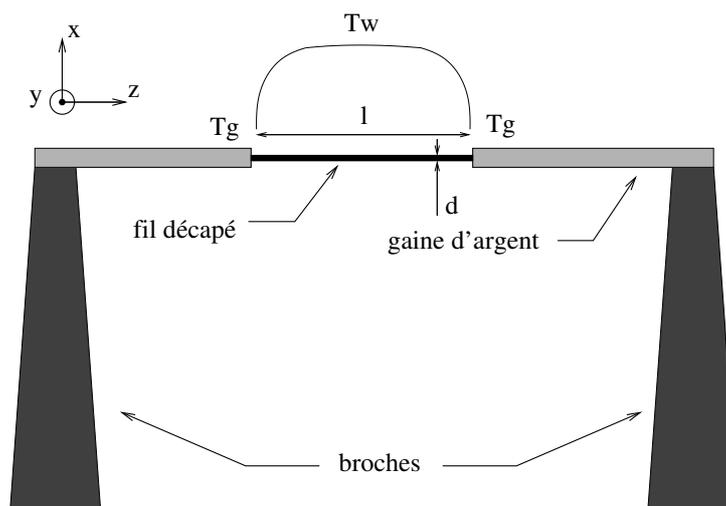


FIG. 6.8 – Schéma d'un fil chaud de type Wollaston.

Le terme de conduction s'écrit sous la forme :

$$dQ_{cd} = \lambda_w s \frac{d^2 T_w}{dz^2} dz \quad (6.14)$$

avec λ_w la conductivité thermique du fil. L'équation bilan (6.3) peut se réécrire sous la forme d'une équation différentielle du second ordre :

$$\frac{d^2 T_{fil}}{dz^2} - \frac{T_{fil}}{l_c^2} + K = 0 \quad (6.15)$$

avec $T_{fil} = T_w - T_g$, $K = \frac{\chi_a I^2}{\lambda_w s^2}$ et l_c la longueur refroidie introduite par Betchov (1948) et Corsin (1963) définie par :

$$l_c = \sqrt{\frac{\lambda_w s^2}{\pi h d s - \alpha_o \chi_o I^2}} \quad (6.16)$$

$$= \frac{d}{2} \left(\frac{1}{\text{Nu}} \frac{\lambda_w \chi_{w,\infty}}{\lambda \chi_a} \right)^{1/2} \quad (6.17)$$

avec $\chi_{w,\infty}$ la résistivité du fil à la température $T_{w,\infty} = T_a + (\chi_{w,\infty} I^2) / (\pi s \lambda \text{Nu})$ correspondant à la température d'un fil infini chauffé par le même courant I . Il est à noter que l'on peut écrire la relation : $K l_c^2 = T_{w,\infty} - T_a$. L'expression de la température le long d'un fil de longueur finie peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{T_w - T_g}{T_{w,\infty} - T_g} = 1 - \frac{\cosh(x/l_c)}{\cosh(l/2l_c)} \quad (6.18)$$

ou en utilisant la température moyenne le long du fil $T_{w,m}$, il vient :

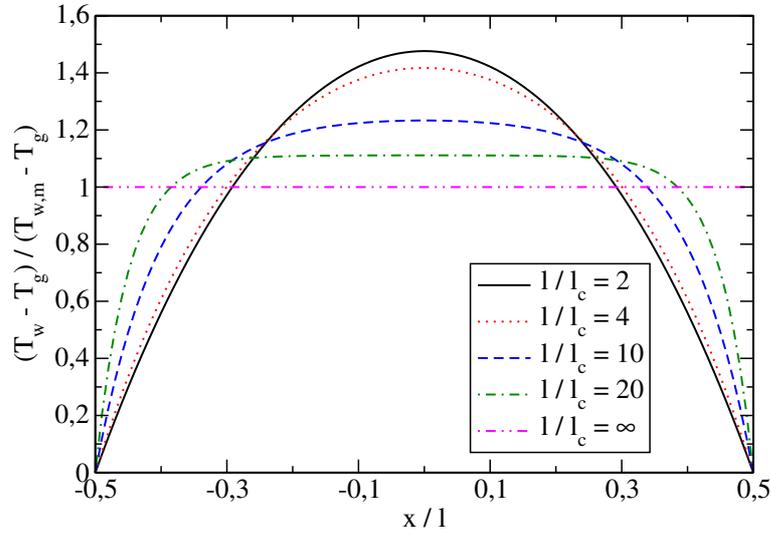
$$\frac{T_w - T_g}{T_{w,m} - T_g} = \frac{1 - \frac{\cosh(x/l_c)}{\cosh(l/2l_c)}}{1 - \frac{\tanh(l/2l_c)}{l/2l_c}} \quad (6.19)$$

On a tracé sur la figure 6.9, la variation de la température, donnée par la formule ci-dessus, pour différentes valeurs du rapport l/l_c .

Les pertes par conduction ne sont souvent pas négligeables et la relation (6.11) ne peut être utilisée telle quelle. Cependant, on utilise en pratique une loi semblable :

$$E^2 = A + B.U^n \quad (6.20)$$

Les coefficients A , B , et n sont maintenant déterminés expérimentalement au cours de la phase d'étalonnage. On peut évaluer le rapport des échanges thermiques suivant les différents modes de transferts. Le terme dû à la conduction aux extrémités du fil peut être estimé selon :


 FIG. 6.9 – Profils de température dans un fil chaud suivant le rapport l/l_c .

$$Q_{cd} = 2\lambda_w s \left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=l/2} \quad (6.21)$$

$$= 2\lambda_w s K l_c \tanh(l/2l_c) \quad (6.22)$$

Le terme d'échange par convection peut être évalué selon :

$$Q_{cv} = \int_{-l/2}^{l/2} \pi dh (T_w - T_a) dz \quad (6.23)$$

$$= \pi \lambda \text{Nu} l K l_c^2 \left[1 - \frac{2l_c}{l} \tanh\left(\frac{l}{2l_c}\right) \right] \quad (6.24)$$

Réponse fréquentielle

La réponse fréquentielle du fil dépend de son inertie thermique, donc de sa taille, des pertes de chaleur par conduction au niveau des broches, mais aussi du montage électronique mis en place. Il existe trois grandes classes de montage électroniques que sont ATC (Anémométrie à Température constante), ACC (Anémométrie à Courant Constant) et AVC (Anémométrie à Voltage Constant). Dans la suite, nous considérerons toujours le cadre de l'ATC, où la fréquence de coupure du système de mesure est très élevée (de l'ordre de 100 kHz pour la gamme de vitesse considérée dans cette étude). Pour plus de détails, on pourra se référer à Bruun (1995).

Influence des parois

Dans la configuration étudiée, la présence d'une paroi n'est pas sans incidence sur les difficultés rencontrées lors des acquisitions. En effet, les mesures de vitesse en proche paroi au moyen d'un fil chaud sont délicates. D'une part, la fragilité des sondes demande une attention particulière pour approcher une sonde au plus près d'une paroi sans toutefois la casser. D'autre part, la présence de la paroi change l'environnement du fil par rapport à celui de l'étalonnage. Par conséquent la réponse du fil se trouve modifiée. Plus précisément, à l'approche d'une paroi, la couche de diffusion thermique du fil entre en contact avec la paroi. Cette dernière ayant une conductibilité thermique bien supérieure à celle de l'air, le bilan d'échange thermique du fil est modifié. La paroi absorbe de la chaleur, la tension du fil augmente et la vitesse est surestimée. Différentes études ont été menées pour corriger cet effet (Cf. Polyakov et Shindin (1978); Bhatia *et al.* (1982); Azad et Burhanuddin (1983); Krishnamoorthy *et al.* (1985); Saez (1998)).

Anémométrie à température constante

Pour l'anémométrie à température constante (ou plus précisément à résistance constante), le fil est placé dans un pont de Wheasthorne. L'équilibre du pont est assuré par une boucle de rétroaction (Cf. figure 6.10). De ce fait, c'est plus précisément la résistance du fil qui est constante et non pas la température de celui-ci. La résistance R_L correspond ici à la résistance du support de sonde et des câbles et la résistance R_3 est variable. Sa valeur est fixée a priori pour vérifier la valeur coefficient de surchauffe a_w défini selon :

$$a_w = \frac{R_w - R_o}{R_o} = \alpha_o(T_w - T_o) \quad (6.25)$$

où les températures sont exprimées en Kelvin. Ce coefficient permet de choisir la température de fonctionnement du fil chaud. Pour un fil de platine, le coefficient de surchauffe est souvent pris voisin de 0.8, ce qui donne une température du fil de l'ordre de 500 K. Dans le cas du platine-rhodium, le coefficient de résistance est beaucoup plus faible. Le coefficient de surchauffe est donc également plus faible pour une même température de fil. Ainsi, un coefficient de surchauffe de 0.32, correspond à une température de fil de l'ordre de 500 K.

Vitesse de refroidissement effective

Par le montage électronique présenté ci-dessus, on obtient alors une relation entre la tension (ou l'intensité) aux bornes du fil chaud en fonction de la vitesse et de la température de l'écoulement. Cependant, si pour un fil infini, seule la composante normale est à prendre en compte, il en est tout autrement dans le cas général d'utilisation d'un fil chaud. En effet, la température n'étant pas constante le long du fil, la composante de la vitesse qui est parallèle au fil pourra avoir une certaine influence sur le refroidissement du fil. De plus, de par la présence des broches, la composante parallèle au broches U_x (Cf. figure 6.8) et la composante de la vitesse U_y n'ont pas exactement le même impact (bien que ces deux composantes soient toutes les deux normales au fil). On introduit alors la notion de vitesse effective de refroidissement du fil U_e qui

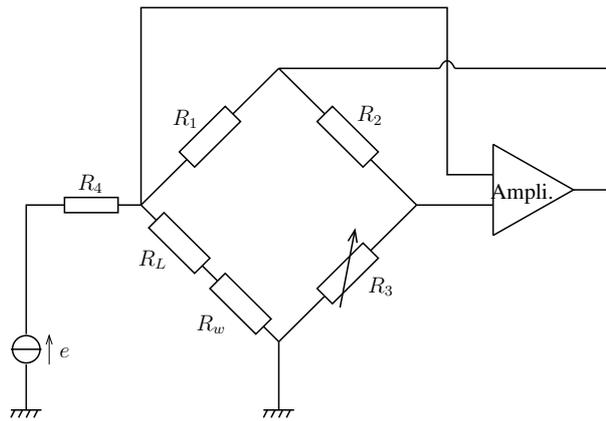


FIG. 6.10 – Schéma du principe d'un anémomètre à température constante avec un pont de Wheatstone et une rétroaction avec un amplificateur.

sera utilisée pour la loi de King (Cf. équation (6.20)). On peut utiliser l'expression développée par Jørgensen pour évaluer une vitesse effective :

$$U_e^2 = U_x^2 + h^2 U_y^2 + k^2 U_z^2 \quad (6.26)$$

où U_x, U_y, U_z sont les composantes de la vitesse suivant le repère défini à la figure 6.8 et h et k sont déterminés expérimentalement au cours de la phase d'étalonnage. Les valeurs typiques de h et k sont respectivement 1.05 et 0.2. L'utilisation de fils chauds inclinés dans un écoulement sera détaillé dans les sections 6.4.3 et 6.4.4 relatives à l'étalonnage d'une sonde de deux fils chauds croisés et à la conversion tension-vitesse effectuée lors des acquisitions.

6.3.2 Principe du fil froid

Lois physiques du fil froid

Le principe de fonctionnement d'un fil froid est relativement proche de celui d'un fil chaud. En effet, la géométrie du système et les principes physiques mis en œuvre sont identiques. Cependant, si le fil chaud est sensible à la fois à la vitesse et à la température de l'écoulement, le fil froid est construit pour n'être sensible qu'à la température. On obtient cette propriété pour le fil froid en modifiant les conditions de fonctionnement du fil et donc les échanges thermiques associés au fil. Plus précisément, on cherche à ce que le fil soit en équilibre thermique avec l'écoulement et soit à la même température que ce dernier.

Le fil froid est alimenté par une source de courant constant de faible amplitude. On retrouve ici le cadre de l'anémométrie à courant constant parfois utilisé pour faire des mesures avec des fils chauds. On peut par exemple placer le fil froid en série avec une grande résistance dans un pont de Wheatstone. Les variations de la résistance du fil froid étant faibles devant la résistance en série, le pont reste toujours équilibré et le courant qui parcourt le fil est donc constant.

Afin de réduire l'effet Joule dans le fil, et donc la sensibilité du fil à la vitesse de l'écoulement, l'intensité I parcourant le fil doit être choisie la plus faible possible. Cependant, cette intensité ne doit pas être trop petite, sans quoi le rapport signal / bruit deviendrait trop important. Notons que les effets thermoélectriques aux contacts fil-broche peuvent être source de bruit. L'intensité du courant couramment utilisée varie entre $50 \mu\text{A}$ et 1mA et dépend du diamètre du fil utilisé.

Si on néglige les échanges par conduction, on peut estimer l'écart entre la température de mesure et la température de l'écoulement selon :

$$\Delta T_{mes} = T_w - T_a = \frac{\chi_w I^2}{\pi \lambda \text{Nu}_s} \quad (6.27)$$

et en prenant en compte la conduction, l'écart de température s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} \Delta T_{mes} &= \frac{1}{l} \int_{-l/2}^{l/2} (T_w - T_a) dz \\ &= \frac{\chi_w I^2}{\pi \lambda \text{Nu}_s} \left(1 - \frac{d}{l} \sqrt{\frac{l_c}{\text{Nu} \lambda}} \right) \end{aligned} \quad (6.28)$$

Il est à noter que les échanges par rayonnement peuvent devenir relativement importants pour de fortes températures. Pour éviter cette dérive, un système à double fils chauds avec deux coefficients de surchauffe différents peut être mis en place pour mesurer simultanément la vitesse et la température.

La tension aux bornes du fil froid vérifie la relation :

$$E = R_o(1 + \alpha_o(T_a - T_o))I \quad (6.29)$$

On a ainsi une réponse linéaire de la tension délivrée en fonction de la température de l'écoulement et l'étalonnage du fil froid consiste à déterminer les coefficients de la loi linéaire tension-température.

Réponse fréquentielle

Le fonctionnement du fil froid étant à intensité constante et non pas à résistance constante comme pour les fils chauds, la réponse fréquentielle du système de mesure de la température est moins performante. Cela vient principalement du fait que la température du fil n'est pas constante au cours du temps et que le régime de fonctionnement du fil est ici dynamique et non plus permanent. Pour évaluer la réponse fréquentielle du thermomètre, on écrit l'équation d'évolution des fluctuations de température dans le fil et on effectue une étude spectrale :

$$\frac{\partial T'_w}{\partial t} = \frac{1}{M_{cv}} (T'_w - T'_a) + a_w \frac{\partial^2 T'_w}{\partial x^2} \quad (6.30)$$

avec a_w la diffusivité thermique du fil et $M_{cv} = \frac{\rho_w c_w s}{\pi \lambda \text{Nu}}$ la constante de temps convective.

Réponse fréquentielle pour un fil infini

Pour un fil infini, le terme de conduction est nul et on obtient :

$$H = H_{cv} = \frac{1}{1 + jf/f_{cv}} \quad (6.31)$$

avec $H = \frac{\widehat{T}'_w}{\widehat{T}'_a}$ la fonction de transfert associée au système de mesure, \widehat{T}' le spectre des fluctuations de température, f la fréquence et $f_{cv} = 1/(2\pi M_{cv})$ la fréquence de coupure associée à la convection. Le système se comporte donc comme un filtre passe-bas du premier ordre de fréquence de coupure f_{cv} . Il est à noter que le système de mesure par fil froid doit avoir, d'une part, une réponse fréquentielle satisfaisante et, d'autre part, une résolution spatiale en adéquation avec l'écoulement étudié (Wyngaard (1971)). Ainsi, il faut trouver un compromis sur la longueur du fil pour avoir une résolution spatiale et réponse fréquentielle satisfaisantes.

Réponse fréquentielle pour un fil réel

Pour un fil réel totalement décapé, la présence des broches doit être prise en compte et il faut alors intégrer l'équation :

$$(1 + j\frac{f}{f_{cv}})H + a_w M_{cv} \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 1 \quad (6.32)$$

avec pour conditions aux limites :

$$H(z = \pm l/2, f) = \frac{1}{1 + jf/f_o} \quad (6.33)$$

Ce qui revient à considérer que le fil est en contact avec un système du premier ordre de fréquence de coupure f_o (Cf. Millon et Paranthoën (1978); Lecordier *et al.* (1981)). Après quelques calculs, il vient :

$$H = H_{cv} \cdot H_{cd} \quad (6.34)$$

avec

$$H_{cd} = 1 - \frac{jf/f_o}{1 + jf/f_o} \cdot \frac{\tanh(\gamma l/2)}{\gamma l/2} \quad (6.35)$$

et

$$\gamma = \gamma_1 + j\gamma_2 \quad (6.36)$$

$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{\pi f_{cv}}{a_w} \left[\left\{ 1 + \left(\frac{f}{f_{cv}} \right)^2 \right\}^{0.5} + 1 \right]} \quad (6.37)$$

$$\gamma_2 = \sqrt{\frac{\pi f_{cv}}{a_w} \left[\left\{ 1 + \left(\frac{f}{f_{cv}} \right)^2 \right\}^{0.5} - 1 \right]} \quad (6.38)$$

Pour la zone de fréquence $f_o \ll f \ll f_{cv}$, γ tend vers $1/l_c$ et on observe un plateau d'amplitude :

$$H_p = 1 - \frac{2l_c}{l} \quad (6.39)$$

Réponse fréquentielle pour les écoulements à faibles vitesses

Pour les faibles vitesses ($U < 2 \text{ m.s}^{-1}$ pour l'air), Paranthoën *et al.* (1982) ont montré que les couches limites thermiques (voir figure 6.11) qui se développent autour des broches de la sonde modifient de façon sensible la réponse fréquentielle du fil et particulièrement la hauteur du plateau H_p . Paranthoën *et al.* (1982) introduisent l'épaisseur des couches limites thermiques $l_b = C(a/U)^{0.5}$ et estiment la nouvelle valeur du plateau par :

$$H_p = 1 - \frac{2l_c \eta^3 - 1}{l \eta^2 - 1} \quad (6.40)$$

avec $\eta = l_b/l_c$ et C une constante qui dépend de la sonde. On peut également estimer l_b en utilisant le diamètre des broches D : $l_b \simeq (aD/U)^{0.5}$. Notons par ailleurs que les fréquences caractéristiques peuvent évoluer au cours du temps, notamment avec l'encrassement des sondes par des particules (Cf. Weiss *et al.* (2000)).

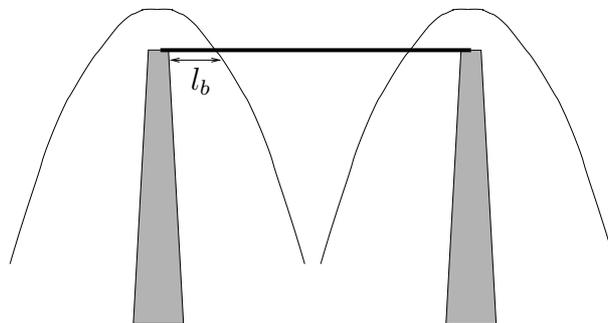


FIG. 6.11 – Couches limites autour des broches d'une sonde.

Réponse fréquentielle pour un fil de Wollaston

Pour un fil de Wollaston, il faut prendre en compte, d'une part, le fil de platine-rhodium avec pour condition limite le fil de Wollaston, et d'autre part, le fil de Wollaston avec pour condition limite les broches (Cf. Petit *et al.* (1981); Tsuji *et al.* (1992); Paranthoën et Lecordier (1996)). Dans ce cas, la fonction de transfert du fil aux basses fréquences peut s'écrire sous la forme :

$$H = 1 - \frac{jf/f_o}{1 + jf/f_o} \cdot \frac{\tanh(\gamma l/2)}{\gamma l/2} \left[\frac{1}{\cosh\{\gamma_{woll}(L-l)/2\}} + \frac{f_o}{f_{woll}} + jf/f_{woll} \right] \frac{1}{1 + jf/f_{woll}} \quad (6.41)$$

avec l la longueur du fil central et L celle du fil total et avec :

$$\gamma_{woll} = \gamma_{1woll} + j\gamma_{2woll} \quad (6.42)$$

$$\gamma_{1woll} = \sqrt{\frac{\pi f_{woll}}{a_{woll}} \left[\left\{ 1 + \left(\frac{f}{f_{woll}} \right)^2 \right\}^{0.5} + 1 \right]} \quad (6.43)$$

$$\gamma_{2woll} = \sqrt{\frac{\pi f_{woll}}{a_{woll}} \left[\left\{ 1 + \left(\frac{f}{f_{woll}} \right)^2 \right\}^{0.5} - 1 \right]} \quad (6.44)$$

Après cette description générale des fils chauds et froids, regardons maintenant plus précisément les caractéristiques des fils utilisés dans notre étude.

6.3.3 Propriétés des fils chauds utilisés

Rappelons tout d'abord que nous avons utilisé des fils chauds de Wollaston en platine rhodium de $5 \mu\text{m}$ de diamètre. Pour que la dynamique des mesures de vitesse soit satisfaisante, il est nécessaire d'imposer un écart de température suffisant entre la température du fil chaud et celle de l'écoulement. Nous avons imposé un coefficient de surchauffe a_w égal à 0.32. De ce fait, la température du fil peut être estimée à $T_w \simeq 500 \text{ K}$, tandis que la température de l'écoulement T_a est inférieure à 320 K. Pour cette température, le fil a les propriétés suivantes : $\chi_a \simeq 1.9 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$, $\chi_{w,\infty} \simeq 2.5 \cdot 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$ et $\lambda_w \simeq 40 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

La nature de l'écoulement autour du fil peut être appréhendée au travers des nombres de Reynolds et de Nusselt que l'on peut calculer en utilisant la corrélation de Kramers (Cf. équation (6.8)). Dans notre cas, on $(T_w + T_a)/2 \simeq 400 \text{ K}$. Ainsi, sur la gamme de vitesse considérée ($[2; 10] \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$), le nombre de Reynolds varie entre 0.4 et 2.3, et le nombre de Nusselt entre 0.7 et 1.2. L'écoulement autour du fil est donc laminaire et correspond bien aux conditions usuelles d'utilisation des corrélations présentées au paragraphe précédent.

Pour évaluer le profil de température le long du fil, on calcule la valeur de la longueur refroidie l_c . Pour la gamme de vitesse $[2; 10] \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, le rapport d'allongement l/l_c est de l'ordre

de 3.5 (notons par ailleurs que le rapport l/d est de l'ordre de 80). La température le long du fil n'est donc pas constante le long du fil (Cf. figure 6.9). De plus, on a $s = 1.96 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2$ et $K = (T_{w,\infty} - T_a)/l_c^2 \simeq 1.5 \cdot 10^{10} \text{ K.m}^{-2}$, et on peut estimer les échanges par conduction et par convection : $Q_{cd} \simeq 2.6 \cdot 10^{-3} \text{ W}$ et $Q_{cv} \simeq 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ W}$ (Cf. équations (6.22) et (6.24)). Les échanges par conduction ne sont donc pas négligeable devant les échanges convectifs. Cela confirme bien le fait que le profil de température n'est pas constant le long du fil. On a ainsi $T_{w,\infty} \simeq 500 \text{ K}$, $T_{w,m} \simeq 390 \text{ K}$ et $T_{w,max} \simeq 430 \text{ K}$. Par ailleurs, on vérifie que l'échange thermique par rayonnement est bien négligeable ($Q_r/Q_{cv} \simeq 0.02 \%$).

Avec les fils utilisés, l'effet de proche paroi apparaît pour y^+ de l'ordre de 5. Or ceci correspond au premier point de mesure. Par conséquent, nous ne prendrons pas en considération la valeur du premier point de mesure mais ne chercherons pas à corriger cet effet sur un seul point. Pour accéder aux mesures de vitesse et de température plus près de la paroi, l'utilisation de fils de plus faible diamètre, par exemple $2.5 \mu\text{m}$, pourrait être envisagé. Cependant, l'utilisation de tels fils est délicate avec le système d'anémométrie DANTEC. En effet, la résistance des fils est plus grande que celle des fils de $5 \mu\text{m}$ et favorise le développement de phénomènes oscillatoires dans la boucle de rétroaction du montage électronique.

6.3.4 Propriétés des fils froids utilisés

Nous rappelons que nous avons utilisé deux fils froids au cours de cette étude. Le premier est un fil froid de Wollaston en platine-rhodium et le second est un fil froid en platine (DANTEC 55P31). Étant donné le diamètre des fils utilisés ($1 \mu\text{m}$), nous avons imposé une intensité de 0.1 mA . Cette intensité permet d'obtenir des mesures peu sensibles à la vitesse de l'écoulement et tout en ayant un rapport signal / bruit correct.

En utilisant la formule de Kramers (1946) (Cf. équation (6.8)), on peut calculer les nombres de Reynolds et de Nusselt pour la gamme de vitesse considérée ($Re \simeq 0.3$, $Nu \simeq 0.7$) et estimer les échanges thermiques pour les deux fils froids utilisés lors de cette étude :

	l/l_c	K (10^7 K.m^{-2})	Q_{cv} (10^{-7} W)	Q_{cd}/Q_{cv} (%)	$Q_{r,max}/Q_{cv}$ (%)
Pt-Rh	17	7.7	8.5	13	1.1
55P31	13	2.3	4.2	18	2.2

L'écart de température entre la température mesurée par le fil et la température de l'écoulement peut être estimée au moyen de l'équation (6.28). On obtient ainsi un écart de température $T_w - T_a$ de l'ordre de 0.04 K pour le fil de platine-rhodium et de l'ordre de 0.02 K pour le fil Dantec 55P31. Notons que le coefficient de surchauffe des fils vaut respectivement $5.9 \cdot 10^{-5}$ et $7.2 \cdot 10^{-5}$ pour les deux fils. On observe ainsi que la température de ces fils peut être assimilée à la température de l'écoulement.

Pour la sonde Dantec 55P31, nous devons évaluer l'influence des couches limites thermiques qui se forment autour des broches sur la réponse fréquentielle du fil. On peut estimer la valeur maximum de η obtenue pour $U = 2 \text{ m.s}^{-1}$: $\eta \simeq 0.5$ (avec $D = 100 \mu\text{m}$ et $a = 3.45 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$). Le rapport correctif $(\eta^3 - 1)/(\eta^2 - 1)$ vaut alors environ 1.16 et la hauteur du plateau est modifiée d'environ 3%. Étant donné la faible valeur correctrice, nous n'avons pas pris compte de cet effet dans les mesures effectuées au cours de cette étude.

Les fonctions de transferts pour les deux fils froids utilisés sont représentées sur les figures 6.12 et 6.13. On a pris pour valeur : $f_o = 1$ Hz, $f_{woll} = 30$ Hz, $f_{cv} = 3900$ Hz pour le fil de platine-rhodium et $f_{cv} = 4100$ Hz pour le fil de platine.

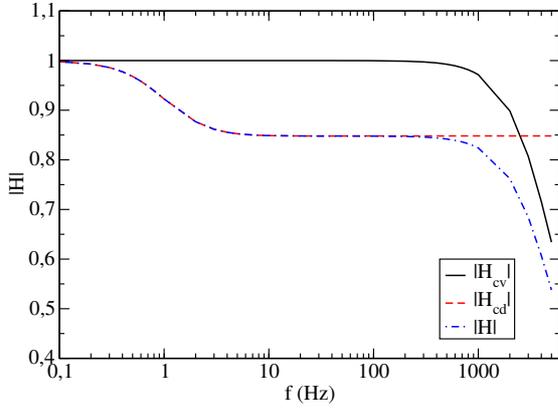


FIG. 6.12 – Fonction de transfert pour le fil de platine sur sonde 55P31.

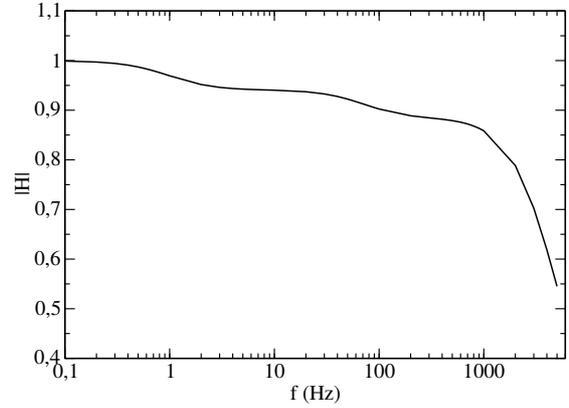


FIG. 6.13 – Fonction de transfert pour le fil de Wollaston en platine-rhodium.

Au vue des fonctions de transfert des fils, il apparaît que les spectres de la température mesurée par les sondes (\widehat{T}_{sonde}^2) ne correspondent pas exactement aux spectres de la température de l'écoulement (\widehat{T}^2). Une correction est nécessaire (Cf. Lecordier *et al.* (1984)) et peut s'écrire sous la forme :

$$\widehat{T}^2(f) = \frac{\widehat{T}_{sonde}^2(f)}{|H(f)|^2} \quad (6.45)$$

De même que l'amplitude des spectres de température est sous-estimée, les fluctuations de températures le sont également. La correction peut être effectuée en multipliant le signal brut par la fonction de transfert et d'effectuer seulement ensuite les calculs de fluctuations. Une autre correction possible consiste à diviser les profils de fluctuations par la hauteur du plateau H_p (Cf. équation (6.46)). Ceci suppose, bien évidemment, que la majeure partie de l'énergie du signal se situe dans la zone du plateau de la fonction de transfert du fil considéré. Pour les sondes utilisées, la hauteur du plateau vaut environ 0.88 pour la sonde de platine-rhodium et 0.85 pour la sonde de platine.

$$T_{rms} = \frac{T_{rms,sonde}}{H_p} \quad (6.46)$$

Par la suite, nous avons utilisé les fonctions de transfert tracées ci-contre pour corriger les spectres de température mesurés ainsi que les profils des fluctuations de température et des corrélations vitesse-température. Notons, que pour avoir la meilleure précision possible sur les mesures, il serait intéressant de mettre en place un système de mesure des fonctions de transfert des fils utilisés. En effet, on a vu que la fonction de transfert était dépendante des conditions aux limites et donc de la nature de la soudure qui fixe le fil sur les broches. Or cette soudure est

spécifique à chaque fil. Aussi, une mesure directe de la fonction de transfert de chaque fil pourrait certainement améliorer la précision de la mesure des spectres et du niveau des fluctuations de température.

Après avoir décrit les caractéristiques des fils chauds/froids utilisés, nous présentons maintenant les étalonnage de ces derniers et ainsi que la vérification des lois et caractéristiques données ci-dessus.

6.4 Caractéristiques de l'étalonnage des fils

6.4.1 Étalonage en température

L'étalonnage des deux fils froids montre une évolution linéaire de la tension en fonction de la température de l'écoulement (Cf. figure 6.14). De plus, nous avons observé que la réponse de fil froid était indépendante de la vitesse de l'écoulement dans la gamme de vitesse considérée $[2 \text{ } 10] \text{ m.s}^{-1}$. Cela confirme donc le bon usage du fil froid dont le signal est indépendant de la vitesse de l'écoulement.

Pour le fil froid en platine-rhodium, une régression linéaire donne accès à la sensibilité de la mesure : $\partial E/\partial T = 0.315 \text{ V.K}^{-1}$. Connaissant la loi d'évolution de la résistance en fonction de la température (Cf. équation (6.6)) et la loi électrique de la tension mesurée $E = GG'RI$ (G est le gain du module thermomètre, $G' = 100$ la valeur du pré-amplificateur intégré au thermomètre, R la résistance du fil et I le courant circulant dans le fil), on peut évaluer le coefficient de température du fil selon l'expression :

$$\alpha_o = \frac{p}{GG'IR_o} \quad (6.47)$$

Sachant que le gain du thermomètre est fixé à $G = 200$, que le courant circulant dans le fil est de $I = 0.1 \text{ mA}$ et que la résistance du fil à l'ambiante est de 100.3Ω , on peut évaluer le coefficient de température du fil à $\alpha_o \simeq 1.57 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. On retrouve ici la valeur caractéristique d'un fil de platine-rhodium à $20 \text{ }^\circ\text{C}$ qui est de $1.6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Pour le fil froid en platine de Dantec (55P31), nous obtenons également une évolution linéaire de la tension délivrée en fonction de la température. La mesure de la pente de la droite de régression nous permet d'estimer le coefficient de température du fil de platine à $3.2 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ (la valeur tabulée à $20 \text{ }^\circ\text{C}$ est de $3.8 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$). La carte d'acquisition possède une résolution de 12 bits et est utilisé sur le calibre $[0; 10] \text{ V}$. La résolution en température est donc de l'ordre de 0.01 K .

6.4.2 Étalonage en vitesse pour un fil chaud simple

L'étalonnage du fil chaud est plus complexe que celui du fil froid. En effet, la tension délivrée dépend maintenant de deux variables, la vitesse et la température de l'écoulement, et varie selon une loi non linéaire. Nous avons tracé sur la figure 6.15 la tension mesurée en fonction de la vitesse de l'écoulement pour six températures différentes. On note bien que l'influence

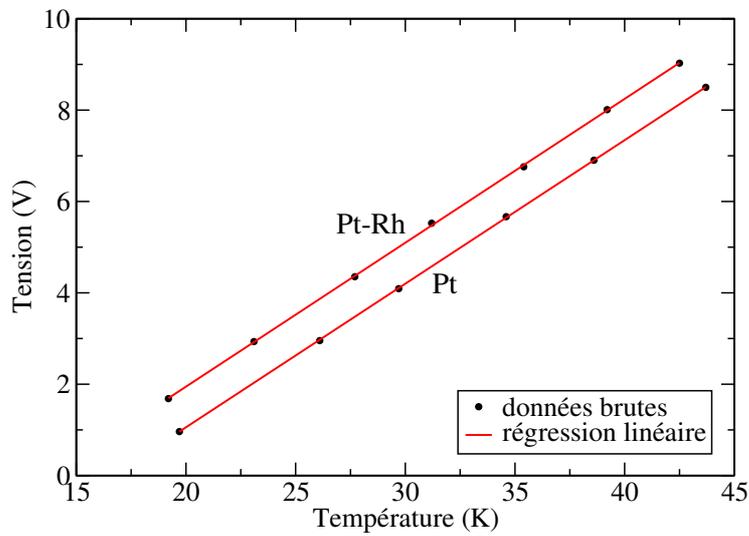


FIG. 6.14 – Étalonnage du fil froid Pt-Rh.

de la température sur le signal électrique délivré est relativement importante. Plus précisément, on peut estimer les coefficients de sensibilité statique du fil chaud pour la vitesse et pour la température à : $S_U = \partial E / \partial U \simeq 0.34 \text{ V.m}^{-1}.\text{s}$ et $S_T = \partial E / \partial T \simeq -0.07 \text{ V.K}^{-1}$.

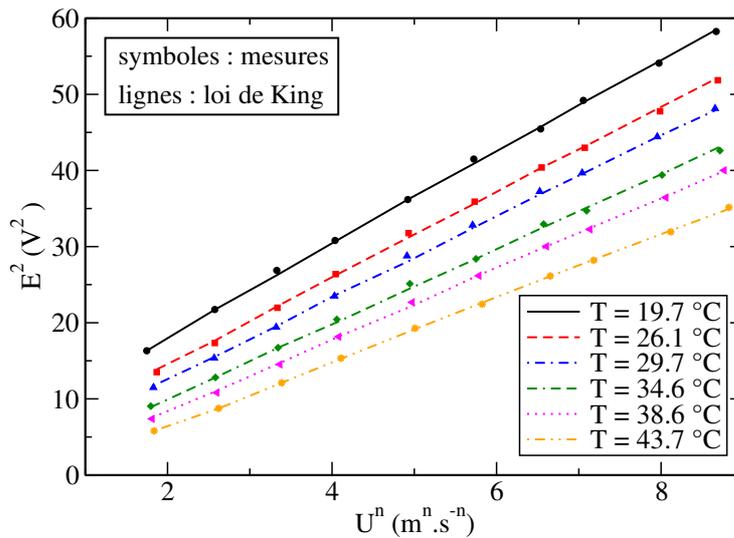
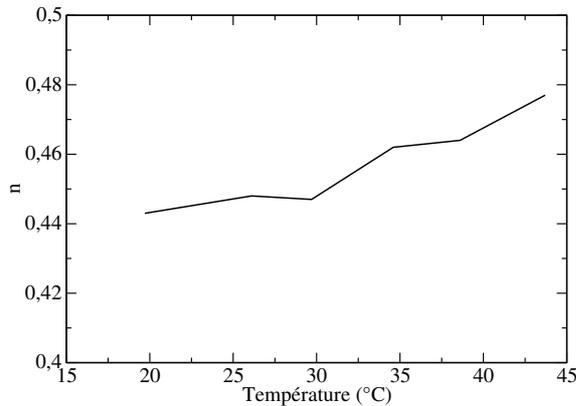
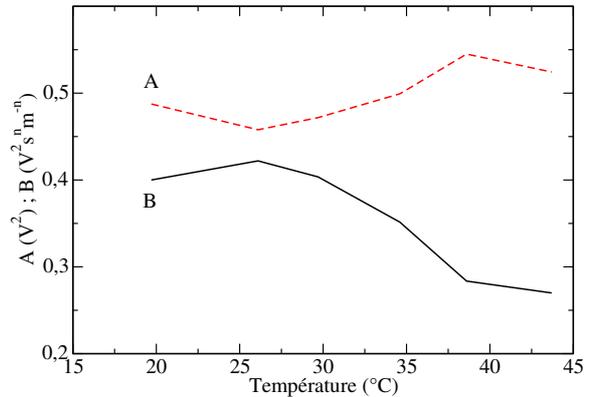


FIG. 6.15 – Étalonnage du fil chaud (symboles : mesures, lignes : loi de King).

FIG. 6.16 – Valeur du coefficient n obtenu par minimisation des moindres carrés.FIG. 6.17 – Coefficients B et A obtenus par minimisation des moindres carrés avec n optimum.

Pour chaque température, nous avons utilisé une loi de King ($E^2 = A + BU^n$) et recherché les paramètres A , B et n pour une méthode des moindres carrés. Étant donné que chacun de ces paramètres dépend de la valeur des autres, une recherche itérative a été mise en place. La convergence est obtenue très rapidement (après 4 ou 5 itérations en général). On note que le coefficient n varie entre 0,41 et 0,45 (Cf. figure 6.16) et semble augmenter avec la température. D'autre part, on remarque que l'évolution des coefficients A et B en fonction de la température n'est pas monotone et ne permet pas une paramétrisation aisée de ces paramètres (Cf. figure 6.17). Cependant, il faut bien noter deux points importants : d'une part, on observe que les valeurs de A , B et n sont très sensibles au choix de la fonction résidu que l'on cherche à minimiser. Ainsi, deux méthodes de minimisation, par les moindres carrés ou par le maximum d'écart, donneront des valeurs des paramètres sensiblement différentes. D'autre part, pour toutes valeurs "raisonnables" de deux des paramètres, la recherche du troisième par minimisation des résidus donne toujours une bonne correspondance entre les mesures expérimentales et la loi de King ainsi déterminée (erreur inférieure à 1%). Par conséquent, la recherche des paramètres optimum est très sensible aux erreurs de mesures et les erreurs d'estimation des paramètres A , B et n peuvent être relativement importantes.

Nous avons choisi de fixer la valeur de n à la moyenne des valeurs déterminées précédemment ($n = 0,43$). La détermination optimum de A et B donne une évolution moins chaotique de ces coefficients que celle obtenue précédemment mais la détermination d'une fonction d'évolution de ces paramètres en fonction de la température reste toujours délicate (Cf. cas 1 sur les figures 6.18 et 6.19). Nous avons alors linéarisé A en fonction de la température et avons déterminé B pour la méthode des moindres carrés. On a alors obtenu une évolution quasi-linéaire de B avec un écart par rapport à la régression linéaire inférieure à 0,5% (Cf. cas 2 sur la figure 6.19). Puis nous avons déterminé A par la méthode des moindres carrés en utilisant cette évolution quasi-linéaire du paramètre B en fonction de la température (Cf. cas 2 sur la figure 6.18). L'évolution du paramètre A en fonction de la température est maintenant quasi-linéaire avec, de même que pour B , un écart par rapport à la régression linéaire inférieure à 0,5%. Les itérations suivantes sur le calcul de A et B ne montrent pas d'évolution significative

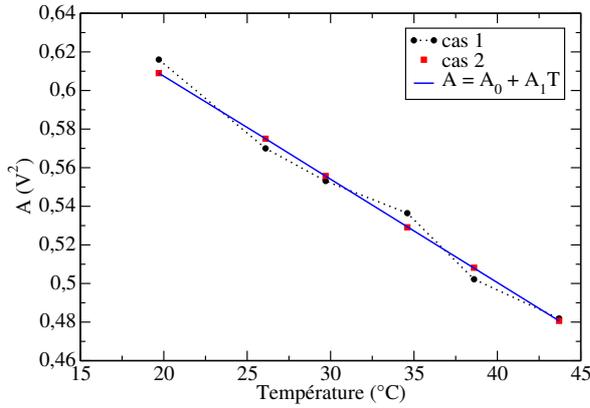


FIG. 6.18 – Évolution du coefficient A avec $n = 0.43$.

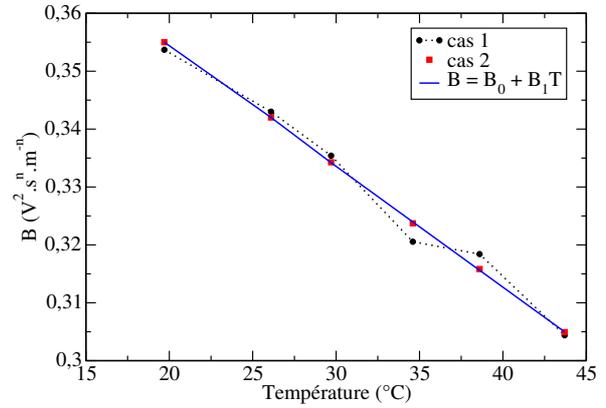


FIG. 6.19 – Évolution du coefficient B avec $n = 0.43$.

de leurs valeurs. Ainsi, sans perdre de précision entre les mesures expérimentales et la loi de King (erreur toujours inférieure à 1 %), nous avons obtenu des lois simples pour l'évolution des coefficients A et B en fonction de la température.

$A_0 = 0.715 \text{ V}^2$	$A_1 = 5.35 \cdot 10^{-3} \text{ V}^2 \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$
$B_0 = 0.396 \text{ V}^2 \cdot \text{s}^{0.43} \cdot \text{m}^{-0.43}$	$B_1 = 2.09 \cdot 10^{-3} \text{ V}^2 \cdot \text{s}^{0.43} \cdot \text{m}^{-0.43} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$

TAB. 6.3 – constantes A_0 , A_1 , B_0 et B_1 si la température T est exprimée en degré Celcius.

Pour les acquisitions, nous avons utilisé une loi de King avec un exposant n constant et égal à 0.43, et une évolution linéaire pour les coefficients A et B ($A = A_0 + A_1T$ et $B = B_0 + B_1T$ avec les constantes A_0 , A_1 , B_0 et B_1 données dans le tableau 6.3).

6.4.3 Étalonnage en vitesse pour deux fils chauds croisés

Le support de sonde Dantec 55P51 avec deux fils croisés nous permet d'accéder aux deux composantes, longitudinale et verticale, de la vitesse. Les deux fils sont sensibles à la température et aux trois composantes de la vitesse. Cependant, il n'est pas possible d'accéder aux trois composantes avec seulement deux fils chauds et nous supposons par la suite que l'influence de la composante transverse de la vitesse U_z sur le refroidissement des fils peut être négligée. La température est donnée par le fil froid et il reste à extraire les valeurs des composantes U et V de la vitesse à partir des tensions délivrées par les deux fils. Pour ce faire, il existe plusieurs approches possibles (Cf. Bruun (1995)).

Dans notre étude, nous avons considéré une méthode dite en cosinus (Cf. Bruun *et al.* (1990)). Nous supposons que les fils sont rectilignes et font un angle α avec la verticale. Pour chaque fil, on écrit une loi de King où intervient une vitesse effective. Cette dernière est définie dans le repère du fil selon :

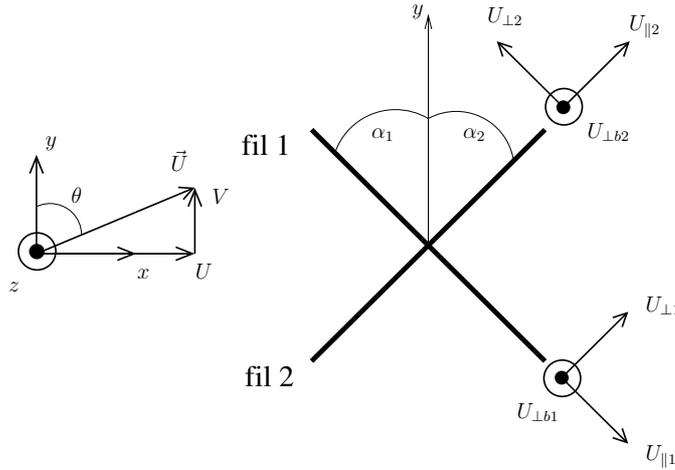


FIG. 6.20 – Repère lié au laboratoire et repères liés aux fils.

$$U_e^2 = U_{\perp}^2 + k^2 U_{\parallel}^2 \quad (6.48)$$

avec U_{\perp} la composante orthogonale au fil et appartenant au plan défini par les broches de la sonde et U_{\parallel} la composante parallèle au fil. On définit les angles $\alpha_{1,2}$ que font les fils avec la verticale (direction y , Cf. figure 6.20), puis on utilise les relations suivantes :

$$\begin{cases} U_{\perp 1} = U \cos \alpha_1 + V \sin \alpha_1 & (6.49) \\ U_{\parallel 1} = U \sin \alpha_1 - V \cos \alpha_1 & (6.50) \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_{\perp 2} = -U \cos \alpha_2 + V \sin \alpha_2 & (6.51) \\ U_{\parallel 2} = U \sin \alpha_2 + V \cos \alpha_2 & (6.52) \end{cases}$$

Les relations tension-vitesse ne sont pas directement inversibles et s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} E_1^2 = A_1 + B_1 \left[(U_{\perp 1}^2 + k_1^2 * U_{\parallel 1}^2)^{0.5} \right]^{n_1} & (6.53) \\ E_2^2 = A_2 + B_2 \left[(U_{\perp 2}^2 + k_2^2 * U_{\parallel 2}^2)^{0.5} \right]^{n_2} & (6.54) \end{cases}$$

où les coefficients de la loi de King $A_{1,2}$, $B_{1,2}$ et $n_{1,2}$ dépendent a priori de la température et de l'angle θ entre la vitesse et la verticale. Dans notre étude, l'écoulement est fortement directionnel et l'angle que fait la vitesse avec la vertical varie peu. Nous n'avons pas pris en compte les variations des paramètres avec l'angle θ .

Dans un premier temps, nous avons déterminé les angles α_1 et α_2 (Cf. figure 6.20). Pour ce faire, nous avons incliné la sonde et mesuré pour différents angles les tensions délivrées par les deux fils. L'angle d'inclinaison β est obtenu au moyen d'un rapporteur fixé sur la veine d'essais et a été modifié, par pas de 0.5° , de -5° à $+5^\circ$ par rapport à la position angulaire où ont été fait les

acquisitions avec effusion. On compare les mesures de la tension des fils en fonction de l'angle β à la loi attendue (Cf. équations (6.49) à (6.54)). Par une méthode de minimisation d'erreurs par les moindres carrés, on estime $\alpha_1 \simeq 49.3^\circ$ et $\alpha_2 \simeq 49.7^\circ$.

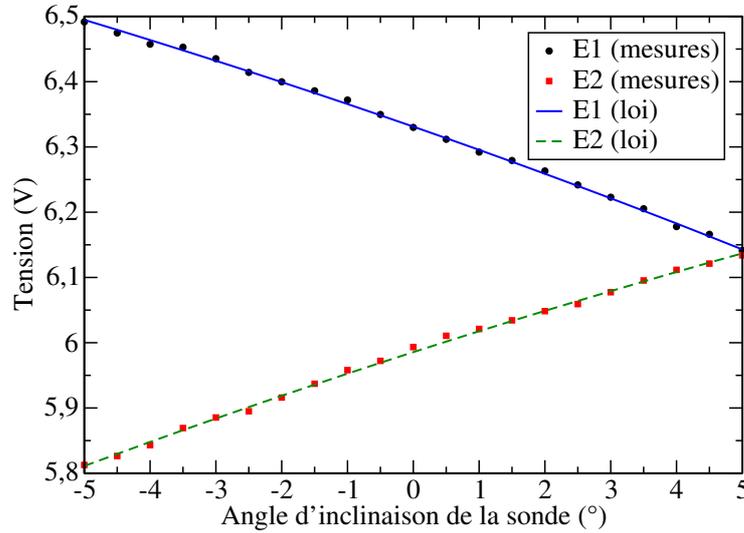


FIG. 6.21 – Variation des tensions délivrées par les fils en fonction de l'angle inclinaison de la sonde.

La détermination des paramètres k_1 et k_2 sont également déterminés par minimisation des erreurs par les moindres carrés et nous obtenons $k_1 \simeq .17$ et $k_2 \simeq 0.15$. La recherche des paramètres $n_{1,2}$ et des lois d'évolutions en fonction de la température $A_{1,2}(T) = A_{1,2;0} + A_{1,2;1}T$ et $B_{1,2}(T) = B_{1,2;0} + B_{1,2;1}T$ sont obtenus d'une façon identique à celle présentée au paragraphe précédent. Rappelons que tous les coefficients sont interdépendants et sont déterminés de façon itérative.

fil 1	fil 2
$n_1 = 0.46$	$n_2 = 0.47$
$\alpha_1 = 49.3^\circ$	$\alpha_2 = 49.7^\circ$
$k_1 = 0.17$	$k_2 = 0.15$
$A_{1;0} = 1.75 \text{ V}^2$	$A_{2;0} = 1.69 \text{ V}^2$
$A_{1;1} = -8.78 \cdot 10^{-3} \text{ V}^2 \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	$A_{2;1} = -9.63 \cdot 10^{-3} \text{ V}^2 \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$
$B_{1;0} = 0.265 \text{ V}^2 \cdot \text{s}^{0.46} \cdot \text{m}^{-0.46}$	$B_{2;0} = 0.302 \text{ V}^2 \cdot \text{s}^{0.47} \cdot \text{m}^{-0.47}$
$B_{1;1} = -0.97 \cdot 10^{-3} \text{ V}^2 \cdot \text{s}^{0.46} \cdot \text{m}^{-0.46} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	$B_{2;1} = -1.20 \cdot 10^{-3} \text{ V}^2 \cdot \text{s}^{0.47} \cdot \text{m}^{-0.47} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$

TAB. 6.4 – Constantes de la loi de King pour la sonde 3 fils si la température T est exprimée en degré Celcius.

Pour les mesures présentées dans la suite, nous avons utilisé les valeurs rassemblées dans le tableau 6.4. Cependant, la conversion tension-vitesse est ici beaucoup moins directe que dans le cas d'un fil simple et une méthode de conversion plus avancée doit être employée.

6.4.4 Conversion vitesse effective - vitesse réelle pour la sonde croisée

Considérons, dans un premier temps, que l'on peut négliger l'influence de la composante de la vitesse parallèle au fil sur le refroidissement de ce dernier (*i.e.* $k_{1,2} = 0$). Dans ce cas, on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} U_{e,1} \\ U_{e,2} \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} \quad (6.55)$$

avec M une matrice inversible définie selon :

$$M = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 \\ -\cos \alpha_2 & \sin \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (6.56)$$

On observe que, si on peut négliger l'influence de la vitesse parallèle au fil, la conversion tension-vitesse est immédiate :

$$\begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} = M^{-1} \cdot \begin{bmatrix} U_{e,1} \\ U_{e,2} \end{bmatrix} \quad (6.57)$$

Considérons dans un second temps le cas général des coefficients $k_{1,2}$ non nuls. La relation entre les vitesses effectives aux fils et la vitesse dans le repère du laboratoire n'est plus directement inversible et peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} U_{e,1}^2 = a_1 U^2 + b_1 UV + c_1 V^2 \\ U_{e,2}^2 = a_2 V^2 + b_2 VU + c_2 U^2 \end{cases} \quad (6.58)$$

$$\quad (6.59)$$

avec $a_{1,2}$, $b_{1,2}$ et $c_{1,2}$, définis selon :

$$\begin{cases} a_1 = (\cos \alpha_1)^2 + k_1^2 (\sin \alpha_1)^2 \\ b_1 = 2(1 - k_1^2) \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 \\ c_1 = (\sin \alpha_1)^2 + k_1^2 (\cos \alpha_1)^2 \end{cases} \quad (6.60)$$

$$\quad (6.61)$$

$$\quad (6.62)$$

et

$$\begin{cases} a_2 = (\sin \alpha_2)^2 + k_2^2 (\cos \alpha_2)^2 \\ b_2 = 2(k_2^2 - 1) \cos \alpha_2 \sin \alpha_2 \\ c_2 = (\cos \alpha_2)^2 + k_2^2 (\sin \alpha_2)^2 \end{cases} \quad (6.63)$$

$$\quad (6.64)$$

$$\quad (6.65)$$

En fixant V , on peut déduire la valeur de U de l'équation (6.58). En effet, cette équation correspond à un trinôme du second degré ayant deux solutions réelles dont une seule est positive (Cf. équation (6.66)). De fait, cette équation peut s'écrire sous la forme $X^2 - S.X + P = 0$ avec $S = -b_1V/a_1$ la somme et $P = (c_1V^2 - U_{e,1}^2)/a_1$ le produit des racines qui vérifient $S < 0$ et $P < 0$.

$$U = \frac{-b_1V + \sqrt{b_1^2V^2 - 4a_1(c_1V^2 - U_{e,1}^2)}}{2a_1} \quad (6.66)$$

De même, en fixant U , on peut déterminer la valeur de V en résolvant l'équation (6.59). On a maintenant deux solutions réelles positives ($S > 0$ et $P > 0$). Cependant, dans la limite $k_2 \rightarrow 0$, nous devons retrouver l'expression donnée par l'équation (6.55). Une seule des deux solutions vérifie cette condition et s'écrit sous la forme :

$$V = \frac{-b_2U + \sqrt{b_2^2U^2 - 4a_2(c_2U^2 - U_{e,2}^2)}}{2a_2} \quad (6.67)$$

Pour déterminer les valeurs de U et V , nous avons utilisé une méthode itérative avec les équations (6.66) et (6.67). Pour initialiser les itérations, nous avons considéré les valeurs de U et V obtenues avec $k_{1,2} = 0$. Le calcul converge rapidement après quatre ou cinq itérations.

Après avoir vu en détails les caractéristiques des sondes que nous avons utilisées, regardons et discutons maintenant les mesures qui ont été effectuées dans la couche limite perturbée par de l'effusion anisotherme à travers une paroi poreuse.

6.5 Mesures avec les sondes deux et trois fils

Le système de mesure de vitesse et de température par anémométrie fil chaud / fil froid est un système performant et précis. Cependant, comme pour tout système de mesure, il existe de nombreux paramètres qui peuvent altérer la qualité des mesures. C'est pourquoi, nous présentons, dans un premier temps, des mesures préliminaires pour préciser les conditions d'utilisation des fils (paragraphe 6.5.1). L'impact de l'effusion sur l'écoulement principal est étudié dans un second temps (paragraphe 6.5.2). Notons que tous les profils présentés dans cette étude ont été obtenus à une distance de 30 cm du début de la plaque poreuse.

6.5.1 Mesures préliminaires

Nous avons vu au paragraphe 6.3.2 que la fonction de transfert d'un fil froid n'est pas parfaite et qu'il est nécessaire de corriger le niveau des fluctuations de température mesuré par les sondes. Pour ce faire, nous avons utilisé deux constantes \mathcal{H}_{Pt} et \mathcal{H}_{PtRh} pour chaque fil froid. Les profils de fluctuations de température T_{rms} , tracés par la suite, sont définis par rapport aux fluctuations de température mesurées par la sonde $T_{rms,sonde}$ selon la relation :

$$T_{rms} = \frac{T_{rms,sonde}}{\mathcal{H}} \quad (6.68)$$

Pour évaluer les constantes \mathcal{H}_{Pt} et \mathcal{H}_{PtRh} , nous n'avons pas pris la valeur des plateaux des fonctions de transfert calculée précédemment car elle ne correspond qu'à une gamme de fréquence limitée. Nous avons calculé ici des valeurs "intégrales" afin de prendre en compte l'ensemble du spectre et plus précisément la gamme de fréquence du signal en température. Plus précisément, nous avons considéré un spectre de température (obtenu expérimentalement et représentatif de la majeure partie des spectres mesurés) auquel nous avons appliqué la fonction de transfert calculée au paragraphe 6.3.2. Les constantes \mathcal{H}_{Pt} et \mathcal{H}_{PtRh} sont définies pour les deux fils froids utilisés au cours de cette étude selon :

$$\mathcal{H}^2 \int_0^\infty \widehat{T}^2(f) df = \int_0^\infty H^2(f) \widehat{T}^2(f) df \quad (6.69)$$

Nous avons ainsi calculé $\mathcal{H}_{Pt} \simeq 0.85$ et $\mathcal{H}_{PtRh} \simeq 0.89$. Pour le fil de platine, on retrouve la valeur du plateau car ce dernier correspond à une large bande de fréquence.

Les sondes utilisées au cours de cette étude nous ont permis d'accéder à différentes variables de l'écoulement. L'avantage de la sonde deux fils est de permettre les mesures en très proche paroi (y^+ de l'ordre de 5 pour la couche limite sans effusion). Par contre, elle ne donne pas accès à la composante verticale de la vitesse, ce que la sonde trois fils autorise. Cependant, de par son encombrement spatial, la sonde trois fils interdit l'accès à la sous-couche visqueuse. Ainsi, les deux sondes utilisées ont chacune leurs avantages et inconvénients propres et sont parfaitement complémentaires dans cette étude.

Nous avons vérifié que, pour ces deux sondes, les fils n'interagissaient pas entre eux et que le fil froid n'était pas sensible à la vitesse de l'écoulement. À l'inverse, la réponse du fil chaud est fortement dépendante de la température de l'écoulement. Ainsi, il est nécessaire de prendre des

coefficients de la loi de King qui soient fonction de la température. Par exemple, notre gamme de température ($\Delta T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$) correspond à une variation de la tension des fils de l'ordre de $S_T \Delta T \simeq 1.4 \text{ V}$, soit un écart sur l'estimation de la vitesse de $S_T \Delta T / S_U \simeq 4 \text{ m.s}^{-1}$. Il apparaît donc important pour notre étude de bien prendre en compte les variations des coefficients de King en fonction de la température.

Dans une première série de mesure non présentée ici (Cf. Michard *et al.* (2003)), nous avons effectué des mesures séparées de la température et de la vitesse avec un unique fil (froid ou chaud) pour chaque acquisition. Par ce système de mesure, il n'était pas possible de corriger pour les temps d'acquisition du fil chaud les coefficients de King en fonction de la température instantanée (car celle-ci n'est pas mesurée aux memes instants). Nous avons alors pris, en tout point de mesure, les coefficients de King à la température moyenne mesurée par le fil froid au même point lors d'une précédente acquisition.

Dans les mesures présentées ci-après, nous avons utilisé, pour tous les temps d'acquisition, la température délivrée par le fil froid pour calculer les coefficients de King. Nous avons alors cherché à estimer l'erreur commise dans la première série de mesure qui ne prend en compte que la température moyenne. Nous n'avons pas observé de différence sur le profil moyen de vitesse ni sur les profils des facteurs de dissymétrie et d'aplatissement de la vitesse. En revanche, nous avons noté que le niveau des fluctuations de vitesse était sous-estimé (jusqu'à 30 %) si on prend en compte une température et des coefficients moyens (Cf. figure 6.22). On note par ailleurs que l'erreur relative commise sur les profils des fluctuations est directement liée aux fluctuations de températures (Cf. figure 6.23)

Dans le cadre de la sonde trois fils, la position du fil froid par rapport aux deux fils chauds a un impact sur les mesures. Deux positions sont possibles : le fil froid est vertical (direction y , dans le même plan que les fils chauds) ou le fil froid est horizontal (direction z , normale au plan des fils chauds). Dans le premier cas, on peut approcher le fil froid relativement près des deux fils chauds. Cependant, le fil est alors perpendiculaire aux isothermes et les effets thermoélectriques doivent être pris en compte. Dans le second cas, le fil est orienté suivant les isothermes et les

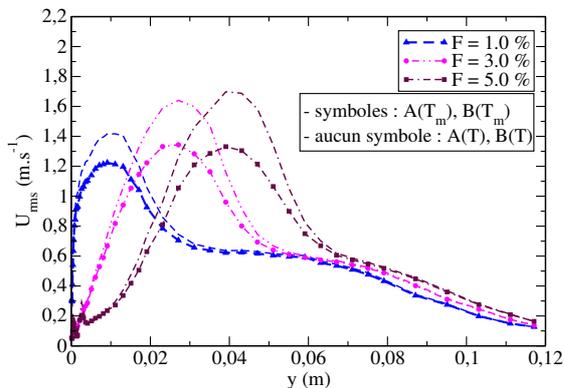


FIG. 6.22 – Fluctuations de vitesse en considérant une température moyenne T_m ou la température instantanée T .

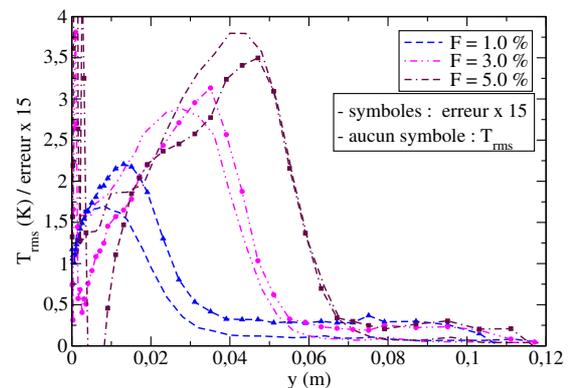


FIG. 6.23 – Fluctuations de température et erreur relative sur l'estimation des fluctuations de vitesse.

effets thermoélectriques sont nuls mais les mesures de vitesse et de température ne sont pas vraiment localisées. Nous avons choisi la première situation avec une mesure localisée mais avec des corrections dues aux effets thermoélectriques à intégrer.

Les effets thermoélectriques sont présents aux jonctions fil Pt-Rh / gaine en argent et gaine en argent / broches en acier. On observe l'impact des effets thermoélectriques lors de la comparaison des profils de température moyenne obtenus avec la sonde deux fils et la sonde trois fils (Cf. figure 6.24). On note les deux sondes ont un écart de l'ordre de 2 K dans les zones de fort gradient de température. On peut alors estimer le coefficient Seebeck équivalent pour la sonde en traçant le rapport de l'écart de température entre les deux sondes sur le gradient de température. On observe, dans les zones à gradient non nul, un plateau (Cf. figure 6.25). À partir de la valeur de ce plateau, de la taille de la sonde ($L = 3$ mm) et en supposant que l'effet principal provient des jonctions Ag/acier, on estime le coefficient Seebeck entre 10 et 20 $\mu\text{V.K}^{-1}$.

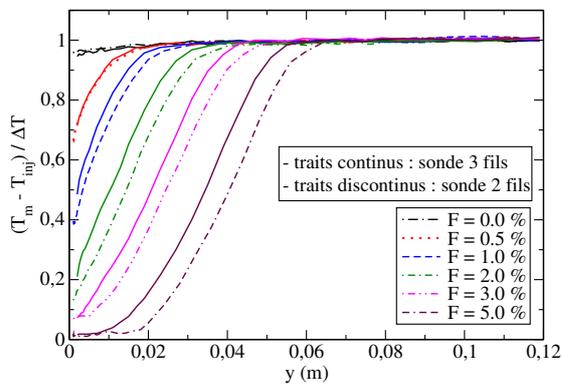


FIG. 6.24 – Profils de température moyenne avec les sondes deux et trois fils.

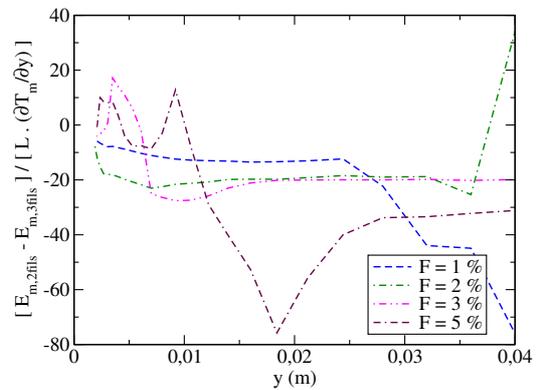


FIG. 6.25 – Effet thermoélectrique sur le fil froid vertical.

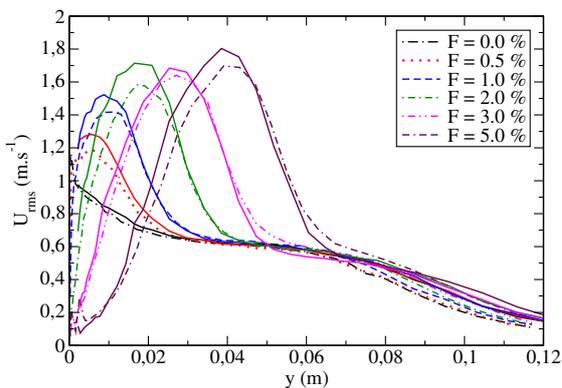


FIG. 6.26 – Profils des fluctuations de vitesse avec les sondes deux et trois fils.

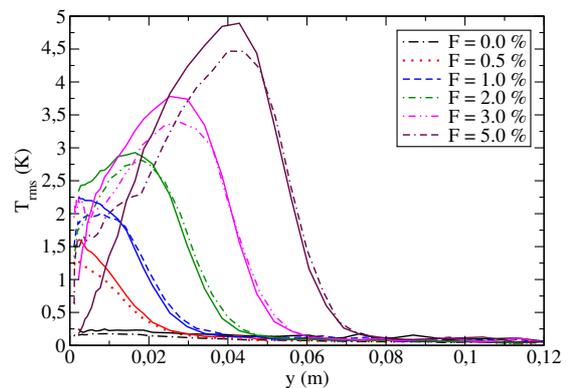


FIG. 6.27 – Profils des fluctuations de température avec les sondes deux et trois fils.

Notons qu'il est délicat, dans cette approche, d'obtenir une valeur unique pour tous les taux d'effusion. En effet, la mesure du coefficient Seebeck doit être effectuée dans une configuration où l'écart de température entre les deux jonctions est fixé de façon connue et est invariant dans le temps. Dans notre cas, cet écart n'est fixé qu'en moyenne. Ainsi, le déphasage du signal de température entre les deux broches modifie l'amplitude de l'effet Seebeck observé. On peut alors évaluer les deux écarts de température à l'origine de l'effet Seebeck : d'une part, l'écart de température entre les deux broches dû au gradient de température moyenne ; et d'autre part, l'écart de température entre les deux broches dû au déphasage du signal de température sur la distance séparant les broches. Dans le premier cas, on peut évaluer l'écart de température selon : $\Delta T \simeq \frac{\partial T}{\partial y} L \simeq 1.5 \text{ K}$. Dans le second cas, on peut évaluer l'effet maximum en supposant que les signaux de température sont en opposition de phase entre les deux broches. L'écart de température peut alors être estimé par l'amplitude des fluctuations de température : $\Delta T \simeq T_{rms} \simeq 2 \text{ K}$. On remarque ainsi que l'effet Seebeck observé dans notre étude dépend à la fois du gradient de température moyenne mais aussi du déphasage du signal de température entre les deux broches.

Par la suite, pour corriger les effets thermoélectriques, nous avons imposé au signal de température de la sonde trois fils d'avoir la même valeur moyenne que le profil moyen mesuré par la sonde deux fils. Notons, que sans cette correction, les profils de vitesse moyenne pour les deux sondes sont décalés de la même manière que les profils de température moyenne. En prenant en compte cette correction, on obtient une correspondance à mieux que 5 %. Pour les profils des fluctuations de vitesse et de température (Cf. figures 6.26 et 6.27), on observe un écart supérieur de l'ordre de 10 %. L'écart pour les profils des fluctuations de température peut avoir plusieurs causes. D'une part, on prend en compte ici également les fluctuations des effets thermoélectriques et d'autre part, la correction des courbes de fluctuations de température n'est qu'approximative. En effet, les facteurs correctifs ont été calculés à partir d'une estimation des fonctions de transfert des fils froids (Cf. paragraphe 6.3.2) et non à partir de mesures directes. Par ailleurs, la surestimation du niveau des fluctuations de vitesse est due en partie à la surestimation des fluctuations de température qui modifie la conversion tension-vitesse.

6.5.2 Résultats des mesures et discussion

Introduction

L'effusion d'air froid à travers la paroi poreuse modifie de façon fondamentale les caractéristiques de l'écoulement pariétal. De plus, ces modifications sont très sensibles à la valeur du taux d'effusion F . L'effusion a effets complémentaires. Elle agit tout d'abord sur la température de la paroi, ensuite elle modifie l'écoulement de très proche paroi, et enfin elle affecte la couche limite turbulente sur toute son épaisseur. Dans la suite, nous suivrons séquentiellement ces trois effets. Notons que les courbes tracées représenteront la vitesse longitudinale U et la température T mesurées par la sonde deux fils, et la vitesse verticale V mesurée par la sonde trois fils.

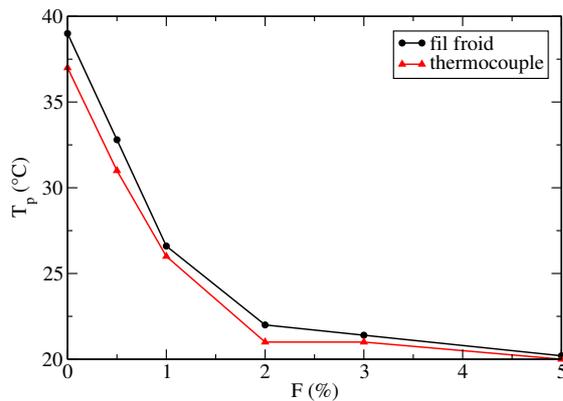


FIG. 6.28 – Température de paroi mesurée par extrapolation du profil de température ou par un thermocouple.

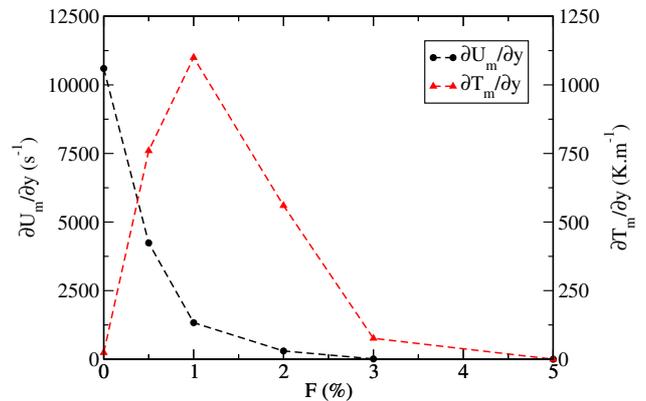


FIG. 6.29 – Gradient pariétaux de vitesse et de température en fonction du taux d'effusion F .

Impact sur la température de paroi

Afin de quantifier l'impact de l'effusion sur la paroi et plus précisément sur sa température, nous avons considéré deux possibilités pour accéder à la température de paroi T_p . D'une part, on mesure cette dernière au moyen d'un thermocouple soudé sur la paroi et, d'autre part, on extrapole les profils de température obtenus avec le fil froid. Ces deux mesures ont une marge d'erreur non négligeable. L'extrapolation des profils de température a tendance à donner une surestimation de la température de paroi car on sous-estime le gradient de température en n'approchant pas suffisamment de la paroi (surtout valable pour $F \leq 1\%$). Malgré ces incertitudes, on note sur la figure 6.28 que les deux mesures donnent des résultats proches. Il apparaît ainsi que la température de paroi diminue très rapidement avec le taux d'effusion. On note donc que l'effusion est une technique efficace de protection thermique d'une paroi soumise à un flux de chaleur de la part d'un écoulement turbulent.

Cependant, on ne possède ici qu'une information sur la température moyenne de la paroi. Si une diminution de cette dernière est souvent nécessaire pour éviter la détérioration la paroi, il est également souhaitable que les fluctuations de température ne soient pas trop importantes. En effet, les basses fréquences (typiquement de 0.1 à 10 Hz) sont celles qui pénètrent le plus dans le matériau. Elle peuvent provoquer un faïençage (développement de micro-fissures) et dégrader prématurément la paroi. Le niveau des fluctuations de température de la paroi à sa surface ont une amplitude du même ordre que celle des fluctuations de température de l'écoulement en très proche paroi. Or, on observe sur la figure 6.38 que le niveau des fluctuations en très proche paroi est certes plus élevé en présence d'effusion mais n'atteint pas de valeurs importantes et ne semble pas augmenter avec le taux d'effusion (l'évolution des fluctuations sur toute l'épaisseur de la couche limite sera discuté dans la suite). De plus, on observe que l'amplitude des spectres de température pour les basses fréquences varie peu avec le taux d'effusion (Cf. annexe C). Cette observation a son importance puisque ce sont justement les basses fréquences qui sont dommageable pour la paroi. Ainsi, l'effusion protège efficacement les parois à la fois en température moyenne mais également en fluctuations de température.

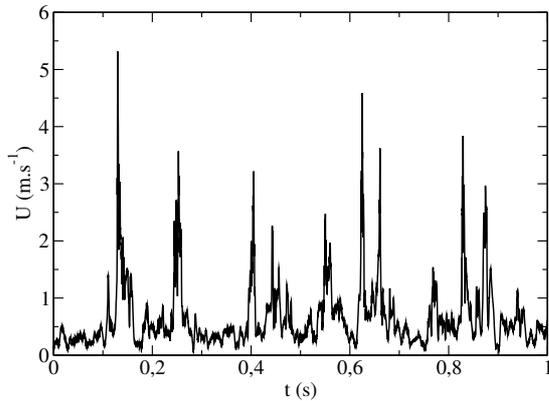


FIG. 6.30 – Signal temporel de la vitesse pour $F = 3\%$ et $y = 5$ mm.

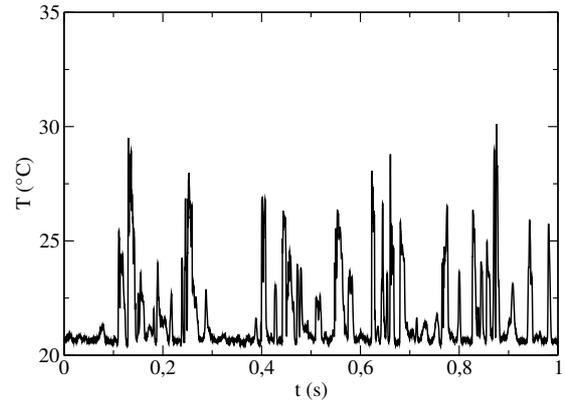


FIG. 6.31 – Signal temporel de la température pour $F = 3\%$ et $y = 5$ mm.

Impact sur l'écoulement de très proche paroi

Gradient de vitesse et de température pariétaux

Nous allons maintenant étudier l'influence de l'effusion sur l'écoulement en très proche paroi. On note sur la figure 6.29, que l'effusion a tendance à diminuer le gradient de vitesse pariétal et donc le coefficient de frottement. En ce qui concerne le gradient de température, on n'observe pas d'évolution monotone. Le gradient de température augmente pour des taux d'effusion inférieurs à 1% puis diminue pour des taux supérieurs à 2%. Pour les faibles taux d'effusion, la température de paroi diminue fortement tandis que la température de l'écoulement est modifiée sur une très faible épaisseur. Ainsi, cela induit une différence de température importante entre la paroi et l'écoulement en proche paroi et donc un fort gradient thermique. Pour les taux d'effusion supérieurs, l'effusion affecte l'écoulement sur une plus grande épaisseur. Aussi, la température de l'écoulement en proche paroi est proche de celle de l'air effusé et varie peu spatialement. Le gradient de température pariétal a alors tendance à diminuer.

Décollement de la couche limite

Par ailleurs, on remarque que, pour des taux d'effusion supérieurs à 2 %, le gradient de vitesse devient nul et une zone d'écoulement à très faible vitesse apparaît. Les fluctuations de vitesse et de température (Cf. figures 6.34, 6.36 et 6.38) ainsi que les corrélations vitesse-vitesse et vitesse-température (Cf. figures 6.51 à 6.53 dans l'annexe C) sont très faibles dans cette partie de l'écoulement. Il apparaît donc que la couche limite est décollée et qu'il existe une zone de fluide "mort" au dessus de la paroi qui provient principalement de l'air effusé à travers la paroi poreuse. D'après les profils de vitesse moyenne, cette zone de faible vitesse semble s'étendre jusqu'à $y \simeq 5$ mm pour $F = 3$ % et jusqu'à $y \simeq 15$ mm pour $F = 5$ %.

Cette interprétation est corroborée par l'allure des profils des facteurs de dissymétrie et d'aplatissement de la vitesse et de la température (Cf. figures 6.39 à 6.44). En effet, on note que ces deux coefficients sont élevés aux voisinage des coordonnées données ci-dessus comme l'épaisseur de la zone de faible écoulement. Ceci montre qu'il y a un changement brusque de la loi statistique de la vitesse de l'écoulement et correspond bien à l'interprétation d'un décollement de la couche limite avec une zone de fluide "mort" en proche paroi et une couche de cisaillement entre cet écoulement et l'écoulement supérieur. De plus, un facteur d'aplatissement élevé est souvent révélateur de la présence d'un phénomène instationnaire. Ce dernier correspond ici à des bouffées de fluide chaud qui pénètrent dans la zone d'écoulement pariétal à faible vitesse. On peut observer ce phénomène sur les signaux temporels de la vitesse ou de la température tracés sur les figures 6.30 et 6.31 correspondant à un taux d'effusion de 3 % et à une distance de $y = 5$ mm de la paroi.

Impact sur l'ensemble de la couche limite

Dans un troisième temps, on observe que l'impact de l'effusion ne se limite pas à la température de paroi et aux caractéristiques de l'écoulement de proche paroi mais que la couche limite est perturbée sur toute son épaisseur. Ainsi, on note l'épaississement des couches limites dynamique et thermique qui est un impact direct de l'air injecté à travers la paroi poreuse. Ceci peut s'observer à la fois sur les profils de vitesse et température moyennes (Cf. figures 6.33 et 6.37) mais aussi sur les profils des fluctuations (Cf. figures 6.34 et 6.38). Plus précisément, on note sur la figure 6.32 une augmentation des épaisseurs de couche limite δ_U , δ_T et δ_d en fonction du taux d'effusion ; avec δ_U l'épaisseur de la couche limite dynamique, δ_T l'épaisseur de la couche limite thermique et δ_d l'épaisseur de déplacement définies respectivement par $U(\delta_U) = 0.9 U_\infty$, $T(\delta_T) = T_p + 0.9(T_\infty - T_p)$ et $\delta_d = \int (1 - \rho U / \rho_\infty U_\infty) dy$. De plus, nous avons tracé sur la figure 6.32 l'évolution de la position du maximum des fluctuations de vitesse en fonction du taux d'effusion. On note une évolution quasi-linéaire qui accompagne l'épaississement de la couche limite turbulente par l'air effusé à travers la paroi poreuse.

Mais si l'effusion augmente la taille des couches limites, elle modifie également la forme même des profils de vitesse et de température. Ainsi, pour le profil de vitesse moyenne, on passe d'un profil logarithmique classique de couche limite turbulente pour $F = 0$ %, à un profil quasi-linéaire pour $F = 2$ %, et à une inversion de concavité pour $F = 3$ % et 5 %.

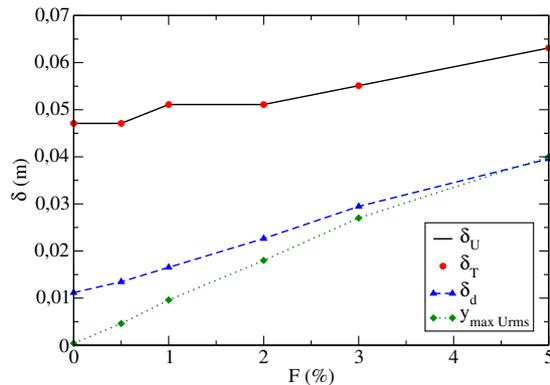


FIG. 6.32 – Évolution des épaisseurs de couche limite en fonction du taux d'effusion F .

De plus, on note que les profils des fluctuations de vitesse en présence d'effusion sont différents du profil sans effusion. Ainsi, en présence d'effusion, il apparaît un pic des fluctuations de vitesse plus élevé mais surtout beaucoup plus large. L'observation des profils de corrélations doubles vitesse-vitesse et vitesse-température (Cf. figures 6.51 à 6.53) montre une augmentation importante des niveaux des corrélations. On remarque également que le pic des corrélations s'éloigne de la paroi lorsque le taux d'effusion augmente.

D'autre part, on note que l'évolution des profils de température en fonction du taux d'effusion est semblable à celle des profils de vitesse. Il semble donc que la nature même de l'écoulement soit modifiée par la présence de l'écoulement secondaire. En effet, on observe que les facteurs de dissymétrie et d'aplatissement sont très largement modifiés en présence d'effusion, et ce, sur toute la hauteur de la couche limite. Sans effusion, la statistique est proche d'une gaussienne avec $S = 0$ et $F = 0$. En revanche, S et F s'écartent de ces valeurs typiques en présence d'effusion, ce qui révèle une statistique décentrée et étalée, comme on peut également l'observer sur les histogrammes des densités de probabilité de la vitesse et de la température (Cf. figure 6.45). De plus, on note que la répartition spectrale de l'énergie est affectée par la présence de l'effusion (Cf. figure 6.46 à 6.50). Sans effusion, le spectre de vitesse a la forme d'un spectre de Kolmogorov, tandis qu'il s'en écarte lorsque le taux d'effusion augmente. On observe que la pente du spectre dans la zone inertielle diminue de $-5/3$ à -1 avec le taux d'effusion pour le spectre de vitesse, tandis qu'il augmente de $-5/3$ à $-7/3$ pour le spectre de température. En outre, on note que la fréquence de coupure du spectre de température diminue avec le taux d'effusion. Pour plus de détails sur les données correspondantes aux histogrammes et aux spectres de la température et de la vitesse, on pourra se reporter aux figures données dans l'annexe C. Nous avons tracé les spectres et les histogrammes des probabilités de présence de la vitesse et de la température pour tous les taux d'effusion.

Par conséquent, il apparaît que la nature statistique de l'écoulement est profondément modifiée par la présence de l'effusion d'air froid à travers la paroi poreuse.

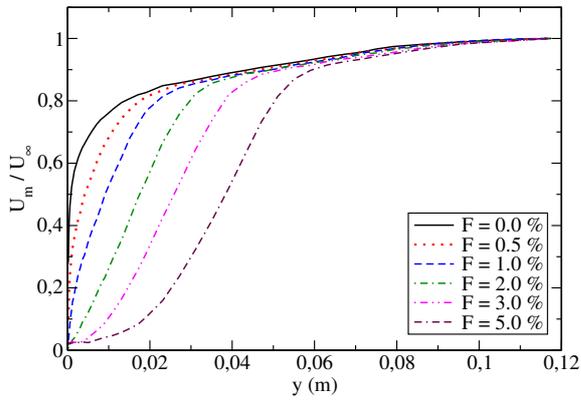


FIG. 6.33 – Vitesse moyenne.

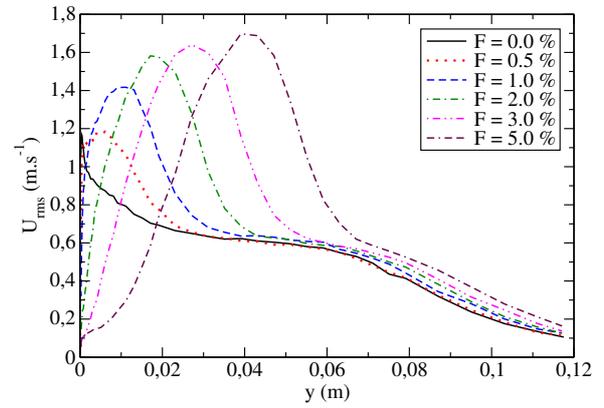


FIG. 6.34 – Écart-type de la vitesse.

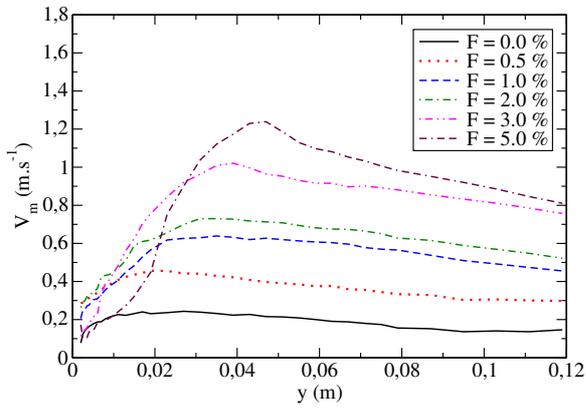


FIG. 6.35 – Vitesse verticale moyenne.

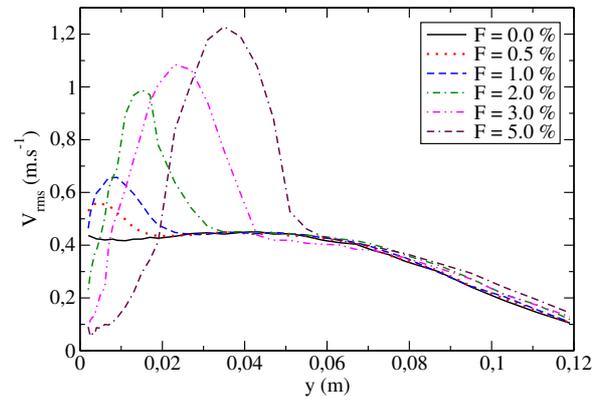


FIG. 6.36 – Écart-type de la vitesse verticale.

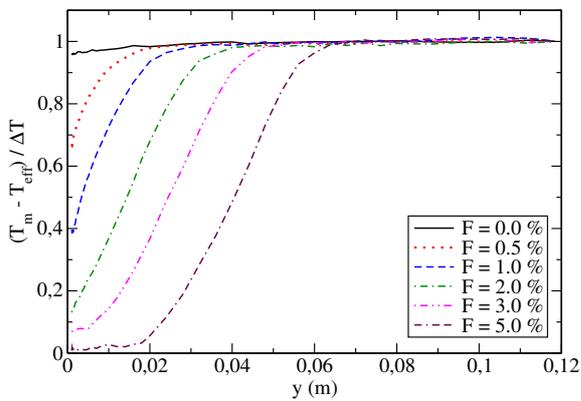


FIG. 6.37 – Température moyenne.

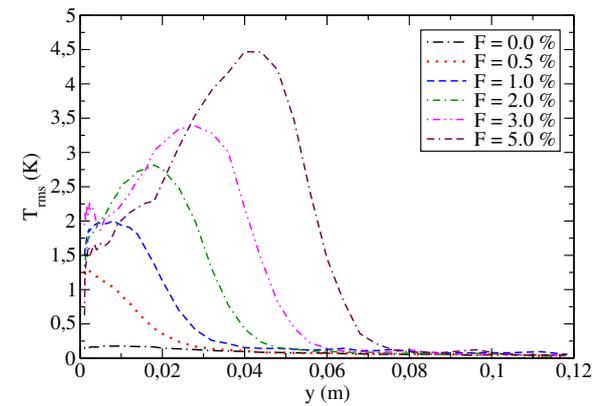


FIG. 6.38 – Écart-type de la température.

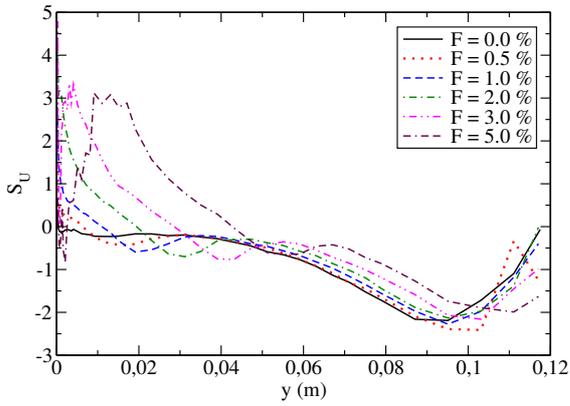


FIG. 6.39 – Coefficient de dissymétrie S_u .

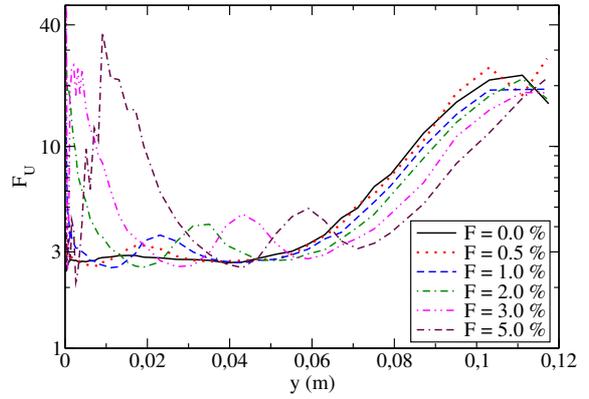


FIG. 6.40 – Coefficient d'aplatissement F_u .

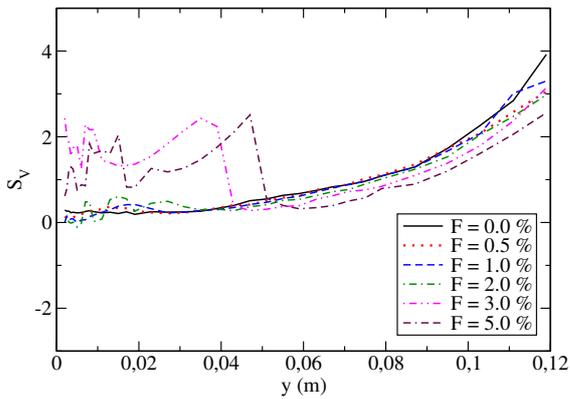


FIG. 6.41 – Coefficient de dissymétrie S_v .

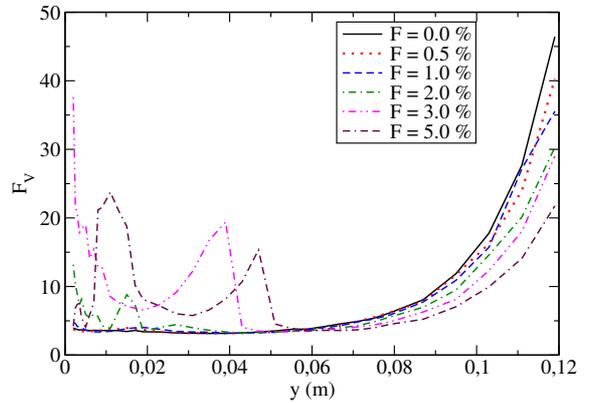


FIG. 6.42 – Coefficient d'aplatissement F_v .

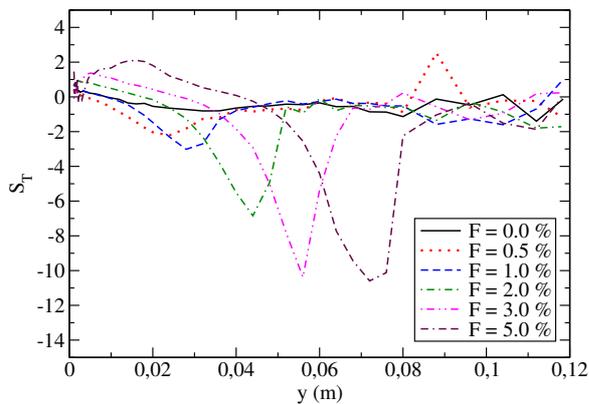


FIG. 6.43 – Coefficient de dissymétrie S_T .

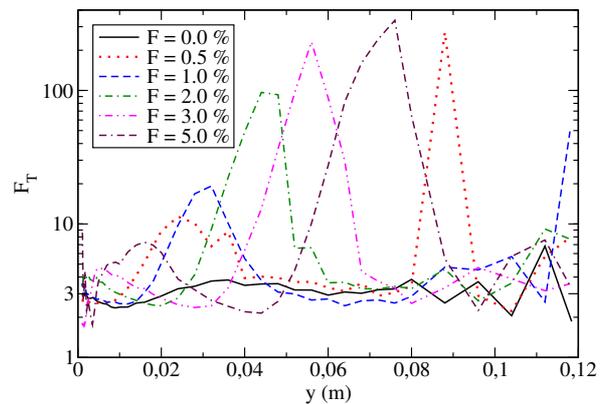


FIG. 6.44 – Coefficient d'aplatissement F_T .

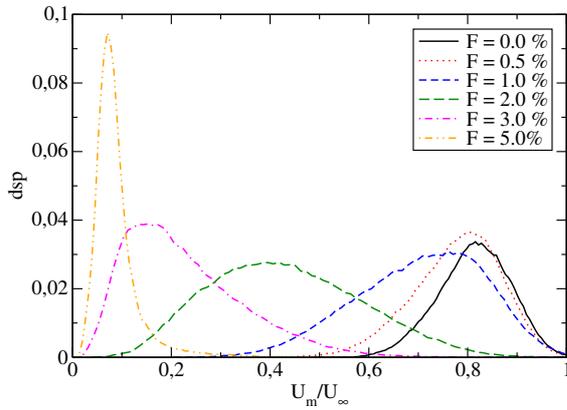


FIG. 6.45 – Densité de probabilité de la vitesse à $y = 15$ mm.

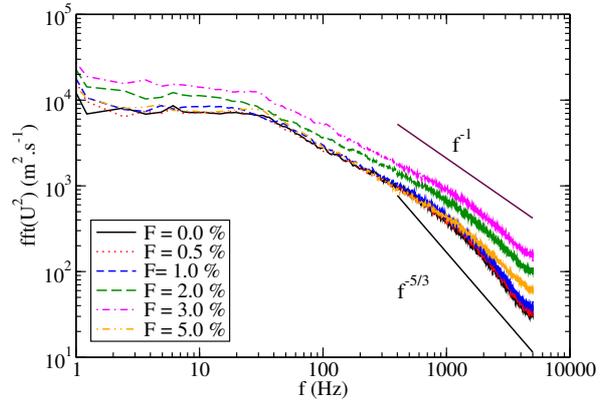


FIG. 6.46 – Spectre de la vitesse à $y = 31$ mm.

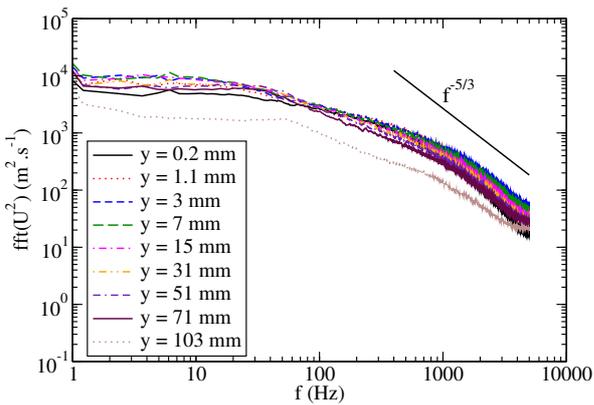


FIG. 6.47 – Spectre de vitesse pour $F = 0.0\%$.

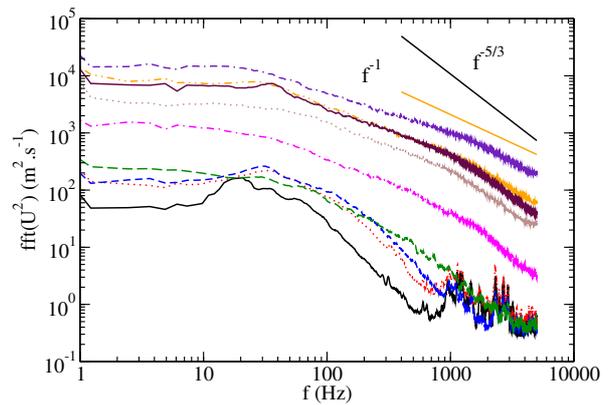


FIG. 6.48 – Spectre de vitesse pour $F = 5.0\%$.

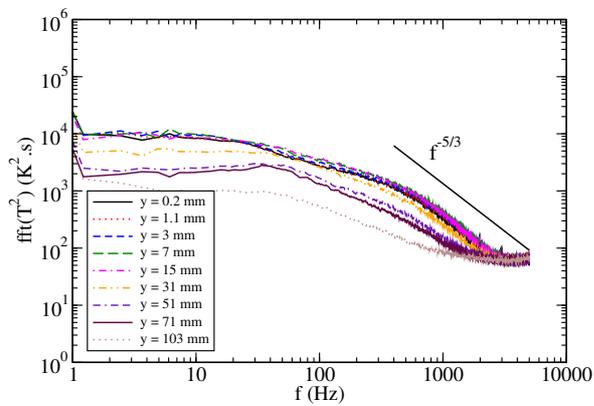


FIG. 6.49 – Spectre de température pour $F = 0.0\%$.

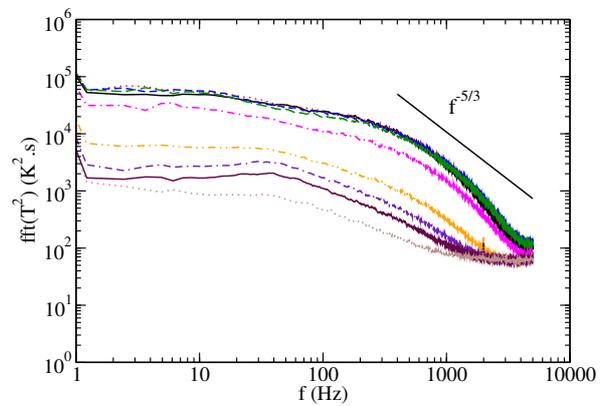


FIG. 6.50 – Spectre de température pour $F = 5.0\%$.

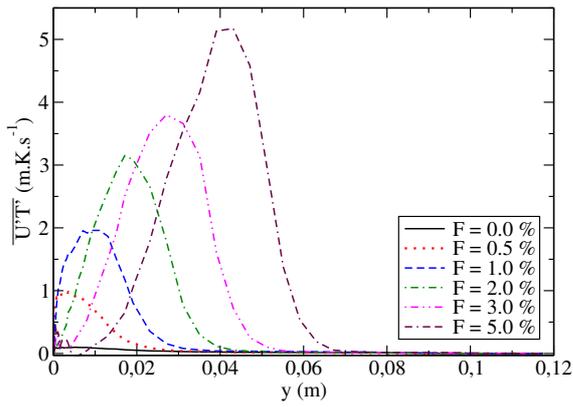


FIG. 6.51 – Corrélation $\overline{U'T'}$.

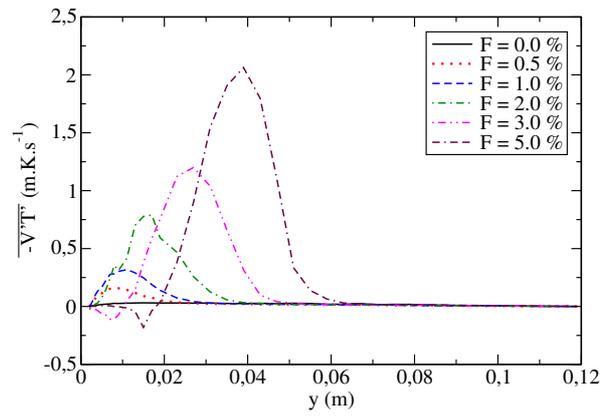


FIG. 6.52 – Corrélation $-\overline{V'T'}$.

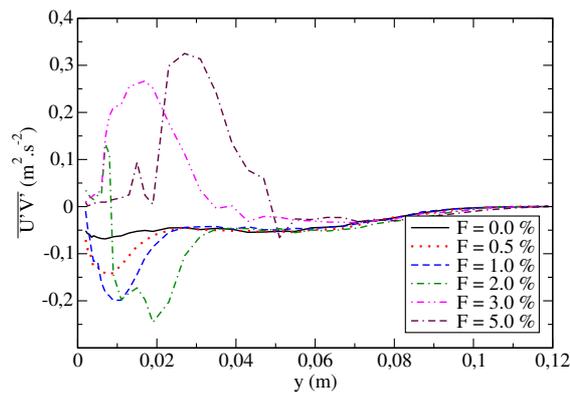


FIG. 6.53 – Corrélation $\overline{U'V'}$.

6.6 Conclusions

Au cours de cette étude, nous avons mis en place un système de mesure par anémométrie fil chaud / fil froid. Nous avons utilisé deux sondes, nous permettant d'accéder aux mesures de la vitesse et de la température en proche paroi d'une part, et à la composante verticale de la vitesse d'autre part. Les étalonnages des sondes prennent en compte les variations des paramètres avec la température. De façon générale, nous avons étudié les caractéristiques des sondes utilisées afin d'opérer dans les meilleures conditions et d'obtenir les résultats les plus précis possibles.

Au moyen de ces sondes, nous avons mesuré les multiples effets de l'effusion sur une couche limite turbulente. On observe un refroidissement rapide de la paroi à la fois en température moyenne et en température fluctuante. Ceci prouve la très forte efficacité de l'effusion à protéger thermiquement des parois, et ce, pour de très faibles taux d'effusion ($F \simeq 2\%$). On note également l'impact de l'effusion sur l'écoulement de proche paroi avec une diminution du gradient pariétal de la vitesse. De plus, on observe l'apparition, pour des taux d'effusion supérieurs à 3 %, d'une zone d'écoulement à faible vitesse en proche paroi et d'une couche de cisaillement entre cet écoulement et l'écoulement principal. Enfin, on remarque que l'effusion a un impact sur toute la hauteur de la couche limite en augmentant les épaisseurs de couches limites dynamique et thermique mais aussi en modifiant la forme même des profils moyens et turbulents. L'analyse des facteurs de dissymétrie et d'aplatissement, des densités de probabilité et des spectres, montre que l'effusion modifie de façon fondamentale la nature statistique de l'écoulement.

Chapitre 7

Simulation des grandes échelles de l'effusion anisotherme

7.1 Introduction

L'étude de l'impact de l'effusion d'un fluide froid à travers une paroi poreuse par simulation des grandes échelles soulève de nombreuses difficultés. En effet, la configuration étudiée comprend une couche limite turbulente établie qu'il est délicat de simuler. Pour y parvenir, nous avons tout d'abord développé une entrée turbulente (pour une description détaillée, on pourra se reporter au chapitre 3). Par la suite, nous avons effectué des simulations sans prendre en compte d'écart de température entre l'écoulement principal (la couche limite turbulente) et l'écoulement secondaire (l'effusion). Pour plus de détail sur cette étude, on pourra se reporter à Brillant *et al.* (2004). Enfin, nous avons considéré une configuration anisotherme qui est présentée en détails dans le présent chapitre. La configuration étudiée est identique à l'étude expérimentale exposée au chapitre 6 et permet, par conséquent, des comparaisons expériences-simulations. Notons que l'écart de température $\Delta T = 20$ °C imposé entre le fluide effusé et le fluide principal a été choisi pour permettre la simulation d'un écoulement incompressible avec l'hypothèse de Boussinesq.

Nous présentons dans un premier temps la configuration numérique de cette étude en explicitant les différents paramètres utilisés. Ensuite, nous comparons les résultats des simulations avec les mesures expérimentales et enfin, nous discutons les nouveaux résultats obtenus par les simulations.

7.2 Configuration et paramètres de simulation

Configuration générale

La configuration étudiée correspond à celle étudiée expérimentalement au chapitre 6 afin de permettre la comparaison des résultats. Cependant, il ne nous est pas possible, pour des raisons de temps de calcul et de capacités informatiques, de simuler la totalité de la veine d'essais. Pour résoudre le problème de l'établissement d'une couche limite turbulente, nous avons considéré l'entrée turbulente présentée au chapitre 3 qui nous permet de réduire le domaine de maillage (Cf. figure 7.1). Ce domaine comprend une zone d'établissement de la condition limite d'entrée de fluide qui précède la plaque poreuse ainsi que la zone d'écoulement au dessus de la paroi poreuse.

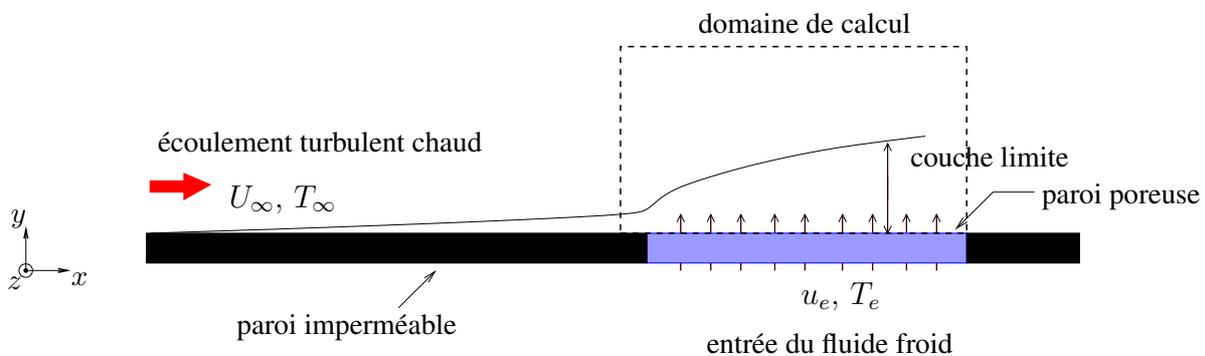


FIG. 7.1 – Configuration générale de l'étude et domaine de calcul.

Conditions aux limites dynamiques

La précision d'une simulation dépend très largement des conditions aux limites utilisées, et ce, particulièrement pour la simulation des grandes échelles. Ainsi, nous utilisons pour condition limite de sortie de fluide une condition de sortie convective du type Orlansky et non une condition de pression imposée qui permet le retour d'onde dans le domaine. D'autre part, nous avons déjà vu la difficulté relative à l'établissement d'une couche limite turbulente qui passe, dans notre cas, par l'utilisation d'une entrée de fluide turbulente. Les caractéristiques de l'entrée turbulente utilisée sont données par la suite.

Nous considérons une condition de périodicité suivant la direction transverse et une condition de sortie convective sur le haut du domaine. Si une condition de symétrie semblait intéressante pour le haut du domaine, elle n'apparaît pas comme pertinente a posteriori. En effet, la condition de symétrie impose à la composante verticale d'être nulle à la limite du domaine. Or, pour des raisons de temps de calculs, on ne peut prendre le domaine suffisamment haut pour que cette condition soit valable et la composante verticale de la vitesse n'est pas nulle ni en moyenne, ni en fluctuations. Ainsi, avec la condition limite de symétrie, les profils de la vitesse verticale moyenne et fluctuante sont fortement altérés. De plus, on remarque que, puisque la condition de symétrie impose aux fluctuations de la vitesse verticale d'être nulles à la limite du

domaine, la redistribution de l'énergie cinétique suivant les composantes de la vitesse implique une remontée des fluctuations de vitesse suivant les composantes longitudinale et transverse (on peut observer ce fait sur les figures 3.22 à 3.24 présentées au chapitre 3). Par conséquent, pour éviter les désagréments de la condition de symétrie, nous avons considéré une condition de sortie convective pour la partie supérieure du domaine.

Pour la surface inférieure du domaine, nous considérons deux parties. Pour la première partie qui suit l'entrée du domaine, nous avons appliqué une condition de non-glissement. Cette zone "tampon" est utilisée pour que l'entrée de fluide turbulente soit bien établie et n'interfère pas directement avec la condition limite d'effusion. Une étude préliminaire nous a montré qu'une très faible distance suffisait. Par la suite, nous avons pris la longueur de la zone tampon égale à 2 cm. La seconde partie correspond à la plaque poreuse. Pour cette dernière, nous ne voulions pas utiliser de loi de paroi afin d'effectuer une simulation la plus précise possible. De ce fait, le maillage est très raffiné en proche paroi. Pour prendre en compte l'effusion de fluide à travers la paroi poreuse, nous avons utilisé le modèle dit à "trous" développé par Bellettre *et al.* (1999). Ce modèle consiste en une succession d'éléments ayant une condition limite de type paroi (ou condition de non-glissement dans notre cas) et de type entrée de fluide avec vitesse et température imposées (Cf. figure 7.2).

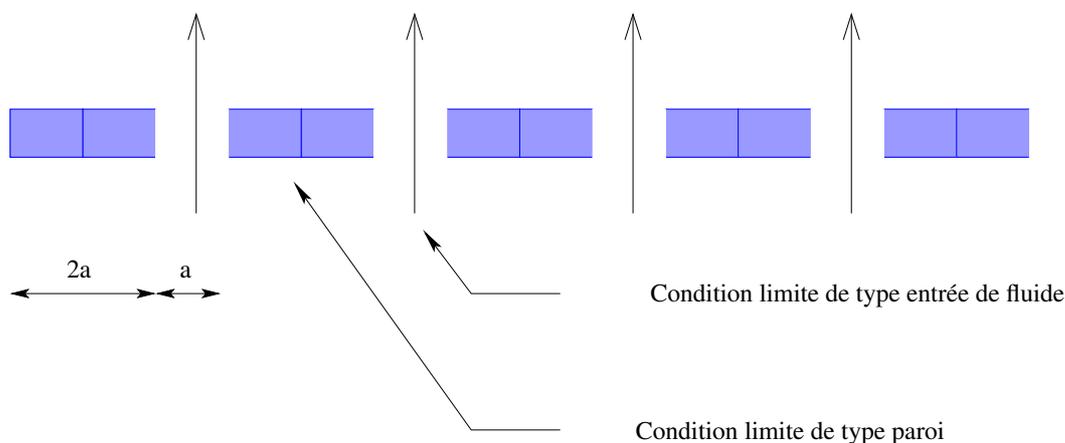


FIG. 7.2 – Modèle à trous pour la paroi poreuse.

Nous utilisons deux éléments de type paroi pour un élément de type entrée de fluide afin de correspondre au mieux à la porosité de 30% de la plaque utilisée expérimentalement. Avec une taille d'élément de 3 mm, Bellettre (1998) a obtenu une bonne correspondance avec les mesures expérimentales. Dans notre étude, nous avons pris une taille d'élément égale à 2 mm (correspondante à la taille d'une maille), ce qui nous permet d'avoir une résolution spatiale satisfaisante suivant l'axe longitudinal ($\Delta_x^+ \simeq 50$). Si la taille choisie ici est largement supérieure à la taille réelle des pores du matériau utilisé expérimentalement ($d = 30 \mu\text{m}$), il apparaît au travers de nos travaux et de ceux de Bellettre (1998) que cela ne semble pas trop affecter les résultats. En effet, ce modèle est très simple mais comprend toute la physique du problème ;

à savoir le frottement à la paroi avec les deux éléments de paroi et l'injection de fluide avec l'élément d'entrée de fluide.

Conditions aux limites thermiques

La condition d'entrée pour la température est couplée à la condition d'entrée en vitesse et correspond à l'entrée turbulente décrite ci-après. Pour la sortie de fluide, on utilise un schéma amont pour calculer le flux au bord conjointement à la condition convective utilisée pour la vitesse. Pour la direction transverse, une condition de périodicité est appliquée. Enfin, pour la paroi poreuse, on impose, à la fois pour les éléments de paroi et d'entrée de fluide du modèle à trous, une température égale à celle mesurée expérimentalement ($F = 0.5\%$: $T = 32.8\text{ °C}$, $F = 1.0\%$: $T = 26.6\text{ °C}$, $F = 2\%$: $T = 22.0\text{ °C}$, $F = 5.0\%$: $T = 20.2\text{ °C}$).

Pour la paroi imperméable entre l'entrée du domaine et la paroi poreuse, on a un saut de température suivant l'axe longitudinal. En effet, l'entrée de fluide impose à sa base (*i.e.* $x = 0, y = 0$) la température de la plaque imperméable sans effusion ($T = 38.9\text{ °C}$), tandis que la température de la plaque poreuse est inférieure et dépend du taux d'effusion. Pour éviter un saut de température sur les conditions aux limites, nous avons choisi d'imposer une variation linéaire de la température suivant l'axe longitudinal pour la plaque imperméable précédant la plaque poreuse.

Les conditions aux limites utilisées pour les simulations effectuées au cours de cette étude sont rassemblées sur la figure 7.3

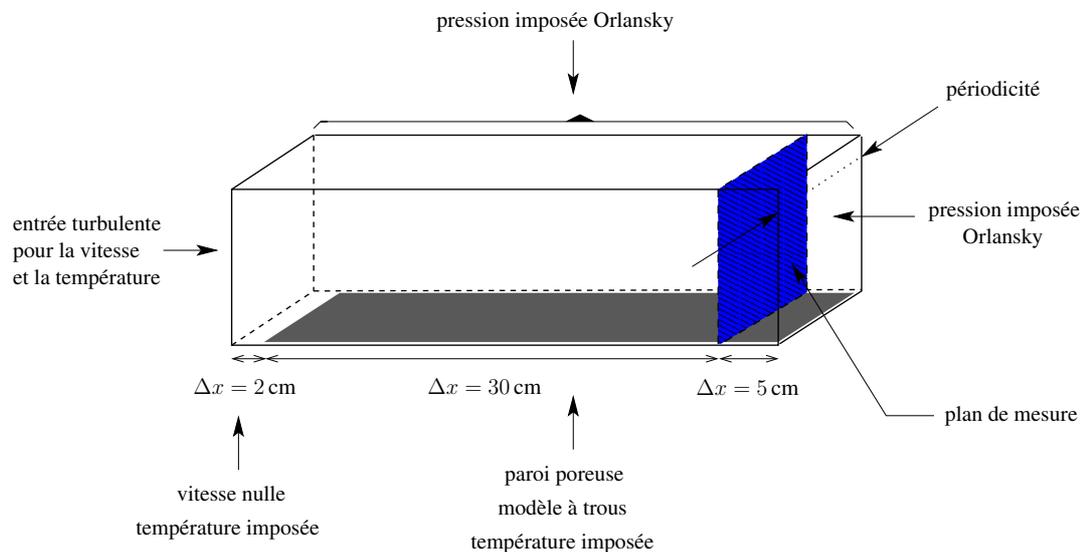


FIG. 7.3 – Conditions aux limites utilisées dans cette étude.

Définition de l'entrée turbulente en vitesse et en température

Pour définir la condition limite d'entrée de fluide, nous avons utilisé l'entrée turbulente développée au chapitre 3. Nous avons donc deux domaines de calcul, le premier étant utilisé pour

créer des fluctuations à l'entrée du second. Le second domaine correspond au calcul au-dessus de la paroi poreuse (Cf. figure 7.3). Nous imposons en entrée les profils de vitesse moyenne et de température moyenne mesurés expérimentalement en amont de la plaque poreuse (2 cm en amont de la plaque poreuse). Les fluctuations de vitesse et de température sont extraites du premier domaine. Pour celui-ci, nous avons considéré la configuration du canal plan turbulent. Les paramètres de ce canal ont été choisis pour correspondre au mieux aux données de la configuration expérimentale et ainsi permettre l'établissement d'une condition limite d'entrée de fluide la plus pertinente possible.

Plus précisément, nous avons choisi d'utiliser le même fluide pour les deux domaines de calcul (*i.e.* même masse volumique, viscosité, ...). De plus, nous avons imposé au canal d'avoir la même vitesse de frottement que celle mesurée expérimentalement en amont de la plaque poreuse ($u_\tau \simeq 0.39$, $Re_\tau \simeq 380$). Le profil de la vitesse moyenne mais aussi celui des fluctuations de vitesse sont alors semblables aux profils mesurés expérimentalement. Il est à noter que pour définir les fluctuations de vitesse dans le sillage de la couche limite, nous avons utilisé les fluctuations de vitesse calculées au centre du canal (nous avons repris ici le principe exposé au paragraphe 3.3.5).

Pour les conditions aux limites en température, la condition pour la paroi imperméable précédant la plaque poreuse est proche d'une condition de flux imposé. En effet, on observe expérimentalement que les fluctuations de température ne tendent pas vers 0 à la paroi. Par conséquent, nous avons imposé sur la paroi inférieure du canal une condition de flux imposé avec la valeur du flux déterminée expérimentalement ($\Phi \simeq -13.4 \text{ W.m}^{-2}$). Pour la paroi haute du canal, nous avons utilisé une condition de flux nul qui correspond au mieux à la condition de la partie supérieure du sillage de la couche limite thermique. Enfin, nous avons utilisé un terme source de chaleur ($S = 447 \text{ W.m}^{-3}$) pour que la conservation d'énergie soit vérifiée sur l'ensemble du domaine.

L'utilisation de l'entrée turbulente pour la vitesse et la température nous a permis de créer en début du second domaine de calcul une couche limite développée semblable à celle mesurée expérimentalement. On observe ainsi sur les figures 7.4 à 7.7 la bonne correspondance des données expérimentales avec les résultats de la simulation juste derrière l'entrée du second domaine ($x = 1 \text{ cm}$) pour les profils de vitesse et de température moyennes et fluctuantes.

Conditionnement des maillages

Étant donnée la condition de non-glissement utilisée pour les parois, un maillage raffiné en proche paroi est nécessaire. Par conséquent, nous avons construit le maillage de sorte que le premier nœud de calcul suivant la direction verticale Oy corresponde à la coordonnée réduite $y^+ \simeq 1$. Pour éviter un maillage trop imposant, nous avons utilisé un maillage progressif suivant la direction verticale. Nous avons considéré une fonction tangente hyperbolique de même que Ackermann et Métais (2001). Dans le deuxième domaine, le raffinement du maillage se fait pour la partie inférieure, tandis que pour le premier domaine, le raffinement est effectué à la fois dans les parties basse et haute du canal. Pour le premier domaine, nous avons utilisé l'expression suivante pour définir la position des nœuds du maillage :

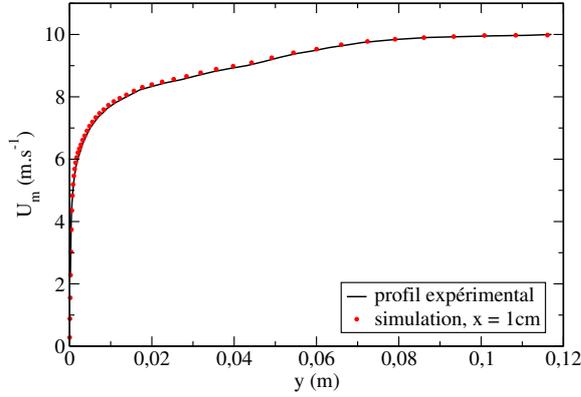


FIG. 7.4 – Utilisation de l'entrée turbulente, vitesse moyenne.

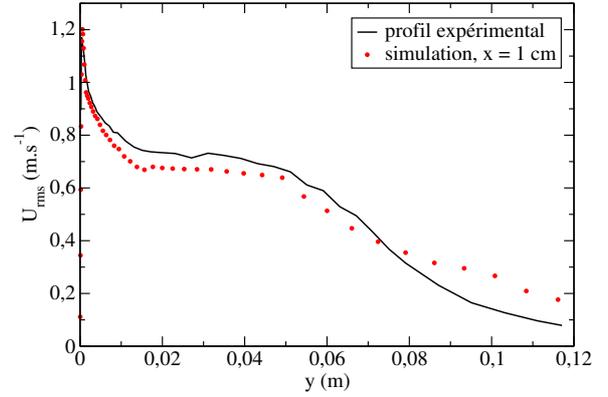


FIG. 7.5 – Utilisation de l'entrée turbulente, écart type de la vitesse.

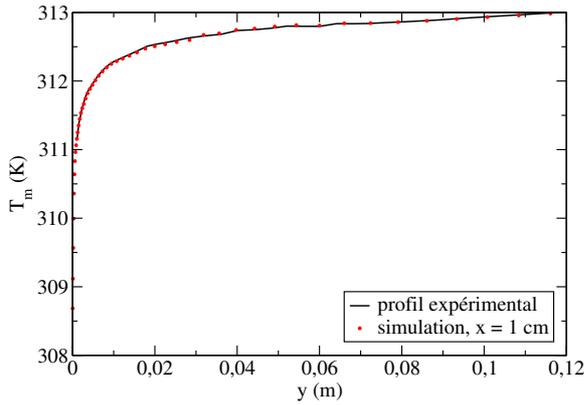


FIG. 7.6 – Utilisation de l'entrée turbulente, température moyenne.

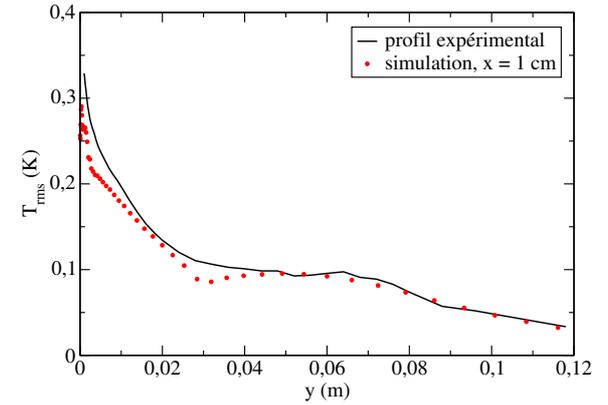


FIG. 7.7 – Utilisation de l'entrée turbulente, écart type de la température.

$$y_k = \frac{L_y}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{a} \tanh \left[\left(-1 + \frac{2(k-1)}{N_y-1} \right) a \tanh(a) \right] \right\}, \quad k \in [1, N_y] \quad (7.1)$$

et pour le second domaine, l'expression :

$$y_k = L_y \left\{ 1 + \frac{1}{a} \tanh \left[\left(-1 + \frac{(k-1)}{N_y-1} \right) a \tanh(a) \right] \right\}, \quad k \in [1, N_y] \quad (7.2)$$

où N_y est le nombre de nœuds suivant la direction verticale et a une constante définissant la dilatation du maillage.

Pour les directions longitudinale et transverse, le maillage est régulier. Les dimensions du premier domaine suivant ces deux directions ont été choisies de sorte que les variables soient décorrélatées (Cf. Moin et Kim (1982) et Jiménez et Moin (1991)). Les dimensions du premier

domaine sont données par $2\pi h \times 2h \times \pi h$ ($h = 0.0149$ m) avec $64 \times 65 \times 32$ nœuds. Les caractéristiques adimensionnelles du canal sont les suivantes : $L_x^+ \simeq 2500$, $L_y^+ \simeq 760$, $L_z^+ \simeq 1250$ et sa résolution adimensionnelle correspond à : $\Delta_x^+ \simeq 40$, $\Delta_y^+ \simeq 1$ à la paroi, $\Delta_y^+ \simeq 15$ au centre du canal et $\Delta_z^+ \simeq 40$.

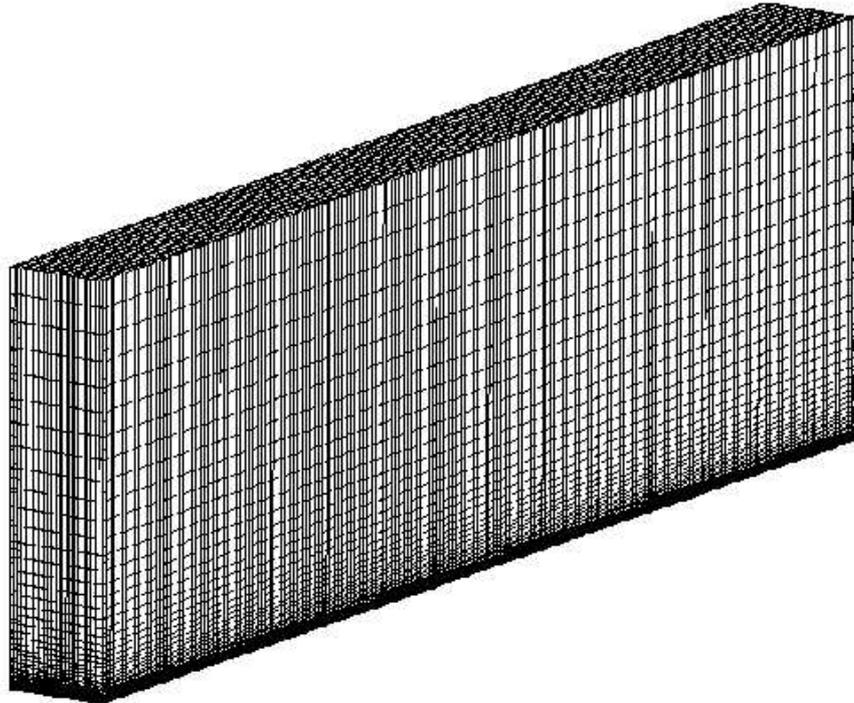


FIG. 7.8 – Maillage du second domaine (vue globale).

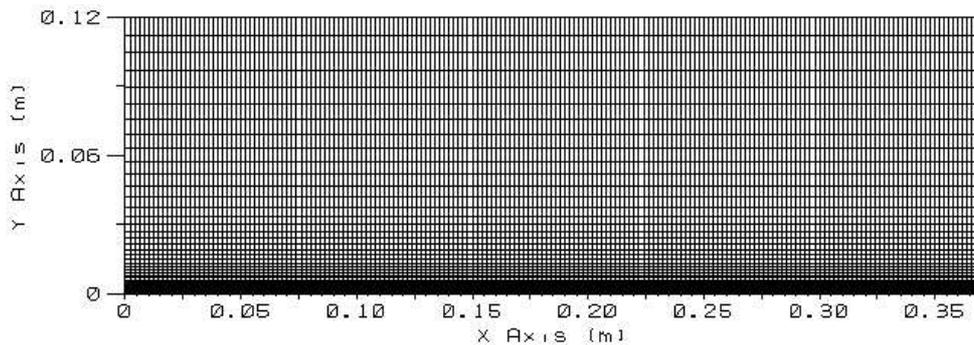


FIG. 7.9 – Maillage du second domaine (plan xOy).

Pour le domaine de la plaque, nous avons utilisé les données suivantes : $L_x = 0.37$ m, $L_y = 0.12$ m, $L_z = 0.03$ m avec $186 \times 50 \times 31$ nœuds. Nous avons choisi de prendre une hauteur de domaine suffisamment grande pour éloigner la condition limite sur la surface supérieure du domaine et minimiser son influence. La largeur du domaine a été choisie en suivant les critères établis pour le canal turbulent ($L_z^+ \simeq 1250$, $\Delta_z^+ \simeq 40$ en utilisant la vitesse de frottement en début de domaine). La longueur du domaine a été fixée par les données expérimentales. On peut ainsi comparer les profils de vitesse et de température à une distance $d = 30$ cm du début de la plaque poreuse avec les profils expérimentaux mais aussi observer l'évolution spatiale de la couche limite sur l'ensemble de la plaque poreuse. La résolution longitudinale ($\Delta_x = 2$ mm, $\Delta_x^+ \simeq 50$) correspond à la taille des pores par lesquels est injecté l'air secondaire froid. Notons que l'écoulement étant invariant suivant la direction transverse, nous avons moyenné les profils de vitesse et de température suivant cet axe.

Schémas numériques et modèles sous-maille

Pour la simulation des grandes échelles, l'utilisation d'un schéma centré pour le calcul du terme de convection est préconisée car ce schéma est peu dissipatif. Nous avons utilisé dans la suite un schéma centré d'ordre 2 pour la vitesse. Bien qu'un ordre plus élevé soit souhaitable pour obtenir les résultats les plus précis possibles, il apparaît que les simulations effectuées avec Trio U / PRICELES en utilisant ce schéma sur la configuration du canal plan turbulent montrent une très bonne correspondance avec des résultats de simulation numérique directe (Cf. chapitre 5 ainsi que Ackermann et Métais (2001)). Pour l'équation de la température, nous avons utilisé un schéma quick d'ordre 3 avec un limiteur de pente de type FRAM (pour plus de détails sur ce schéma, on pourra se référer à Chatelain (2004)). Nous n'utilisons pas de schéma centré ainsi que le préconisent Chatelain *et al.* (2004). De fait, ces derniers ont montré sur les configurations de la turbulence homogène isotrope et du canal plan turbulent que le schéma centré a tendance à surestimer le niveau des fluctuations de température. D'autre part, l'avancement en temps est calculé au moyen d'un schéma Runge Kutta d'ordre 3 qui est à la fois stable et peu dissipatif.

Le maillage étant finement résolu en proche paroi, il est nécessaire d'utiliser un modèle sous-maille qui ait le bon comportement à l'approche des parois. De plus, le modèle doit s'adapter de lui-même à la condition limite d'effusion. Nous avons alors retenu le modèle de Wale. Pour le modèle de diffusivité sous-maille, nous avons utilisé un nombre de Prandtl sous-maille constant et égal à 0.9.

Après avoir vu les caractéristiques générales de l'étude, regardons maintenant en détail les résultats obtenus.

7.3 Discussion des résultats pour $F \leq 2\%$

Les simulations de la configuration d'effusion présentées dans ce chapitre ont été effectuées pour quatre taux d'effusion différents compris entre 0.5 % et 5.0 %. Pour les comparaisons simulation-expérience, nous avons séparé la discussion pour les taux d'effusion inférieurs à 2 % du taux d'effusion de 5 %. En effet, la simulation pour $F = 5\%$ a un comportement particulier par rapport aux autres taux d'effusion. Dans le présent paragraphe, nous détaillons les résultats pour $F \leq 2\%$ tandis que la discussion pour le taux d'effusion de 5 % est donnée au paragraphe suivant.

Dans un premier temps, nous effectuons une comparaison des profils de vitesse et de température simulées avec les profils mesurés expérimentalement. Ensuite, nous discutons les résultats nouveaux apportés par les simulations concernant l'impact de l'effusion sur la composante transverse de la vitesse et les structures tourbillonnaires se développant dans la couche limite.

7.3.1 Comparaison avec les mesures expérimentales

L'observation des profils moyens de la vitesse longitudinale (figure 7.10) et de la température (figure 7.14) montre une très bonne correspondance entre les expériences et les simulations. Pour les profils de la vitesse verticale moyenne, un écart relativement important est relevé. Cet écart peut s'expliquer par des sources d'erreurs à la fois expérimentales et numériques. En effet, la mesure expérimentale de la composante verticale de la vitesse au moyen d'une sonde de fils chauds croisés est très sensible à l'estimation des angles que font les deux fils avec la verticale. Ainsi, un faible écart sur la détermination de ces angles entraîne des différences importantes sur l'estimation de la vitesse verticale. D'autre part, l'allure du profil de la vitesse simulée est sensible aux conditions aux limites utilisées et on s'attend à ce que les profils de la vitesse verticale soient les plus sensibles à la condition limite d'effusion (puisque l'injection de fluide secondaire se fait suivant cette direction). Enfin, il faut prendre en compte la spécificité de l'entrée turbulente utilisée. Cette dernière impose bien un profil de vitesse longitudinale correct

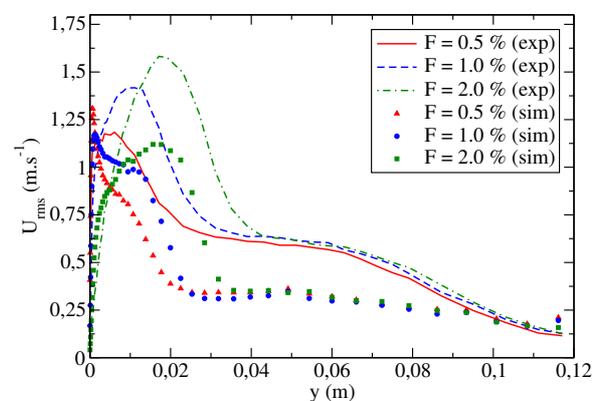
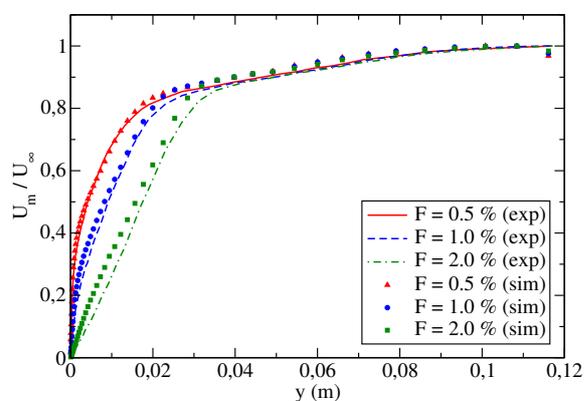


FIG. 7.10 – Moyenne de la vitesse longitudinale. FIG. 7.11 – Écart-type de la vitesse longitudinale.

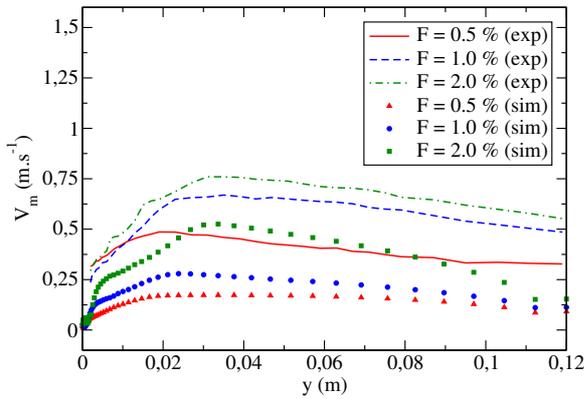


FIG. 7.12 – Moyenne de la vitesse verticale.

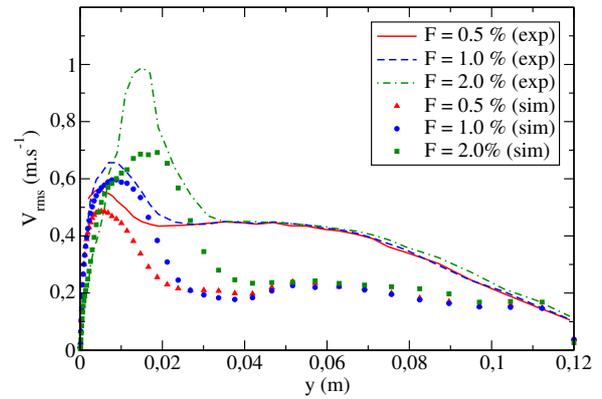


FIG. 7.13 – Écart-type de la vitesse verticale.

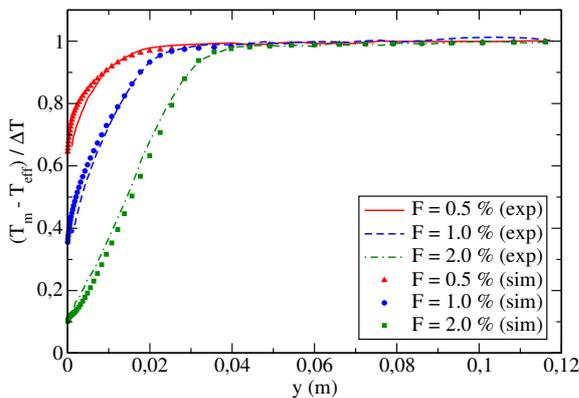


FIG. 7.14 – Température moyenne.

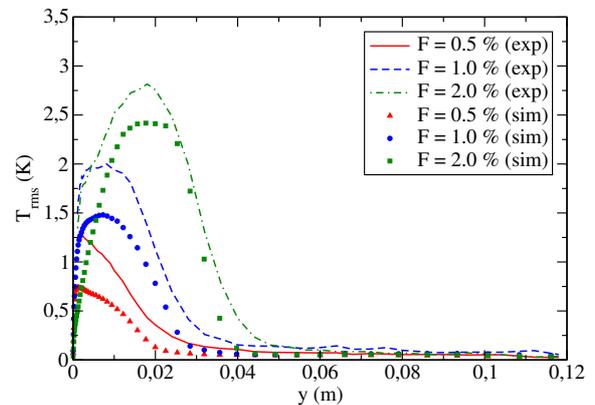


FIG. 7.15 – Écart-type de la température.

mais ne contient pas d'information quant au développement spatial de la couche limite (puisque l'écoulement simulé dans le canal est invariant suivant l'axe longitudinal). Par conséquent, la comparaison des profils de la vitesse verticale moyenne est délicate. Cependant, il apparaît que la forme des profils expérimentaux et celle des profils numériques sont semblables et que leur évolution avec le taux d'effusion F est identique pour les deux approches.

L'observation des profils des fluctuations de vitesse (figures 7.11 et 7.13) et des fluctuations de température (figure 7.15) montre une sous-estimation du niveau pouvant aller jusqu'à 30 % par rapport aux expériences. Cependant, on note que la forme générale des profils, la position du maximum des fluctuations ainsi que son évolution avec le taux d'effusion sont bien évaluées par les simulations.

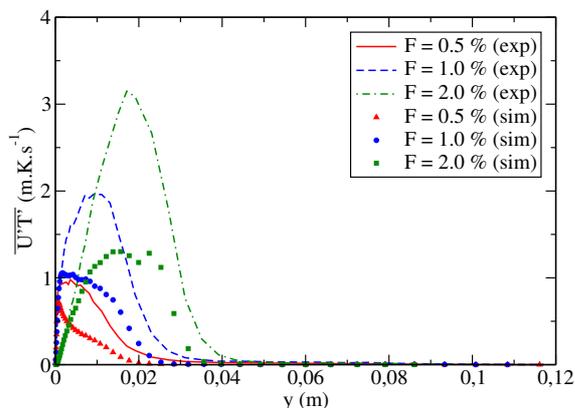


FIG. 7.16 – Corrélation $\overline{U'T'}$.

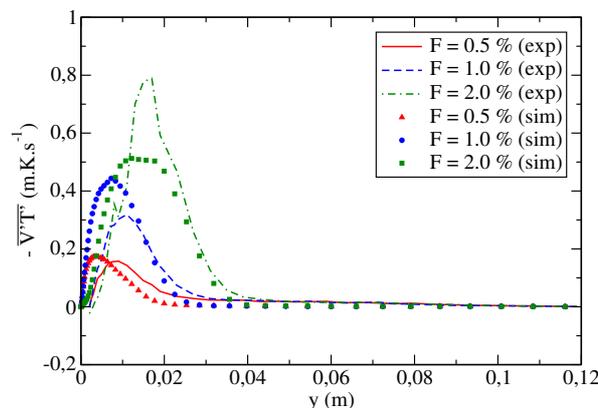


FIG. 7.17 – Corrélation $-\overline{V'T'}$.

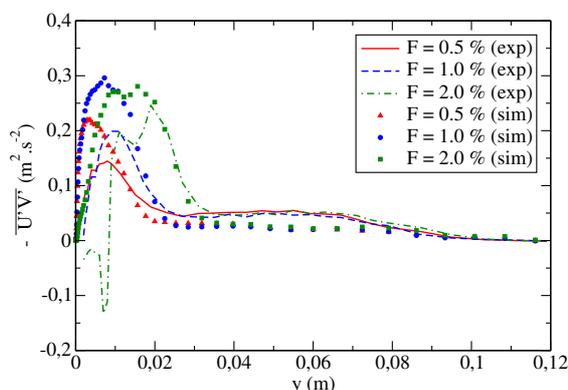


FIG. 7.18 – Corrélation $-\overline{U'V'}$.

Nous avons également comparé les profils des corrélations vitesse-vitesse (figure 7.18) et vitesse-température (figures 7.16 et 7.17). On observe que, même si l'amplitude est sous-estimée par les simulations pour la corrélation $\overline{U'T'}$ et surestimé pour les simulations $-\overline{U'V'}$, la forme générale des profils et leur évolution avec le taux d'effusion sont semblables pour les simulations numériques et pour l'expérience.

7.3.2 Résultats complémentaires

En plus de la température et des composantes longitudinale et verticale de la vitesse, les simulations présentées ici nous donnent accès à la composante transverse de la vitesse. On observe que le maximum des fluctuations augmente avec le taux d'effusion. De plus, on note que la position de ce maximum s'écarte de la paroi de la même façon que la position des maxima

des fluctuations des autres composantes de la vitesse. Il apparaît ainsi que le comportement de la composante transverse de la vitesse est semblable à celui des deux autres composantes.

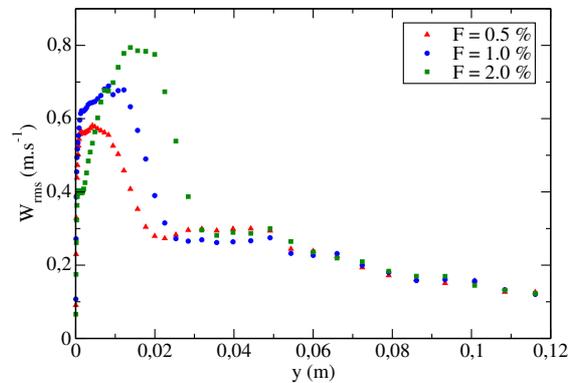


FIG. 7.19 – Écart-type de la vitesse transverse.

L'observation des champs de vitesse et de température sur l'ensemble du domaine (figures 7.20 à 7.23) montre bien que l'effusion modifie l'écoulement sur toute la hauteur de la couche limite et sur toute la longueur de la plaque. On remarque particulièrement que l'effusion a un impact sur l'écoulement dès le début de la plaque poreuse. Ainsi, dans l'optique de protéger thermiquement la paroi, il semble qu'une très faible longueur de plaque suffise pour obtenir rapidement une faible température en proche paroi. Pour observer l'évolution spatiale de la vitesse et de la température pour tous les taux d'effusion, on pourra se reporter à l'annexe D.

Afin d'évaluer la sensibilité des structures turbulentes de proche paroi à l'effusion du fluide secondaire à travers la paroi poreuse, nous avons calculé et tracé le critère Q développé par Dubief et Delcayre (2000). Ce critère permet de visualiser les structures tourbillonnaires présentes dans un écoulement. Le critère Q est défini selon la formule suivante :

$$Q = \frac{1}{2} (\overline{\Omega_{ij} \Omega_{ij}} - \overline{S_{ij} S_{ij}}) \quad (7.3)$$

avec Ω_{ij} le tenseur rotation et S_{ij} le tenseur des déformations. Les isosurfaces du critère Q sont représentées sur les figures 7.24 à 7.26. On observe que la taille des structures augmente avec le taux d'effusion. D'autre part, on note que la zone de l'écoulement où se situent ces structures augmente également avec l'effusion. Ceci est en accord avec l'évolution des profils des fluctuations de vitesse où le pic des fluctuations s'élargit et s'écarte de la paroi avec le taux d'effusion. Il apparaît donc que l'effusion favorise le développement des structures tourbillonnaires dans la couche limite.

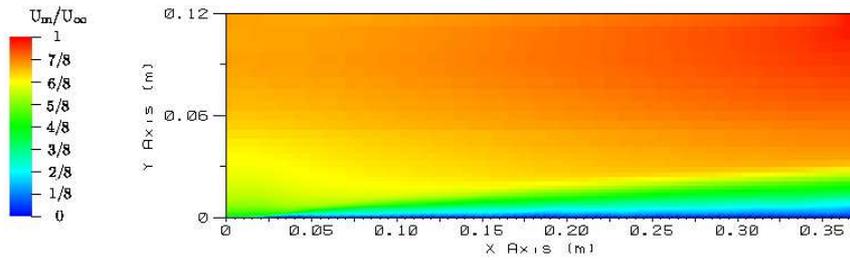


FIG. 7.20 – Moyenne de la vitesse longitudinale u_m ($F = 2.0 \%$).

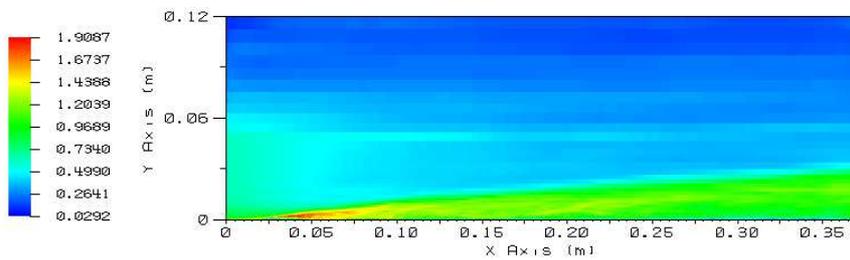


FIG. 7.21 – Écart-type de la vitesse longitudinale u_{rms} ($F = 2.0 \%$).

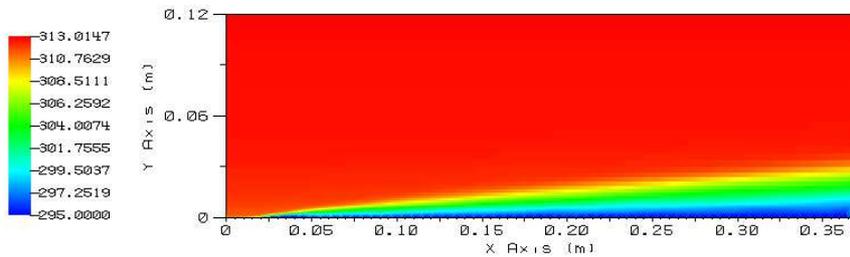


FIG. 7.22 – Température moyenne T_m ($F = 2.0 \%$).

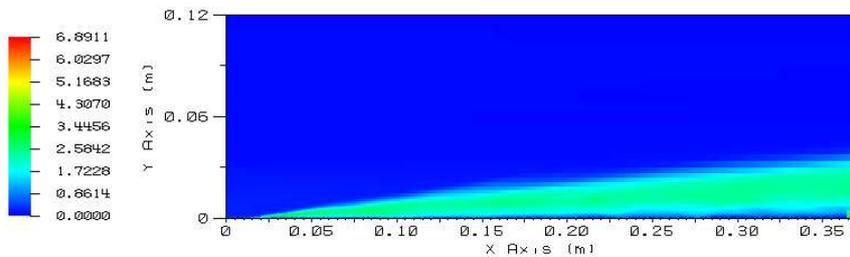


FIG. 7.23 – Écart-type de la température T_{rms} ($F = 2.0 \%$).

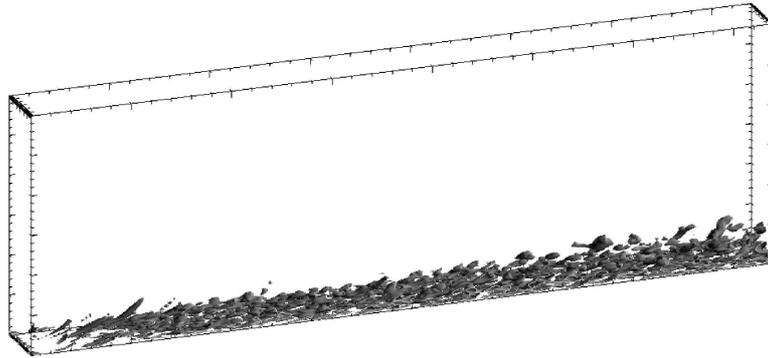


FIG. 7.24 – Critère Q, seuil à 50000 ($F = 0.5 \%$).

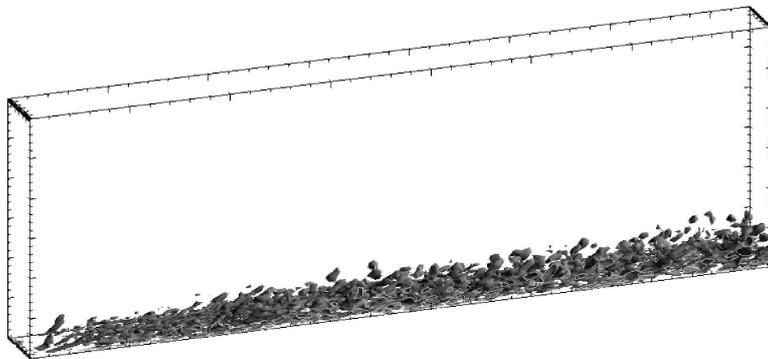


FIG. 7.25 – Critère Q, seuil à 50000 ($F = 1.0 \%$).

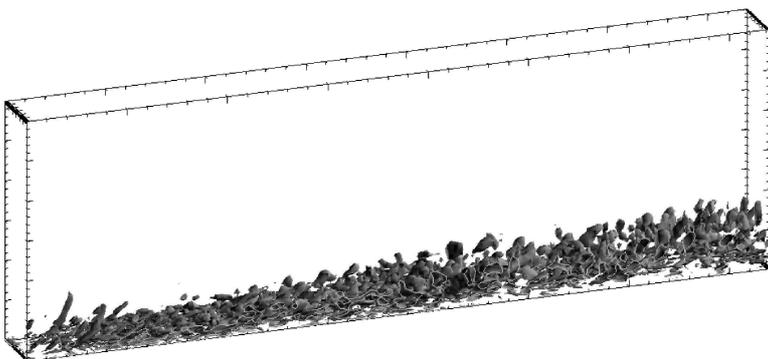


FIG. 7.26 – Critère Q, seuil à 50000 ($F = 2.0 \%$).

Nous avons vu au cours de ce paragraphe que les simulations pour les taux d'effusion inférieurs à 2 % corroborent les mesures expérimentales. Cela confirme par conséquent la discussion sur l'impact de l'effusion sur une couche limite turbulente qui est présentée au chapitre 6. En outre, les simulations nous donnent accès à de nouvelles informations telles que l'évolution de la composante transverse de la vitesse ou l'évolution de toutes les variables sur l'ensemble du domaine. La bonne correspondance des profils mesurés expérimentalement et numériquement pour les taux d'effusion inférieurs à 2 % permet de valider les paramètres de simulation utilisés (principalement la condition d'entrée de fluide et la condition limite pour la paroi poreuse). Voyons maintenant ce qu'il en est pour un taux d'effusion supérieur.

7.4 Discussion des résultats pour $F = 5\%$

Pour la simulation avec un taux d'effusion égal à 5 %, on observe que les profils obtenus ne correspondent pas exactement aux profils expérimentaux. Notons que les écarts sont plus

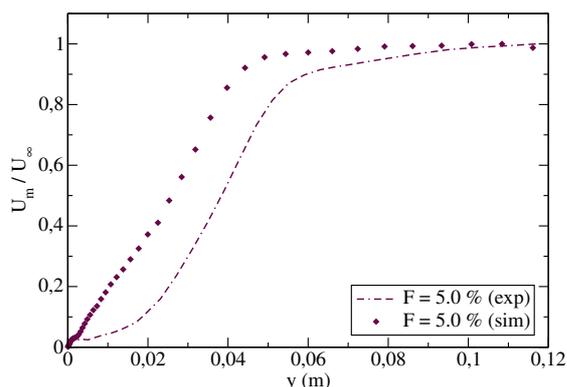


FIG. 7.27 – Moyenne de la vitesse longitudinale.

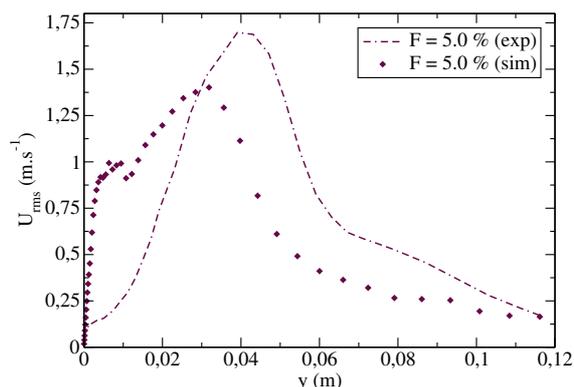


FIG. 7.28 – Écart-type de la vitesse longitudinale.

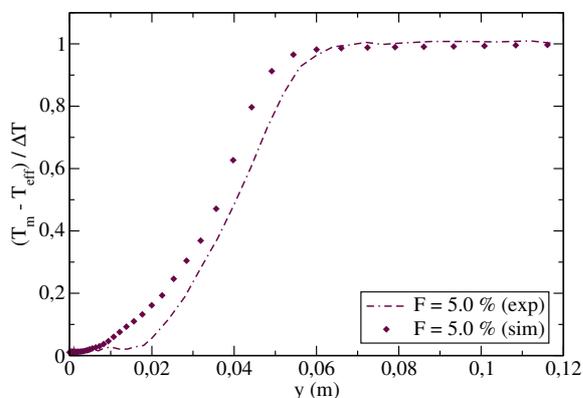


FIG. 7.29 – Température moyenne.

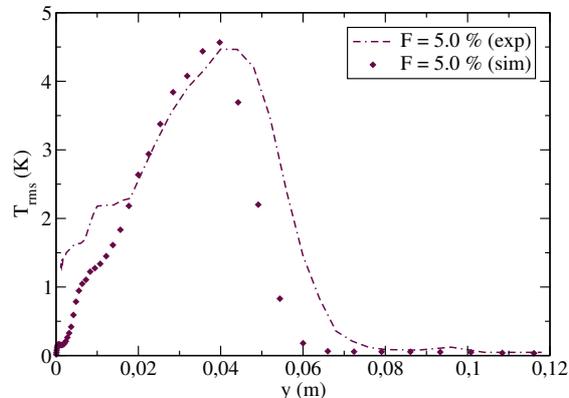


FIG. 7.30 – Écart-type de la température.

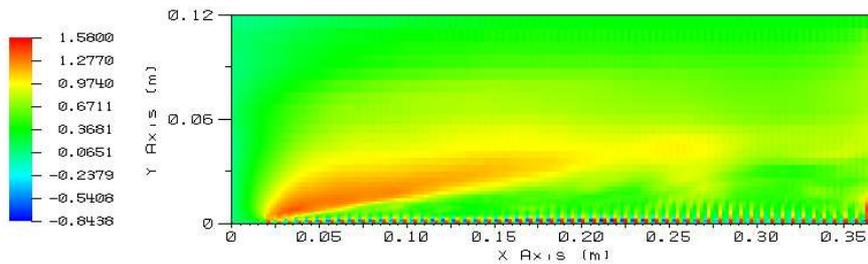


FIG. 7.31 – Moyenne de la vitesse verticale v_m ($F = 5.0 \%$).

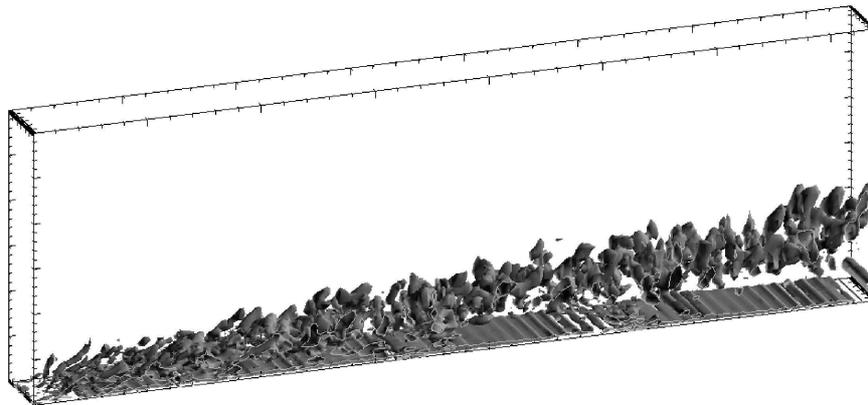


FIG. 7.32 – Critère Q, seuil à 50000 ($F = 5.0 \%$).

importants sur les profils de vitesse (figures 7.27 et 7.28) que sur les profils de température (figures 7.29 et 7.30). Ces écarts peuvent provenir de plusieurs sources d'erreurs. D'une part, nous avons vu au chapitre 6, que pour un taux d'effusion de 5 %, la couche limite était décollée. Or, la simulation de ce décollement n'est pas aisée et risque de ne pas être observée pour le même taux d'effusion qu'expérimentalement. On note sur le champ global de la vitesse verticale (figure 7.31) la présence de petits jets provenant des "trous" du modèle d'effusion utilisé pour modéliser la paroi poreuse. Le modèle à trous avec une taille de trous de 2 mm ne semble donc plus être satisfaisant. Un raffinement du maillage selon la direction longitudinale apparaît alors nécessaire. Il semblerait également souhaitable d'augmenter la résolution selon la direction transverse.

Malgré les différences observées avec les mesures expérimentales, il semble intéressant de regarder le critère Q sur le domaine. En effet, on note sur la figure 7.32 la présence de structures bidimensionnelles en forme de rouleaux en très proche paroi qui semble correspondre à la limite de la couche de cisaillement. Ainsi, même si la simulation ne permet pas d'obtenir des résultats identiques aux mesures expérimentales, elle permet cependant d'observer le décollement de la couche limite.

7.5 Conclusions

La configuration de l'effusion à travers une paroi poreuse a été étudiée par simulation des grandes échelles. L'établissement d'une couche limite turbulente développée a été obtenu au moyen de l'entrée turbulente présentée au chapitre 3 et le modèle d'effusion à trous a été utilisé pour la condition limite de paroi poreuse.

La comparaison avec les mesures expérimentales a montré une bonne correspondance des résultats pour les taux d'effusion inférieurs à 2%. Ceci montre la validité des méthodes utilisées (principalement les conditions aux limites d'entrée de fluide et de paroi poreuse) pour ces taux d'effusion.

Pour le taux d'effusion de 5%, la correspondance des résultats est moins exacte. Les différences observées peuvent être imputées à différents points. D'une part, le calcul pour ce taux d'effusion nécessite la simulation du décollement de la couche limite, ce qui ne semble pas évident a priori. D'autre part, la résolution longitudinale du maillage associée à la condition limite de paroi poreuse n'apparaît pas être suffisante pour ce taux d'effusion.

Les simulations nous ont permis d'étudier l'évolution des fluctuations de la vitesse transverse et d'observer que celles-ci ont le même comportement avec le taux d'effusion que les fluctuations des composantes longitudinale et verticale. De plus, nous avons noté que la taille des structures tourbillonnaires de proche paroi semble augmenter avec le taux d'effusion.

Conclusion générale

Au cours de cette étude, nous avons plusieurs objectifs corrélés : d'une part, effectuer des développements pour la simulation des grandes échelles thermique et les tester sur des simulations d'effusion ; et, d'autre part, étudier l'impact de l'effusion anisotherme sur un écoulement turbulent par simulation des grandes échelles. En outre, une étude expérimentale était envisagée pour compléter et valider les travaux sur la simulation des grandes échelles de l'effusion anisotherme.

Dans un premier temps, afin d'effectuer des simulations de couches limites thermiques turbulentes, nous avons développé une condition limite d'entrée de fluide turbulente pour la vitesse et la température. Cette condition d'entrée turbulente consiste à imposer un profil moyen, déterminé préalablement par une expérience ou une simulation numérique directe, auquel sont ajoutées des fluctuations extraites d'un domaine de calcul annexe. Nous avons validé cette condition limite sur plusieurs cas tests et nous avons noté la nécessité d'imposer conjointement des fluctuations pour la température et pour les trois composantes de la vitesse.

Une étude du comportement asymptotique à l'approche d'une paroi nous a montré que les comportements de la vitesse et de la température ne sont pas modifiés suivant que l'on considère les variables réelles (*i.e.* pour les expériences ou les simulations numériques directes) ou les variables filtrées (*i.e.* pour la simulation des grandes échelles). Nous avons noté que le comportement de la diffusivité sous-maille à l'approche d'une paroi diffère suivant la condition limite thermique de cette paroi. Ainsi, il vient : $\kappa_{sm} \sim y^3$ pour une paroi à température constante, $\kappa_{sm} \sim y^2$ pour une paroi avec un flux imposé, et $\kappa_{sm} \sim y$ pour une paroi adiabatique.

Nous avons considéré le cas test d'un canal plan turbulent avec les trois conditions aux limites thermiques citées précédemment. Pour ces simulations, nous avons utilisé des modèles dynamiques pour calculer la diffusivité sous-maille car ils possèdent le bon comportement pariétal quelle que soit la condition limite thermique employée. En particulier, nous avons adapté le modèle lagrangien développé par Meneveau *et al.* (1996) pour la viscosité sous-maille afin d'écrire un modèle pour la diffusivité sous-maille. Les résultats obtenus avec les modèles dynamiques ont été comparés à ceux obtenus avec l'hypothèse de nombre de Prandtl sous-maille constant, ainsi qu'avec des données de simulations numériques directes. La comparaison des résultats n'a pas montré de réelles différences suivant le choix de modèle de diffusivité sous-maille. Il apparaît donc que, pour ce cas test, le choix de suivre l'hypothèse de nombre de Prandtl sous-maille constant ou de prendre un modèle dynamique conduit à des résultats semblables.

L'étude expérimentale de l'effusion nous a permis, d'une part, d'étudier l'impact de l'air effusé sur les caractéristiques d'une couche limite turbulente, et, d'autre part, d'établir des données de référence pour l'étude numérique par simulation des grandes échelles. Nous avons mis en place un système d'anémométrie fils chauds et fils froids en utilisant une loi de King où les coefficients sont fonctions de la température. Nous avons principalement observé, qu'avec l'effusion, la paroi est bien protégée thermiquement, que le maximum des fluctuations de la vitesse et de la température augmente et s'éloigne de la paroi. De plus, nous avons observé une évolution des spectres de vitesse et de température ainsi que des corrélations vitesse-vitesse et vitesse-température avec le taux d'effusion. Enfin, il apparaît que, pour les taux d'effusion supérieurs à 3 %, la couche limite est décollée et que la statistique de l'écoulement est largement modifiée.

La simulation des grandes échelles de l'effusion anisotherme a montré une très bonne correspondance pour les taux d'effusion inférieurs à 2 %. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux (profils moyens, fluctuants et profils des corrélations vitesse-vitesse et vitesse-température) nous a permis de valider les simulation numériques et principalement les conditions aux limites d'entrée de fluide et de paroi poreuse. En outre, nous avons noté que la composante transverse de la vitesse a le même comportement que les deux autres composantes. Nous avons également observé que l'effusion favorise le développement des structures tourbillonnaires dans la couche limite.

Les perspectives de ces travaux sont multiples. D'une part, il serait intéressant de poursuivre l'étude des modèles dynamiques de la diffusivité sous-maille à des configurations plus complexes qui comportent une zone de recirculation, un jet, ou un fort écart de température. En effet, il est d'autant plus important de modéliser la diffusivité sous-maille que la vitesse et la température sont décorrélées. D'autre part, l'étude de l'effusion peut être complétée dans le cadre des forts écarts de température entre l'écoulement principal et l'air effusé afin de se rapprocher de conditions industrielles. Enfin, de façon beaucoup plus générale, les études sur la simulation des grandes échelles thermique n'en sont qu'à leur début et de nombreux développements restent à effectuer.

Bibliographie

- Ackermann, C., *Développements et validation de simulation des grandes échelles d'écoulements turbulents dans un code industriel*, Thèse de doctorat, INPG, 2000.
- Ackermann, C. et Métais, O., *A modified selective structure function subgrid-scale model*, Journal of Turbulence, **2(011)**, pp. 1–26, 2001.
- Adrian, R. J. et Moin, P., *Stochastic estimation of organized turbulent structure : homogeneous shear flow*, Journal of Fluid Mechanics, **190**, pp. 531–559, 1988.
- Ait-Ameur, M., *Etude expérimentale du refroidissement d'une paroi par transpiration*, DEA, CETHIL-INSA de Lyon, 2002.
- Akselvoll, K. et Moin, P., *Large eddy simulation of turbulent confined coannular jets and turbulent flow over a backward-facing step*, Report TF-63, Thermosciences Div., Dept. Mech. Eng. Stanford University, CA94395, 1995.
- Akselvoll, K. et Moin, P., *Large-eddy simulation of turbulent confined coannular jets*, Journal of Fluid Mechanics, **315**, pp. 387–411, 1996.
- Alfredson, P. H. et Person, H., *Instabilities in channel flow with system rotation*, Journal of Fluid Mechanics, **202**, pp. 543–557, 1989.
- Apte, S. et Yang, V., *Unsteady flow evolution in porous chamber with surface mass injection, part 1 : Free oscillation*, AIAA Journal, **39(8)**, pp. 1577–1586, 2001.
- Apte, S. V. et Yang, V., *A large-eddy simulation study of transition and flow instability in a porous-walled chamber with mass injection*, Journal of Fluid Mechanics, **477**, pp. 215–225, 2003.
- Avalon, G., Casalis, G., et Griffond, J., *Flow instabilities and acoustic resonance of channels with wall injection*, AIAA Paper 98-3218, 1998.
- Azad, R. S. et Burhanuddin, S., *Measurements of some features of turbulence in wall-proximity*, Experiments in Fluids, **1**, pp. 149–160, 1983.
- Baggett, J., Nicoud, F., Mohammadi, B., Bewley, T., Gullbrand, J., et Botella, O., *Sub-optimal control based wall models for les including transpiration velocity*, Center for Turbulent Research, Proceedings of the Summer Program, pp. 331–342, 2000.

- Baker, R. J. et Launder, B. E., (a), *the turbulent boundary layer with foreign gas injection-i. measurements in zero pressure gradient*, International Journal of Heat and Mass Transfer, **17(2)**, pp. 275–291, 1974a.
- Baker, R. J. et Launder, B. E., (b), *the turbulent boundary layer with foreign gas injection. ii-prediction and measurements in severe streamwise pressure gradients*, International Journal of Heat and Mass Transfer, **17(2)**, pp. 293–306, 1974b.
- Balaras, E., Benocci, C., et Piomelli, U., *Two layer approximate boundary conditions for large eddy simulation*, AIAA Journal, **34(6)**, pp. 1111–1119, 1996.
- Bardina, J., Ferziger, J., et Reynolds, W., *Improved subgrid scale models for large eddy simulation*, AIAA Journal, **80**, p. 1357, 1980.
- Barron, J., Van Moorhem, W. K., et Majdalani, J., *Turbularization of the stokes layer over transpiring surface*, dans *AIAA Fluid dynamics conference*, Albuquerque, 1998.
- Bataille, F., *Dynamique et thermique des fluides en présence d'effusion*, Habilitation à diriger des recherches, CETHIL-INSA de Lyon, 2000.
- Bataille, F., Michard, M., et Brillant, G., *échanges thermiques au voisinage d'une paroi*, dans *Mécanique des fluides hautes température*, Aix en provence, 2002.
- Beddini, R. A., *Injection induced flows in porous-walled ducts*, AIAA Journal, **24**, pp. 1766–1773, 1986.
- Bellettre, J., *Transfert de masse et de chaleur dans la couche limite pariétale et à l'intérieur d'une paroi poreuse plane soumise à de l'effusion ou à de la transpiration*, Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, 1998.
- Bellettre, J., Bataille, F., et Lallemand, A., *Two-phase aspect of the blowing in a turbulent boundary layer*, dans *International Conference of Multiphase Flows*, Lyon, 1998.
- Bellettre, J., Bataille, F., et Lallemand, A., *A new approach for the study of turbulent boundary layers with blowing*, International Journal of Heat and Mass Transfer, **42(15)**, pp. 2905–2920, 1999.
- Bellettre, J., Bataille, F., Rodet, J.-C., et Lallemand, A., *Thermal behaviour of porous plates subjected to air blowing*, AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfert, **14(4)**, pp. 523–532, 2000.
- Betchov, R., *L'influence de la conduction thermique sur les anémomètres à fils chauds*, Proc. Kon. Ned. Akad. Wet., **51**, p. 721, 1948.
- Bhatia, J. C., Durst, F., et Jovanovic, J., *Corrections of hot-wire anemometer measurements near walls*, Journal of Fluid Mechanics, **122**, pp. 411–431, 1982.
- Bradshaw, P., *The effect of initial conditions on the development of a free shear layer*, Journal of Fluid Mechanics, **26**, p. 225, 1966.

- Brede, M., Eckelman, H., et Rockwell, D., *On secondary vortices in the cylinder wake*, Physics of Fluid, **8**, pp. 2117–2124, 1996.
- Brillant, G., *Présentation d'une méthode pour créer des fluctuations turbulentes à l'entrée d'un domaine de calcul pour trio u / priceles*, note technique 2002012, CEA Grenoble, 2002.
- Brillant, G., Bataille, F., et Ducros, F., *Large-eddy simulation of a turbulent boundary layer with blowing*, Theoretical and Computational Fluid Dynamics (à paraître), 2004.
- Bruun, H. H., *Hot-wire anemometry. Principles and signal analysis*, Oxford science publications, 1995.
- Bruun, H. H., Nabhani, N., Al-Kaylem, H. H., Fardad, A. A., Khan, M. A., et Hogarth, E., *Calibration and analysis of x hot-wire probe signals*, Meas. Sci. Technol., **1**, pp. 782–785, 1990.
- Cabot, W. et Moin, P., *Approximate wall boundary conditions in the large-eddy simulation of high reynolds number flow*, Flow, Turbulence and Combustion, **63(1-4)**, pp. 269–291, 2000.
- Campolina-França, G. A., *Contribution à l'étude des écoulements pariétaux avec effusion. Application au refroidissement de parois*, Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 1996.
- Campolina-França, G. A., Pagnier, P., et Lallemand, A., *Simulation des transferts de masse et de chaleur par modélisation à bas nombre de reynolds dans un écoulement avec effusion locale en canalisation*, Revue Générale de Thermique, **37**, pp. 205–222, 1998.
- Carcasi, C. et Facchini, B., *A numerical procedure to design internal cooling of gas turbine stator blades*, Revue Générale de Thermique, **35**, pp. 257–268, 1996.
- Casalis, G., Avalon, G., et Pineau, J.-P., *Spatial instability of planar channel flow with fluid injection through porous walls*, Physics of Fluid, **10(10)**, pp. 2558–2568, 1998.
- Chandrsuda, C., Mehta, R. D., Weir, A. D., et Bradshaw, P., *Effect of free-stream turbulence on large structure in turbulent mixing layers*, Journal of Fluid Mechanics, **85**, pp. 693–704, 1978.
- Chaouat, B. et Schiestel, R., *Reynolds stress transport modelling for steady and unsteady channel flows with wall injection*, Journal of Turbulence, **021(3)**, pp. 1–15, 2002.
- Chatelain, A., *Validation d'un nouveau modèle sous-maille en vdf dans le code priceles : le modèle wale*, note technique 2002020, CEA Grenoble, 2002.
- Chatelain, A., *Simulation des grandes échelles en thermique*, Thèse de Doctorat, INPG Grenoble, (soutenance prévue en sept. 2004), 2004.
- Chatelain, A., Ducros, F., et Métails, O., *Large Eddy Simulation of conjugate heat transfer using wall-functions*, dans *Proceedings of the D-LES 5 ERCOFTAC Workshop, Munich*, 2003.
- Chatelain, A., Ducros, F., et Métails, O., *LES of turbulent heat transfer : proper convection numerical schemes for temperature transport*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, **44(9)**, pp. 1017–1044, 2004.

- Chen, F., Bowman, W. J., et Bowersox, R., *Effect of transpiration cooling on nozzle heat transfer*, Journal of Spacecraft, **33(3)**, pp. 453–455, 1996.
- Chollet, J., *Two point closure used for a subgrid scale model in large eddy simulations*, Turbulent Shear Flows, **Springer**, pp. 62–72, 1985.
- Chollet, J. et Lesieur, M., *Parameterization of small scales of three-dimensional isotropic turbulence utilizing spectral closures*, Journal of the Atmospheric Sciences, **38**, pp. 2747–2757, 1981.
- Chung, Y. M. et Sung, H. J., *Comparative study of inflow conditions for spatially evolving simulation*, AIAA Journal, **35(2)**, pp. 269–274, 1997.
- Ciucci, A., Iaccarino, G., Moser, R., Najjar, F., et Durbin, P., *Simulation of rocket motor internal flows with turbulent mass injection*, Center for Turbulent Research, Proceedings of the Summer Program, pp. 245–266, 1998.
- Clarck, R., Ferziger, J., et Reynolds, W., *Evaluation of subgrid scale turbulence models using a fully simulated turbulent flow*, Mech. Eng. Dept. Standford Univ. Rep. TF-9, 1977.
- Clark, R., Ferziger, J., et Reynolds, W., *Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow*, Journal of Fluid Mechanics, **91**, pp. 1–16, 1979.
- Comte-Bellot, G. et Corsin, S., *Simple eulerian time correlation of full- and narrow-band velocity signals in grid-generated isotropic turbulence*, Journal of Fluid Mechanics, **48**, pp. 273–337, 1971.
- Cook, A. W. et Riley, J. J., *Direct numerical simulation of a turbulent reactive plume on a parallel computer*, Journal of Computational Physics, **129**, pp. 263–283, 1996.
- Corsin, S., *Turbulence : experimental methods*, dans Springer, réd., *Handbook der Physik*, tm. 8.2, pp. 523–590, 1963.
- Culick, F. E. C., *Rotational asisymmetric mean flow and damping of acoustic waves in solid propellant rocket motors*, AIAA Journal, **4**, pp. 1462–1464, 1966.
- Dauenhauer, E. C. et Majdalani, J., *Exact self-similarity solution of the navier-stokes equations for a porous channel with orthogonally moving wall*, Physics of Fluid, **15(6)**, pp. 1485–1495, 2003.
- David, E., *Modélisation des écoulements compressibles et hypersoniques ; une approche instationnaire*, Thèse de doctorat, National Polytechnic Institute, Grenoble, 1993.
- Dean, R. B., *Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow*, Journal of Fluid Engineering (ASME), **41**, pp. 215–223, 1978.
- Dean, R. B. et Bradshaw, *Measurements of interacting shear layers in a duct*, Journal of Fluid Mechanics, **78**, pp. 641–676, 1976.

- Deardorff, J., *A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers*, Journal of Fluid Mechanics, **41**, pp. 453–480, 1970.
- Deardorff, J., *On the magnitude of the subgrid scale eddy coefficient*, Journal of Computational Physics, **7**, pp. 120–133, 1971.
- Debusschere, B. et Rutland, C. J., *Turbulent scalar transport mechanisms in plane channel and couette flows*, International Journal of Heat and Mass Transfer, **47**, pp. 1771–1781, 2004.
- Deschamps, V. et Dang, T., *Evaluation of subgrid-scale models for large-eddy simulation of transitionnal channel flow*, dans *Sixth symposium on Turbulent Shear Flows*, pp. 2011–2017, Toulouse, 1987.
- Druault, P., Delville, J., Sagaut, P., et Bonnet, J.-P., *Influence of spatio-temporal inflow organization on les of a spatially developing plane mixing layer*, dans W. Rodi et D. Laurence, réds., *Engineering turbulence modeling and experiments - 4*, pp. 207–216, Elsevier Science Ltd., 1999.
- Dubief, Y. et Delcayre, F., *On coherent-vortex identification in turbulence*, Journal of Turbulence, **1**, pp. 1–21, 2000.
- Ducros, F., *Simulations numériques directes et des grandes échelles de couches limites compressibles*, Thèse de doctorat de l'INPG, 1995.
- Ducros, F., Comte, P., et Lesieur, M., *Large-eddy simulation of transition to turbulence in a boundary layer developing spatially over a flat plane*, Journal of Fluid Mechanics, **236**, pp. 1–36, 1996.
- Dunlap, R., Blackner, A. M., Waugh, A. M., Brown, R. C., et Willoughby, P. G., *Internal flow field studies in a simulated cylindrical port rocket chamber*, AIAA Journal, **4**, pp. 1462–1464, 1990.
- Dunlap, R., Blackner, A. M., Waugh, A. M., Brown, R. C., et Willoughby, P. G., *Internal flow field studies in a simulated cylindrical port rocket chamber*, Journal of Propulsion and Power, **6**, pp. 690–704, 1992.
- Eckelmann, H., *The structure of the viscous sublayer and the adjacent wall region in a turbulent channel flow*, Journal of Fluid Mechanics, **65(3)**, pp. 439–459, 1974.
- Eckert, E. R. G. et Cho, H. H., *Transition from transpiration to film cooling*, International Journal of Heat and Mass Transfer, **37(1)**, pp. 106–113, 1994.
- Facchini, B., Ferrara, G., et Innocenti, L., *Blade cooling improvement for heavy duty gas turbine : the air coolant temperature reduction and the introduction of stream and mixed steam/air cooling*, International Journal of Thermal Sciences, **1**, pp. 74–84, 2000.
- Fallon, B., *Simulation des grandes échelles d'écoulements turbulents stratifiés en densité*, Thèse de doctorat de l'INPG, 1994.

- Feraille, T. et Casalis, G., *Channel flow induced by wall injection of fluid and particles*, Physics of Fluid, **15(2)**, pp. 348–360, 2003.
- Germano, M., *Turbulence : the filtering approach*, Journal of Fluid Mechanics, **238**, pp. 325–336, 1992.
- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., et Cabot, W., *A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model*, Physical Fluids, **3(7)**, pp. 1760–1765, 1991.
- Ghosal, A., Lund, T. S., et Moin, P., *A dynamic localization model for large-eddy simulation of turbulent flow*, Journal of Fluid Mechanics, **286**, pp. 229–255, 1995.
- Green, M. J. et Davy, W. C., *Galileo probe forebody thermal protection*, AIAA Paper, **81**, pp. 1073–1079, 1981.
- Head, M. B. et Bandyopadhyay, P., *New aspects of turbulent boundary layer structures*, Journal of Fluid Mechanics, **107**, pp. 297–338, 1981.
- Ishii, I. et Kubota, H., *Two-dimensional response of a transpiration-cooled system in a radiative/convective environment*, AIAA Journal, **22(6)**, pp. 831–836, 1984.
- Jaberi, F. A. et Colucci, P. J., *Large eddy simulation of heat and mass transport in turbulent flows. part2 : Scalar field*, International Journal of Heat and Mass Transfer, **46**, pp. 1827–1840, 2003.
- Jimenez, C., Ducros, F., Cuenot, B., et Bedat, B., *Subgrid scale variance and dissipation of a scalar field in large-eddy simulations*, Physics of Fluid, **13(6)**, pp. 1748–1754, 2001.
- Jiménez, J. et Moin, P., *The minimal channel flow unit in near-wall turbulence*, Journal of Fluid Mechanics, **225**, pp. 213–240, 1991.
- Kader, B., *Temperature and concentration profiles in fully turbulent boundary-layers*, International Journal of Heat and Mass Transfer, **24(9)**, pp. 1541–1544, 1981.
- Kaltenbach, H.-J., *large-eddy simulation of flow in a plane, asymmetric diffuser*, Center for Turbulent Research, Annual Research Briefs, pp. 101–109, 1993.
- Kaltenbach, H.-J., Fatica, M., Mittal, R., Lund, T. S. ., et Moin, P., *Study of the flow in a planar asymmetric diffuser using large- eddy simulation*, Journal of Fluid Mechanics, **390**, pp. 151–185, 1999.
- Kays, W. M., *Heat transfer to the transpired turbulent boundary layer*, International Journal of Heat and Mass Transfer, **15**, pp. 1023–1044, 1972.
- Kays, W. M. et Crawford, M. E., *Convective heat transfer*, McGraw-Hill, New-York, 1980.
- Khalatov, A. A., *Heat transfer on non-porous and porous smooth end walls of a linear guide vane model*, dans *Heat Transfer 1998, Proceedings of 11th IHTC*, vol. 6, pp. 511–516, Kyongju, Korea, 1998.

- Kim, J., Moin, P., et Moser, R., *Turbulence statistics in fully developed channel flow at low reynolds number*, Journal of Fluid Mechanics, **177**, pp. 133–166, 1987.
- King, L. V., *On the convection of heat from small cylinders in a stream of fluid : Determination of the convection constants of small platinum wires with applications to hot-wire anemometry*, Phil. Trans. Roy. Soc., **A214**, pp. 373–432, 1914.
- Klepllin, H. et Eckelman, H., *Behaviour of the three fluctuating velocity components in the wall region of a turbulent channel flow*, Physics of Fluid, **22(7)**, pp. 1233–1239, 1979.
- Kleseir, L. et Zang, T. A., *Numerical simulation of transition in wall-bounded shear flow*, Annual Reviews of Fluids Mechanics, **23**, pp. 495–537, 1991.
- Koh, J. C. Y., Jaeck, C., Benson, B., et Cousineau, B., *A stable two phase flow system for transpiration cooling*, dans *AIAA 8th Aerospace Sciences Meeting*, AIAA Paper 70-151, New-York, USA, 1970, 7 p.
- Kong, H., Choi, H., et Lee, J., *Dissimilarity between the velocity and temperature fields in a perturbed turbulent thermal boundary layer*, Physics of Fluid, **13(5)**, pp. 1466–1479, 2001.
- Kong, H., Choi, H., et Lee, J. S., *Direct numerical simulation of turbulent thermal boundary layers*, Physics of Fluid, **12(10)**, pp. 2555–2568, 2000.
- Kraichnan, R., *Eddy viscosity in two and three dimensions*, Journal of the Atmospheric Sciences, **33(8)**, pp. 1521–1536, 1976.
- Kramers, H., *Heat transfer from spheres to flowing media*, Physica, **12**, p. 6180, 1946.
- Krishnamoorthy, L. V., Wood, D. H., Antonia, R. A., et Chambers, A. J., *Effect of wire diameter and overheat ratio near a conducting wall*, Experiments in Fluids, **3**, pp. 121–127, 1985.
- Lamballais, E., *Simulations numériques de la turbulence dans un canal plan tournant*, Thèse de doctorat, Institut National de Physique de Grenoble, Grenoble, 1996.
- Landis, R. B. et Mills, F., *The calculation of turbulent boundary layers with foreign gas injection*, International Journal of Heat and Mass Transfer, **15**, pp. 1905–1932, 1972.
- Laufer, J., *The structure of turbulence in fully developed pipe flow*, NACA TR 1174, 1954.
- Le, H., Moin, P., et Kim, J., *Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step*, Journal of Fluid Mechanics, **330**, pp. 349–374, 1997.
- Lecordier, J. C., Dupont, A., Gajan, P., et Paranthoën, P., *Correction of temperature fluctuation measurements using cold wires*, J. Phys. E : Sci. Instrum., **17**, pp. 307–311, 1984.
- Lecordier, J. C., Petit, A., et Paranthoën, P., *Influence de la conduction sur la fonction de transfert des fils froids dans les très basses fréquences ; résultats expérimentaux*, Letters in Heat and Mass Transfer, **8**, pp. 103–114, 1981.
- Lee, S., Sanjiva, S. K., et Moin, P., *Simulation of spatially evolving turbulence and the applicability of Taylor's hypothesis in compressible flows*, Physical Fluids, **4(7)**, 1992.

- Leonard, A., *Energy cascade in large eddy simulations of turbulent fluid flows*, Advances in Geophysics, **18A**, pp. 237–248, 1974.
- Lesieur, M., *Turbulence in Fluids*, Kluwer Academic Publisher, 1997.
- Lesieur, M. et Métais, O., *New trends in large-eddy simulations of turbulence*, Annual Reviews of Fluids Mechanics, **28**, pp. 45–82, 1996.
- Lezius, D. K. et Johnson, J. P., *Roll-cell instabilities in rotating laminar and turbulent channel flows*, Journal of Fluid Mechanics, **77**, pp. 153–175, 1976.
- Ligrani, P. M., Gong, R., et Cuthrell, J. M., *Bulk flow pulsations and film cooling : flow structure just downstream of the holes*, Journal of Turbomachinery, **119**, pp. 568–573, 1997.
- Lilly, D., *The representation of small scale turbulence in numerical simulation experiments*, dans *IBM Sc. Comp. Symp. Env. Sc.*, Yorktown Heights USA, 1967.
- Lilly, D., *A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method*, Physical Fluids, **4(3)**, pp. 633–635, 1992.
- Lund, T., Wu, X., et Squires, K., *On the generation of turbulent inflow conditions for boundary layer simulations*, Center for Turbulent Research, Annual Research Briefs, pp. 281–295, 1996.
- Lund, T., Wu, X., et Squires, K., *Generation of turbulent inflow data for spatially-developing boundary layer simulations*, Journal of Computational Physics, **140**, pp. 133–158, 1998.
- Lund, T. S. et Moin, P., *Large-eddy simulation of a concave wall boundary layer*, International Journal of Heat and Fluid Flow, **17**, pp. 290–295, 1996.
- Marchand, M., Galier, J. G., Reulet, P., et Millan, P., *Etude de l'impact de jets circulaires turbulents et chauds sur une surfaces concave*, dans *Congrès Français de Thermique*, Lyon, 2000.
- Maruyama, T., *On the influence of turbulence characteristics at an inler boundary for large eddy simulation of a turbulent boundary layer*, dans W. Rodi et D. Laurence, réds., *Engineering turbulence modeling and experiments - 4*, pp. 217–226, Elsevier Science Ltd., 1999.
- Maruyama, T., Rodi, W., Maruyama, Y., et Hiraoka, H., *Large eddy simulation of the turbulent boundary layer behind roughness elements using an artificially generated inflow*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, **83**, pp. 381–392, 1999.
- Mathelin, L., *Etude numérique, expérimentale et théorique de l'influence de l'effusion sur la dynamique et la thermique de l'écoulement autour d'un cylindre poreux*, Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, 2001.
- Mathelin, L., Bataille, F., et Lallemand, A., *Near wake of a circular cylinder submitted to blowing - ii impact on the dynamics*, International Journal of Heat and Mass Transfer, **44**, pp. 3701–3708, 2001.

- Mathelin, L., Brillant, G., Bataille, F., et Lallemand, A., *Blowing impact on the wake of a circular cylinder*, dans *Congrès IUTAM*, Marseille, 2000.
- Mc Millan, O. J., Ferziger, J. H., et Rogallo, R. S., *Tests of new subgrid-scale models in strained turbulence*, *AIAA Journal*, **80**, p. 1339, 1980.
- Meneveau, C., Lund, T., et Cabot, W., *A lagrangian dynamic subgrid-scale model of turbulence*, *Journal of Fluid Mechanics*, **319**, pp. 353–385, 1996.
- Meri, A., Wengle, H., Raddaoui, M., Chauve, P., et Schiestel, R., *Large-eddy simulation of non-equilibrium inflow conditions and of the spatial development of a confined plane jet with co-flowing streams*, dans W. Rodi et D. Laurence, réds., *Engineering turbulence modeling and experiments - 4*, pp. 197–206, Elsevier Science Ltd., 1999.
- Métais, O. et Lesieur, M., *Spectral large-eddy simulations of isotropic and stably stratified turbulence*, *Journal of Fluid Mechanics*, **239**, pp. 157–194, 1992.
- Michard, M., Ait Ameer, M., Brillant, G., et Bataille, F., *Experimental study of mixing between a heated turbulent flow and a cold airstream transpired through a porous wall*, dans *4th ASME JSME Joint Fluids Engineering Conference*, Honolulu, 2003.
- Millon, F. et Paranthoën, P., *Influence des échanges thermiques entre le capteur et ses supports sur la mesure des fluctuations de température dans un écoulement turbulent*, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **21**, pp. 1–6, 1978.
- Mittal, R. et Moin, P., *Suitability of upwind-biased finite difference schemes for large-eddy simulation of turbulent flows*, *AIAA Journal*, **35**, pp. 1415–1417, 1997.
- Moffat, R. J. et Kays, W. M., *The turbulent boundary layer on a porous plate : experimental heat transfer with uniform blowing and suction*, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **11**, pp. 1547–1566, 1968.
- Moffat, R. J. et Kays, W. M., *A review of turbulent-boundary-layer heat transfer research at stanford, 1958-1983*, *Advances in Heat Transfer*, **16**, pp. 241–365, 1984.
- Moin, P. et Kim, J., *Numerical investigation of turbulent channel flow*, *Journal of Fluid Mechanics*, **118**, pp. 341–377, 1982.
- Montreuil, E., *Simulations numériques pour l'aérothermique avec des modèles sous-maille*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 2000.
- Montreuil, E., Sagaut, E., et Labbé, O., *Assessment of non-fickian subgrid-scale models for passive scalar in channel flow*, dans *Workshop on direct and large eddy simulation*, Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, 1999.
- Moser, R. D., Kim, J., et Mansour, N. N., *Dns of turbulent channel flow up to $re_\tau = 590$* , *Physics of Fluids*, **11**, pp. 943–945, 1998.
- Nicoud, F., *Conservative high-order finite-difference schemes for low-mach number flows*, *Journal of Computational Physics*, **158**, pp. 71–97, 2000.

- Nicoud, F. et Angelilla, J. R., *Effects of uniform injection at the wall on the stability of couette-like flows*, Physical Review E, **56(3)**, 1997.
- Nicoud, F. et Baggett, J., *On the use of the optimal control theory for deriving wall models for les*, Center for Turbulent Research, Annual Research Briefs, 1999.
- Nicoud, F., Baggett, J. S., Moin, P., et Cabot, W., *Large eddy simulation wall-modeling based on suboptimal control theory and linear stochastic estimation*, Physics of Fluid, **13(10)**, pp. 2968–2984, 2001.
- Nicoud, F. et Ducros, F., *Subgrid-scale modelling based on the square of the velocity gradient tensor*, Flow, Turbulence and Combustion, **62(3)**, pp. 183–200, 1999.
- Nicoud, F., Poinso, T. J., et Minh, H. H., *Direct numerical simulation of a turbulent flow with massive uniform injection*, dans *10th Symp. Turbulent Shear Flows, vol. 3*, Pennsylvania State University, 1995.
- Paranthoën, P. et Lecordier, J. C., *Mesures de température dans les écoulements turbulents*, Revue Générale de Thermique, **35**, pp. 283–308, 1996.
- Paranthoën, P., Petit, C., et Lecordier, J. C., *The effect of the thermal prong-wire interaction on the response of a cold wire in gaseous flows (air, argon and helium)*, Journal of Fluid Mechanics, **124**, pp. 457–473, 1982.
- Péneau, F., Boisson, H., et Djilali, N., *Large-eddy simulation of the influence of high free-stream turbulence on a spatially evolving boundary layer*, International Journal of Heat and Fluid Flow, **21**, pp. 640–647, 2000.
- Peng, S.-H. et Davidson, L., *On a subgrid-scale heat flux model for large-eddy simulation of turbulent thermal flow*, International Journal of Heat and Mass Transfer, **45**, pp. 1393–1405, 2002.
- Petit, A., Paranthoën, P., et Lecordier, J. C., *Influence of wollaston wire and prongs on the response of cold wires at low frequencies*, Letters in Heat and Mass Transfer, **8**, pp. 281–291, 1981.
- Pierce, C. et Moin, P., *A dynamic model for subgrid scale variance and dissipation rate of a conserved scalar*, Physics of Fluid, **10(12)**, pp. 3041–3044, 1998.
- Piomelli, U. et Balaras, E., *Wall-layer models for large-eddy simulations*, Annual Reviews of Fluids Mechanics, **34**, pp. 349–374, 2002.
- Piomelli, U., Ferziger, J., et Moin, P., *New approximate boundary conditions for large eddy simulations of wall-bounded flows*, Physical Fluids, **1(6)**, pp. 1061–1068, 1989.
- Piomelli, U., Zang, T. A., Speziale, C. G., et Hussaini, Y. H., *On the large eddy simulation of transitional wall-bounded flows*, Physical Fluids, **2(2)**, pp. 257–265, 1990.
- Polyakov, A. F. et Shindin, S. A., *Peculiarities of hot-wire measurements of mean velocity and temperature in the wall vicinity*, Letters in Heat and Mass Transfer, **5**, pp. 53–58, 1978.

- Prasad, A. et Williamson, C., *The instability of the shear layer separating from a bluff body*, Journal of Fluid Mechanics, **333**, pp. 375–402, 1997.
- Pullin, D. I., *A vortex-based model for the subgrid flux of a passive scalar*, Physics of Fluids, **12(9)**, pp. 2311–2319, 2000.
- Rai, M. M. et Moin, P., *Direct numerical simulation of transition and turbulence in a spatially evolving boundary layer*, Journal of Computational Physics, **109**, pp. 169–192, 1993.
- Rodet, J.-C., Campolina Franca, G. A., Pagnier, P., Morel, R., et Lallemand, A., *étude en soufflerie thermique du refroidissement de parois poreuses par effusion de gaz*, Revue Générale de Thermique, **37(2)**, pp. 123–136, 1998.
- Rogallo, R. et Moin, P., *Numerical simulation of turbulent flows*, Annual Reviews of Fluids Mechanics, **16**, pp. 99–137, 1984.
- Romanenko, P. N. et Kharchenko, V. N., *The effect of transverse mass flow on heat transfer and friction drag in a turbulent flow of compressible gas along an arbitrarily shaped surface*, International Journal of Heat and Mass Transfer, **6**, pp. 727–738, 1963.
- Rubesin, M. W., *An analytical estimation of the effect of transpiration cooling on the heat transfer and skin friction characteristics of a compressible turbulent boundary layer*, Rap. tech. 3341, NACA, 1954, 57 p.
- Saez, M., *Contribution à l'étude expérimentale de la convection mixte*, Thèse de Doctorat, Université J. Fournier, Grenoble, 1998.
- Sagaut, P., *Introduction à la simulation des grandes échelles pour les écoulements incompressibles*, Springer, 1998.
- Schuman, U., *Subgrid scale model for finite difference simulations of turbulent flows in plane channels and annuli*, Journal of Computational Physics, **18**, pp. 376–404, 1975.
- Scotti, A., Meneveau, C., et Lilly, D. K., *Generalized smagorinsky model for anisotropic grids*, Physical Fluids, **5(9)**, pp. 2306–2308, 1993.
- Shembharkar, T. R. et Pai, B. R., *Prediction of film cooling with a liquid coolant*, International Journal of Heat and Mass Transfer, **29(6)**, pp. 899–908, 1986.
- Shima, N., *Prediction of turbulent boundary layers with a second-moment closure : part i - effects of periodic pressure gradient, wall transpiration and free-stream turbulence*, Journal of Fluid Engineering (ASME), **115(1)**, pp. 56–63, 1993.
- Silva-Freire, A. P., Cruz, D. O. A., et Pellegrini, C. C., *Velocity and temperature distributions in compressible turbulent boundary layers with heat and mass transfer*, International Journal of Heat and Mass Transfer, **38(13)**, pp. 2507–2515, 1995.
- Simpson, R. L., *Characteristics of turbulent boundary layers at low reynolds numbers with and without transpiration*, Journal of Fluid Mechanics, **42**, pp. 769–802, 1970.

- Smagorinsky, J., *General circulation experiments with the primitive equations*, Monthly Weather Review, **91**(3), pp. 99–164, 1963.
- So, R. M. C. et Yoo, G. J., *Low reynolds number modeling of turbulent flows with and without wall transpiration*, AIAA Journal, **25**(12), pp. 1556–1564, 1987.
- Spalart, P. R., *Direct numerical simulation of a turbulent boundary layer up to $Re_\theta = 1410$* , Journal of Fluid Mechanics, **187**, pp. 61–98, 1988.
- Speziale, C., *Galilean invariance of subgrid scale stress models in the large eddy simulation of turbulence*, Journal of Fluid Mechanics, **156**, pp. 55–62, 1985.
- Squire, L. C., *A law of the wall for compressible turbulent boundary layers with air injection*, Journal of Fluid Mechanics, **37**, pp. 449–456, 1969.
- Taylor, G. I., *Fluid flow in regions bounded by porous surfaces*, Proc. R. Soc. Lond., **234**, pp. 456–475, 1956.
- Traineau, J. C., Hervat, P., et Kuentzmann, P., *Cold-flow simulation of a two-dimensional nozzleless solid-rocket motor*, AIAA Paper 86-1447, 1986.
- Tsai, H. M. et Leslie, D. C., *Large eddy simulation of a developing turbulent boundary layer at a low reynolds number*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, **10**, pp. 519–555, 1990.
- Tsuji, T., Nagano, Y., et Tagawa, M., *Frequency response and instantaneous temperature profile of cold-wire sensors for fluid temperature fluctuation measurements*, Experiments in Fluids, **13**, pp. 171–178, 1992.
- Tung, T. C. et Adrian, R. J., *Higher-order estimates of conditional eddies in isotropic turbulence*, Physics of Fluid, **23**, p. 1469, 1980.
- Van Driest, E., *On turbulent flow near a wall*, Journal of the Aeronautical Sciences, **23**, pp. 1007–1011, 1956.
- Varapaev, V. N. et Yagodkin, V. I., *Flow stability in a channel with porous walls*, Izv. Akad. Nauk SSSR Mekh Zhid. i Gaza, **4**, pp. 91–95, 1969.
- Vasiliev, O., Lund, T., et Moin P., *A general class of commutative filters for LES in complex geometries*, Journal of Computational Physics, **146**, pp. 82–104, 1998.
- Vreman, B., Geurts, B., et Kuerten, H., *Realizability conditions for the turbulent stress tensor in large-eddy simulation*, Journal of Fluid Mechanics, **278**, pp. 351–362, 1994.
- Weiss, F., Lecordier, J. C., Godard, J., et Paranthönen, P., *Réponse en fréquence d'un fil placé dans un écoulement ensemencé par des particules d'huile*, dans Congrès Français de Thermique, Lyon, 2000.
- Werner, H. et Wengle, H., *Large eddy simulation of turbulent flow over and around a cube in a pate channel*, 8th Symposium on Turbulent Shear Flows, 1991.

- White, F. M., *Viscous fluid flow*, 2nd édition, McGraw-Hill, 1991.
- Whitten, D. G., Moffat, R. J., et Kays, W. M., *Heat transfer to a turbulent boundary layer with non-uniform blowing and surface temperature*, dans *4th Inter. heat transfer conf*, 1970.
- Williamson, C., *The existence of two stages in the transition to three-dimensionality of a cylinder wake*, *Physics of Fluid*, **31(11)**, pp. 3165–3168, 1988.
- Williamson, C., *Three-dimensional wake transition*, *Journal of Fluid Mechanics*, **328**, pp. 345–407, 1996.
- Wood, C. J., *The effect of base bleed on a periodic wake*, *Journal of Royal Aero Society*, Technical notes, **68**, pp. 477–482, 1964.
- Worthy, J., *Large Eddy Simulation of buoyant plumes*, Thèse de doctorat, School of Mechanical Engineering, Cranfield University, 2003.
- Wray, A. A. et Hunt, J. C. R., *Algorithms for classification of turbulent structures*, dans *Proceedings of IUTAM Symposium Topological Fluid Mechanics*, pp. 95–104, 1989.
- Wu, X., Squires, K. D., et Lund, T. S., *Large-eddy simulation of a spatially-developping boundary layer*, dans *ACM/IEEE Supercomputing Conference*, pp. 1–18, San Diego, 1995.
- Wyngaard, J. C., *Spatial resolution of a resistance wire temperature sensor*, *Physics of Fluid*, **14**, pp. 2052–2054, 1971.
- Zang, Y., Street, R., et Koseff, J., *A dynamic mixed subgrid scale model and its application to turbulent recirculationg flows*, *Physics of Fluid*, **5(12)**, pp. 3186–3196, 1993.

Annexes

Annexe A

Expressions de quelques conditions d'entrée de fluide

A.1 Entrée turbulente développée par Wu *et al.* (1995)

Wu *et al.* (1995) considèrent que des lois de similitude existent pour la couche limite turbulente puisque la vitesse moyenne et les fluctuations de vitesse évoluent avec la variable y^+ en proche paroi et avec la variable y/δ dans la région externe. Wu *et al.* (1995) introduisent la coordonnée η de similitude qui est fonction de y^+ en proche paroi et fonction de y/δ dans la région externe. Ils effectuent, suivant l'idée de Spalart (1988), une décomposition de la vitesse en deux parties : une partie "rapide" (dépendant des variables x, η, z et t) et une partie "lente" (dépendant des variables x et η). Les étapes de cette méthode de recyclage des fluctuations sont données ci-après :

1. à chaque nouveau pas de temps $t + \Delta t$, le système de coordonnées (x, η, z) est construit en considérant la coordonnée de similitude η suivant la relation :

$$\eta = \frac{y_2^m(10^{-3}y^+) + y^m(y/\delta)}{y_2^m + y^m} \quad (\text{A.1})$$

avec $y_2 = (y_1 y_3)^{1/2}$, $y_1^+ = 15$, $y_3/\delta = 0.3$ et $m = \frac{5}{\log_{10}(y_3/y_1)}$.

2. le changement de variable $(x, y, z) \rightarrow (x, \eta, z)$ est effectué sur le champ de vitesse au pas de temps précédent (t) et une interpolation linéaire est utilisée.
3. le champ de vitesse dans ce nouveau système de coordonnées est décomposé selon une partie moyenne et une partie périodique selon l'expression :

$$\bar{u}_i(x, \eta, z) = \langle \bar{u}_i \rangle (x, \eta) + \langle \bar{u}_{i,rms} \rangle (x, \eta) \cdot \bar{u}_{i,P}(x, \eta, z, t) \quad (\text{A.2})$$

où $\langle . \rangle$ corespond à l'opérateur moyenne selon les variables z et t . $\bar{u}_{i,P}(x, \eta, z, t)$ est la partie de la vitesse "rapide" qui dépend du temps et qui est supposée périodique selon la coordonnée η .

4. la partie périodique $\bar{u}_{i,P}(x, \eta, z, t)$ au pas de temps précédent est appliquée à l'entrée du domaine afin de générer une entrée dépendante du temps. L'expression du profil de vitesse à l'entrée est donnée par :

$$\bar{u}_i(x_{\text{entrée}}, \eta, z) = \langle \bar{u}_i \rangle (x_{\text{entrée}}, \eta) + \langle \bar{u}_{i,rms} \rangle (x_{\text{entrée}}, \eta) \cdot \bar{u}_{i,P}(x_{\text{sortie}}, \eta, z, t) \quad (\text{A.3})$$

La valeur moyenne et les fluctuations de la vitesse sont des grandeurs "lentes" dont la première dérivée par rapport à l'axe longitudinal x en suivant les droites de coordonnées $\eta = Cste$ est une constante. Cela permet l'évaluation de $\langle \bar{u}_i \rangle (x_{\text{entrée}}, \eta)$ à partir de l'équation :

$$\frac{\langle \bar{u}_i \rangle (x_{\text{intermdiaire}}, \eta, t) - \langle \bar{u}_i \rangle (x_{\text{entrée}}, \eta, t)}{\langle \bar{u}_i \rangle (x_{\text{sortie}}, \eta, t) - \langle \bar{u}_i \rangle (x_{\text{entrée}}, \eta, t)} = \frac{x_{\text{intermdiaire}} - x_{\text{entrée}}}{x_{\text{sortie}} - x_{\text{entrée}}} \quad (\text{A.4})$$

où l'indice intermédiaire correspond à un plan compris dans le domaine de calcul. Le même type d'équation est utilisé pour obtenir les fluctuations de vitesse.

5. le changement de variable inverse est effectué sur la vitesse afin de l'imposer en entrée de domaine.

A.2 Entrée turbulente développée par Lund *et al.* (1998)

Une décomposition de la vitesse en une partie moyenne et une partie fluctuante est effectuée selon la relation :

$$u_i(x, y, z, t) = U_i(x, y) + u'_i(x, y, z, t) \quad (\text{A.5})$$

La vitesse moyenne est supposée suivre une loi pour la zone inférieure selon l'équation :

$$U^{inf} = u_\tau(x) f_1(y^+) \quad (\text{A.6})$$

et une autre loi pour la zone supérieure

$$U^{sup} = U_o - u_\tau(x) f_2(\eta) \quad (\text{A.7})$$

où $u_\tau = \sqrt{\nu(\partial u / \partial y)_{\text{paroi}}}$ est la vitesse de frottement, $y^+ = u_\tau y / \nu$ la coordonnée adimensionnée, et f_1 et f_2 des fonctions universelles. Les vitesses en entrée de domaine et dans le plan de recyclage sont alors reliées entre elles par les relations :

$$U_{\text{entrée}}^{inf} = \gamma U_{\text{recycl}}(y_{\text{entrée}}^+) \quad (\text{A.8})$$

$$U_{\text{entrée}}^{sup} = \gamma U_{\text{recycl}}(\eta_{\text{entrée}}) + (1 - \gamma) U_o \quad (\text{A.9})$$

avec

$$\gamma = \frac{u_{\tau, \text{entrée}}}{u_{\tau, \text{recycl}}} \quad (\text{A.10})$$

Pour obtenir les données en tout point du plan d'entrée, une interpolation linéaire est mise en place. Pour la composante V de la vitesse, les équations suivantes sont considérées tandis que la composante W est supposée nulle.

$$\begin{cases} V^{inf} = U_o f_3(y^+) \\ V^{sup} = U_o f_4(\eta) \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

$$\quad \quad \quad (\text{A.12})$$

et donc

$$\begin{cases} V_{\text{entrée}}^{inf} = V_{\text{recycl}}(y_{\text{entrée}}^+) \\ V_{\text{entrée}}^{sup} = V_{\text{recycl}}(\eta_{\text{entrée}}) \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

$$\quad \quad \quad (\text{A.14})$$

Concernant les fluctuations de vitesses, les équations suivantes sont considérées :

$$\begin{cases} (u'_i)^{inf} = u_{\tau}(x) \cdot g_i(x, y^+, z, t) \\ (u'_i)^{sup} = u_{\tau}(x) \cdot h_i(x, \eta, z, t) \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

$$\quad \quad \quad (\text{A.16})$$

Avec cette écriture, Lund *et al.* (1998) considèrent que les fonctions g_i et h_i sont quasiment homogènes et peuvent être exprimées comme des fonctions périodiques. Ainsi, Lund *et al.* (1998) écrivent :

$$\begin{cases} (u'_i)_{\text{entrée}}^{inf} = \gamma \cdot (u'_i)_{\text{recycl}}(y^+, z, t) \\ (u'_i)_{\text{entrée}}^{sup} = \gamma \cdot (u'_i)_{\text{recycl}}(\eta, z, t) \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

$$\quad \quad \quad (\text{A.18})$$

Afin d'obtenir une formule valable sur toute la hauteur du domaine Lund *et al.* (1998) proposent la formule :

$$(u_i)_{\text{entrée}} = \left[(U_i)_{\text{entrée}}^{inf} + (u'_i)_{\text{entrée}}^{inf} \right] \cdot (1 - W(\eta_{\text{entrée}})) + \left[(U_i)_{\text{entrée}}^{sup} + (u'_i)_{\text{entrée}}^{sup} \right] \cdot W(\eta_{\text{entrée}}) \quad (\text{A.19})$$

où la fonction $W(\eta)$ est définie par :

$$W(\eta) = \frac{1}{2} \cdot \left\{ 1 + \frac{\tanh \left[\frac{\alpha(\eta-b)}{(1-2b)\eta+b} \right]}{\tanh(\alpha)} \right\} \quad (\text{A.20})$$

avec $\alpha = 4$ et $b = 0, 2$. Pour obtenir le facteur γ , Lund *et al.* (1998) utilisent la relation :

$$u_{\tau, \text{entrée}} = u_{\tau, \text{recycl}} \left(\frac{\theta_{\text{recycl}}}{\theta_{\text{entrée}}} \right)^n \quad (\text{A.21})$$

avec $n = 5$.

A.3 Interpolation de mesures expérimentales

Druault *et al.* (1999) imposent une variation de la vitesse selon l'expression

$$\hat{u}_k(y_l, t) = A_{ij}^{kl}(t) u_i(Y_j, t) \quad (\text{A.22})$$

où les Y_j correspondent aux positions des sondes fils chauds. Les coefficients $A_{ij}^{kl}(t)$ sont obtenus par une résolution des moindres carrés des équations :

$$A_{ij}^{kl}(t) \langle u_i(Y_j) u_m(y_n) \rangle = \langle u_k(y_l) u_m(y_n) \rangle \quad (\text{A.23})$$

Pour interpoler et extrapoler les valeurs du tenseur $R_{ij} = \langle u_i(y) u_j(y') \rangle$ sur les nœuds du domaine de calcul, Druault *et al.* (1999) utilisent respectivement une décomposition de Gram-Charlier et une décomposition orthogonale (POD pour *Proper Orthogonal Decomposition*).

Annexe B

Profils de vitesse de la SND - Comparaisons

Nous traçons ci-dessous les profils de vitesse de la simulation numérique directe présentée au chapitre 5. Les résultats sont comparés aux simulations numériques directes de Kim *et al.* (1987) et Moser *et al.* (1998). On vérifie ainsi la très bonne correspondance des résultats.

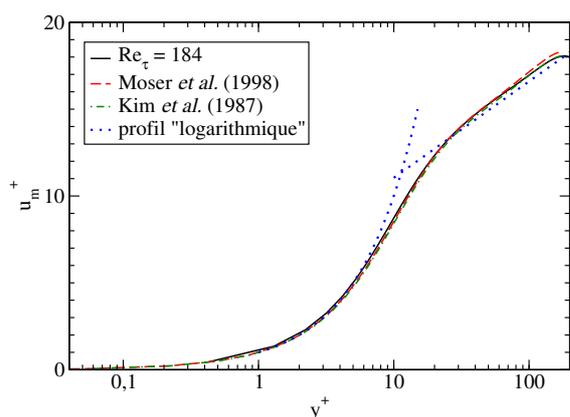


FIG. B.1 – Vitesse moyenne longitudinale.

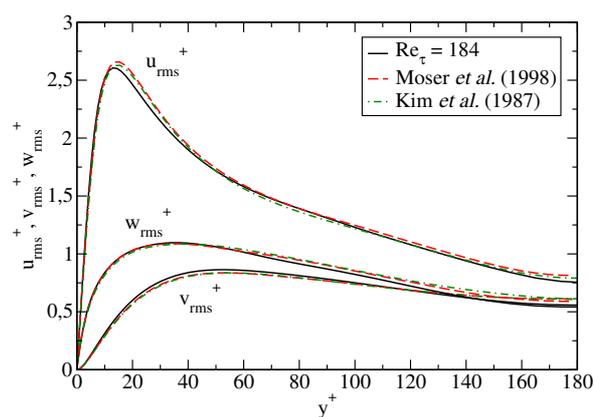


FIG. B.2 – Écart-type de vitesse.

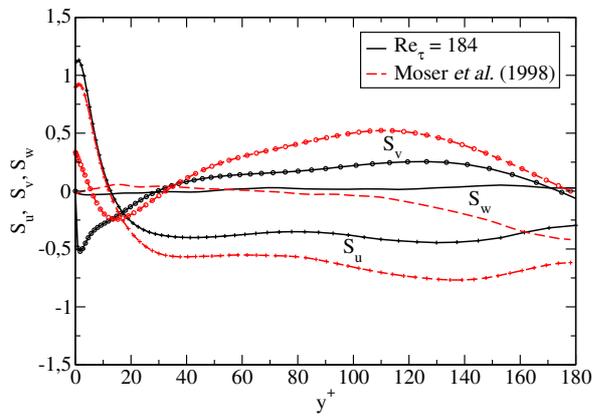


FIG. B.3 – Facteur de dissymétrie de la vitesse.

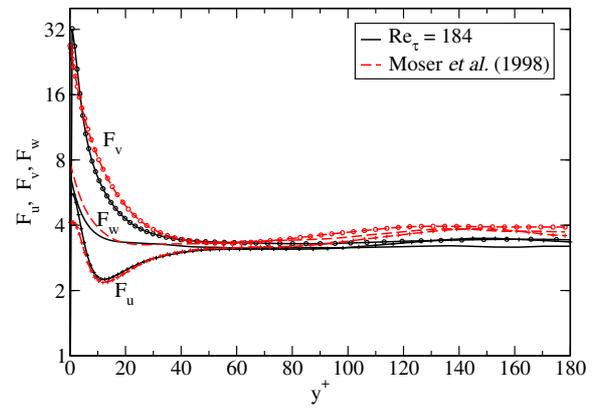


FIG. B.4 – Facteur d'aplatissement de la vitesse.

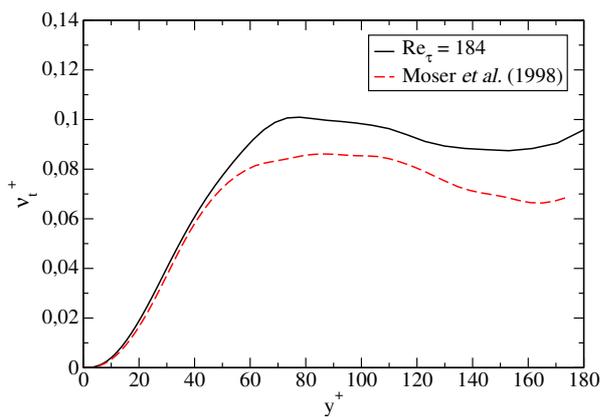


FIG. B.5 – Viscosité turbulente.

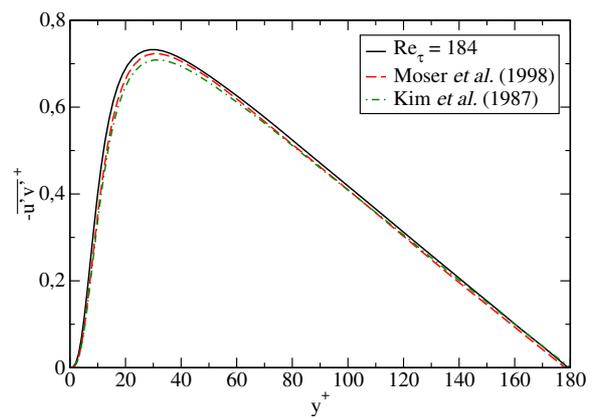


FIG. B.6 – Corrélation de vitesse $-\overline{u'v'}$.

Annexe C

Mesures expérimentales complémentaires

Nous présentons dans cette annexe des résultats expérimentaux complémentaires à ceux exposés dans le chapitre 6. Nous avons tracé les histogrammes et les spectres à la fois de la vitesse et de la température.

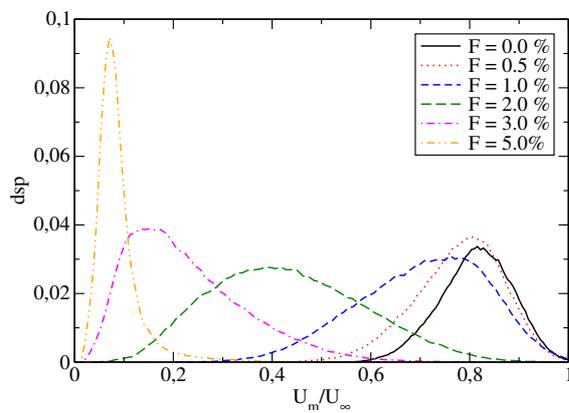


FIG. C.1 – Densité de probabilité de la vitesse à $y = 15$ mm.

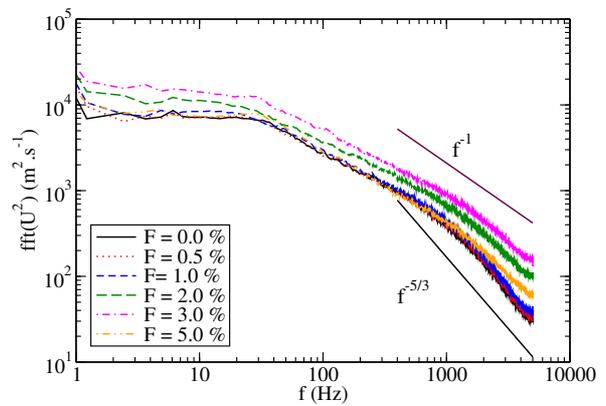


FIG. C.2 – Spectre de la vitesse à $y = 31$ mm.

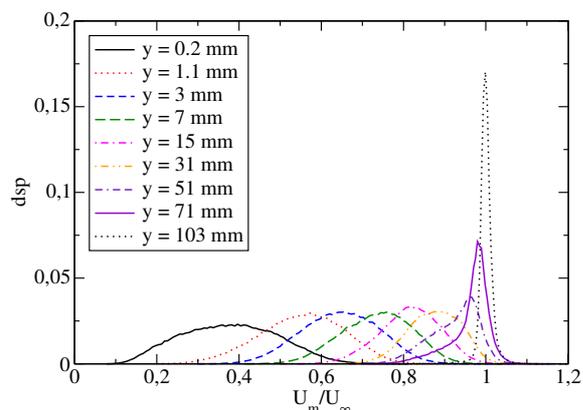


FIG. C.3 – Histogramme de la vitesse pour $F = 0.0\%$.

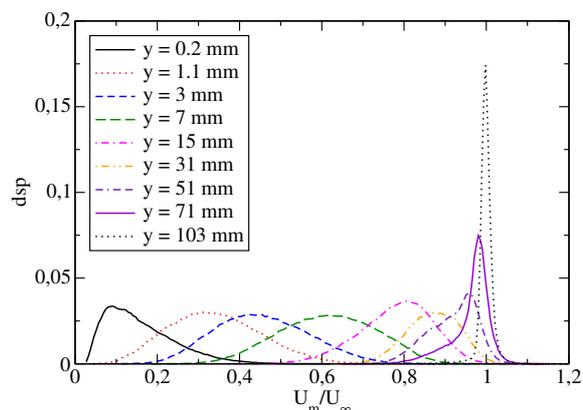


FIG. C.4 – Histogramme de la vitesse pour $F = 0.5\%$.

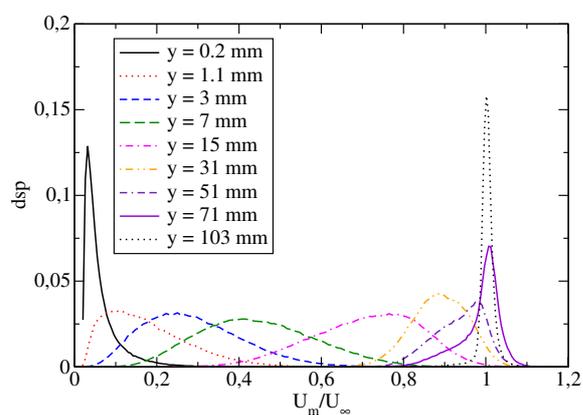


FIG. C.5 – Histogramme de la vitesse pour $F = 1.0\%$.

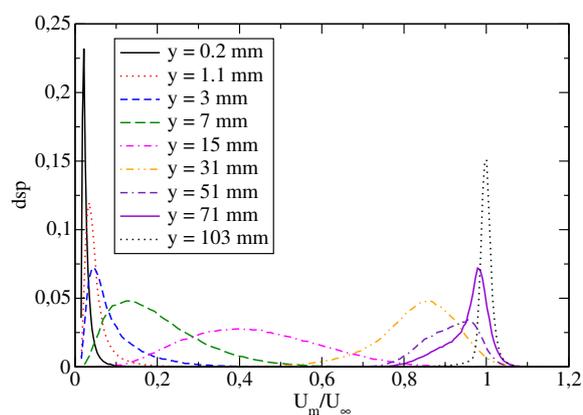


FIG. C.6 – Histogramme de la vitesse pour $F = 2.0\%$.

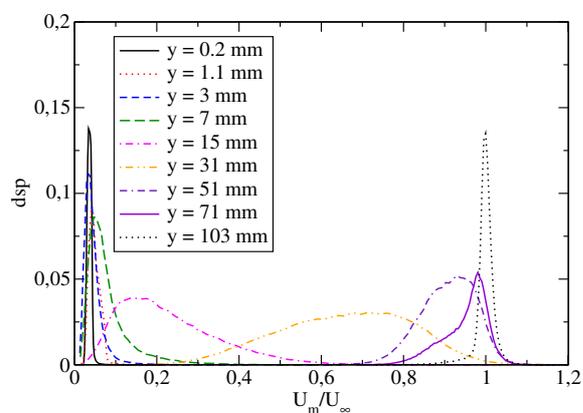


FIG. C.7 – Histogramme de la vitesse pour $F = 3.0\%$.

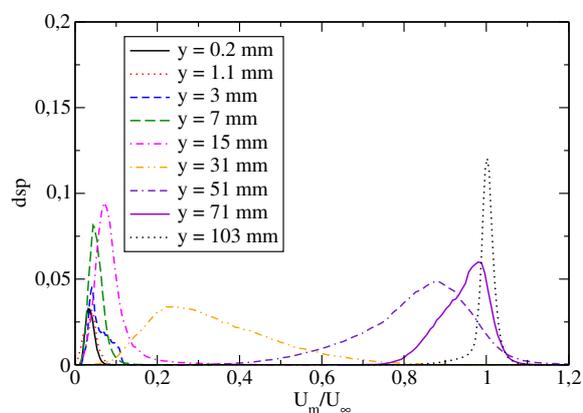


FIG. C.8 – Histogramme de la vitesse pour $F = 5.0\%$.

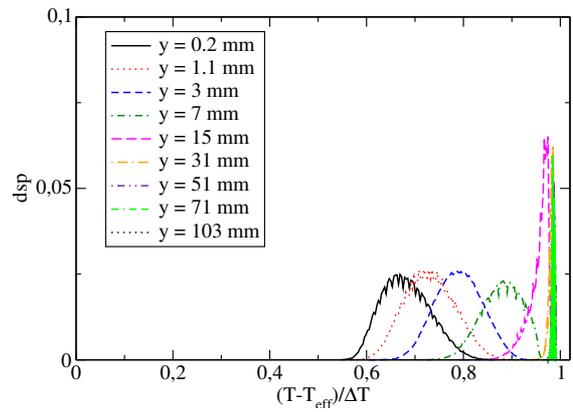
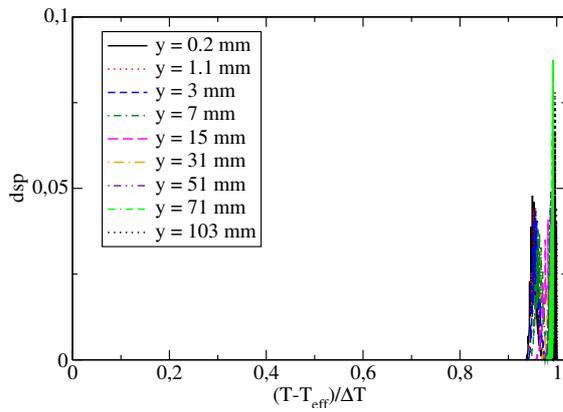


FIG. C.9 – Histogramme de la température pour $F = 0.0\%$.

FIG. C.10 – Histogramme de la température pour $F = 0.5\%$.

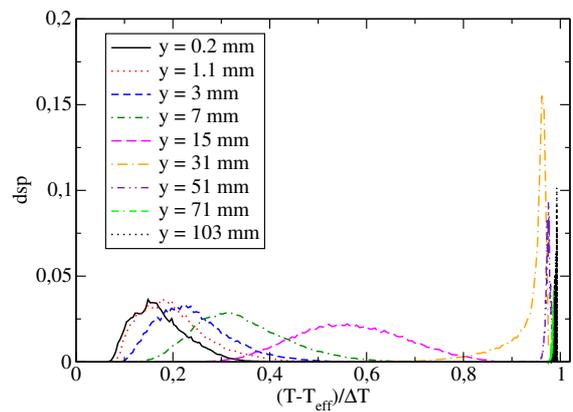
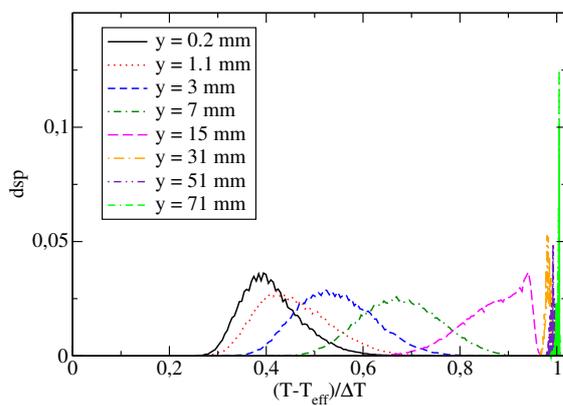


FIG. C.11 – Histogramme de la température pour $F = 1.0\%$.

FIG. C.12 – Histogramme de la température pour $F = 2.0\%$.

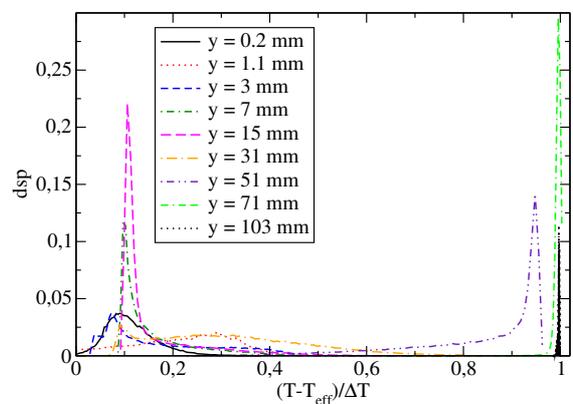
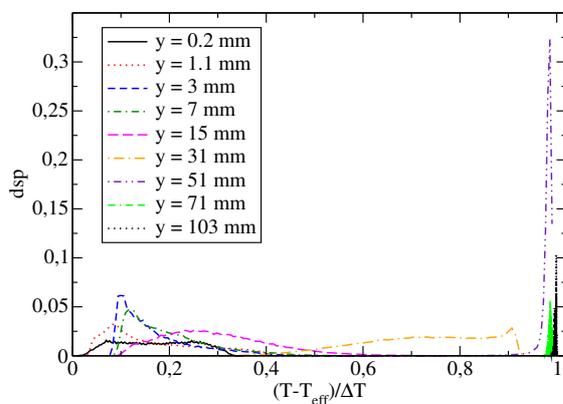


FIG. C.13 – Histogramme de la température pour $F = 3.0\%$.

FIG. C.14 – Histogramme de la température pour $F = 5.0\%$.

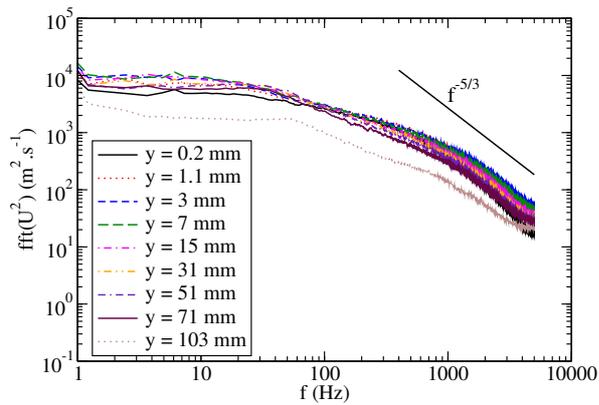


FIG. C.15 – Spectre de vitesse pour $F = 0.0\%$.

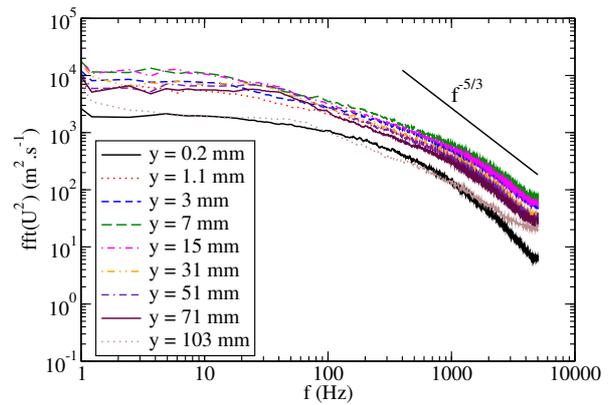


FIG. C.16 – Spectre de vitesse pour $F = 0.5\%$.

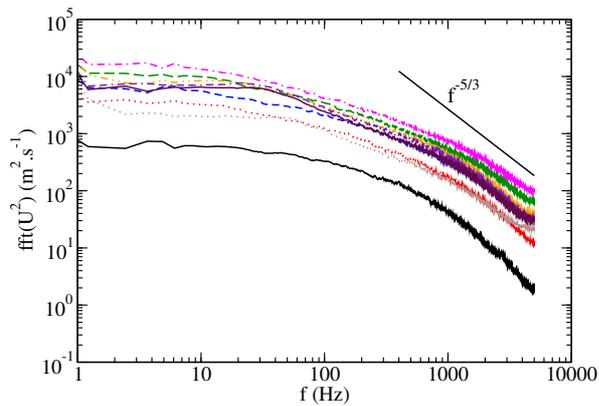


FIG. C.17 – Spectre de vitesse pour $F = 1.0\%$.

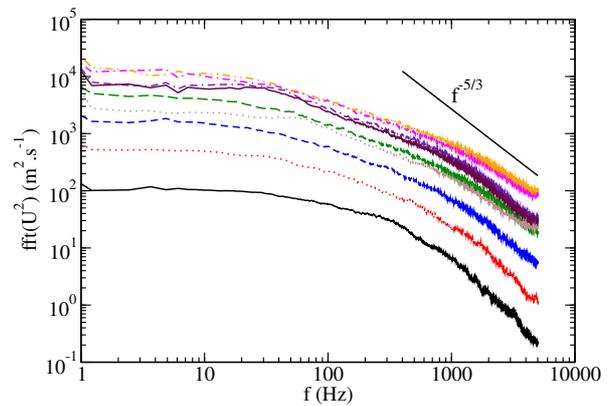


FIG. C.18 – Spectre de vitesse pour $F = 2.0\%$.

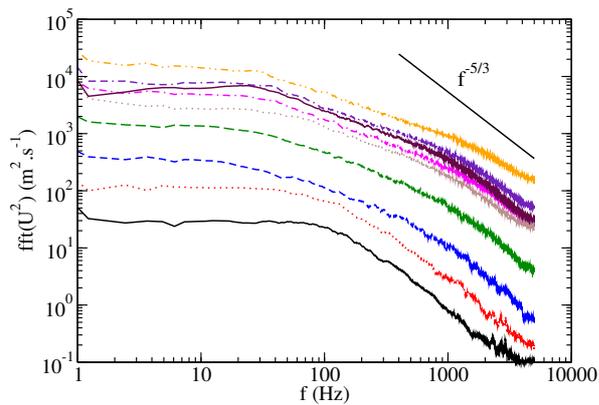


FIG. C.19 – Spectre de vitesse pour $F = 3.0\%$.

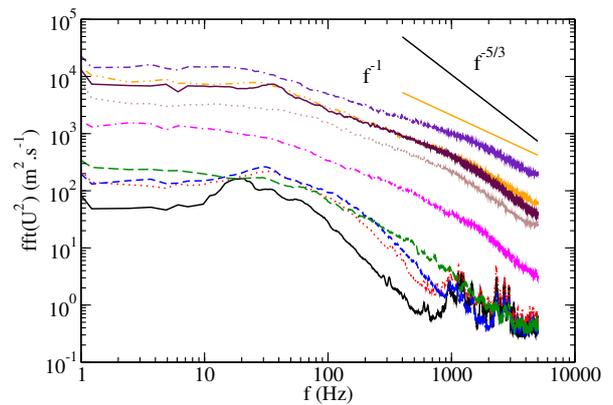


FIG. C.20 – Spectre de vitesse pour $F = 5.0\%$.

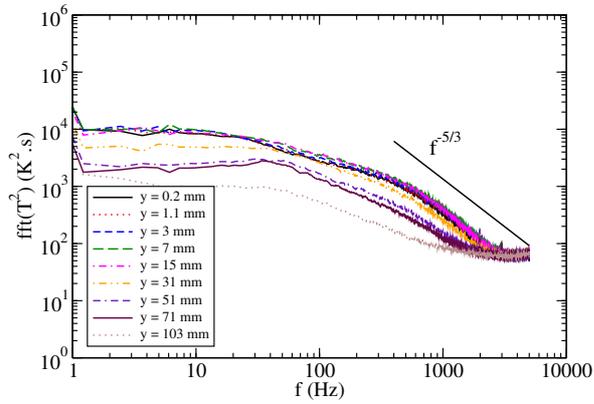


FIG. C.21 – Spectre de température pour $F = 0.0\%$.

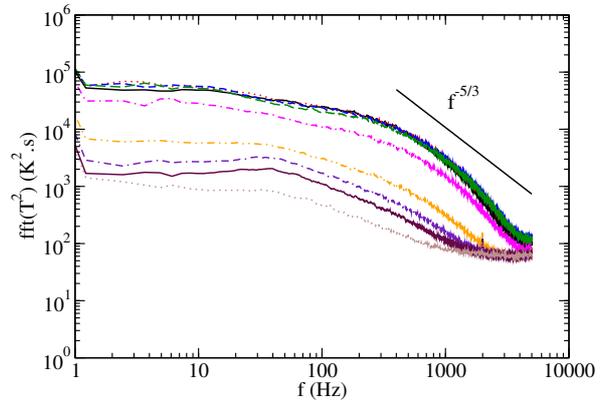


FIG. C.22 – Spectre de température pour $F = 0.5\%$.

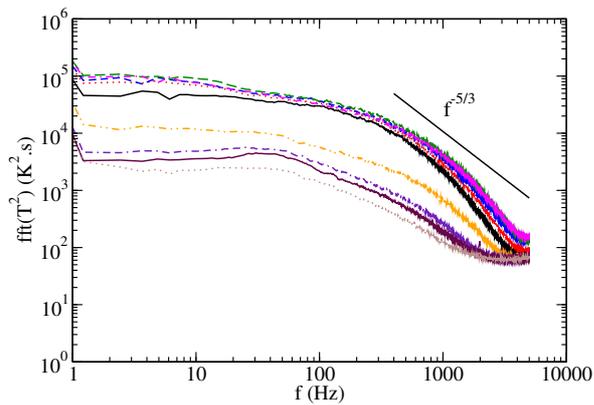


FIG. C.23 – Spectre de température pour $F = 1.0\%$.

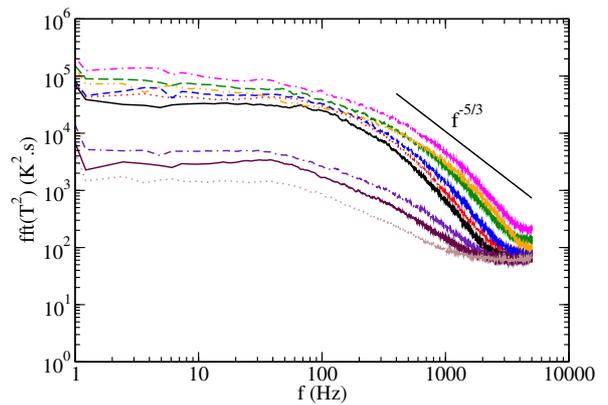


FIG. C.24 – Spectre de température pour $F = 2.0\%$.

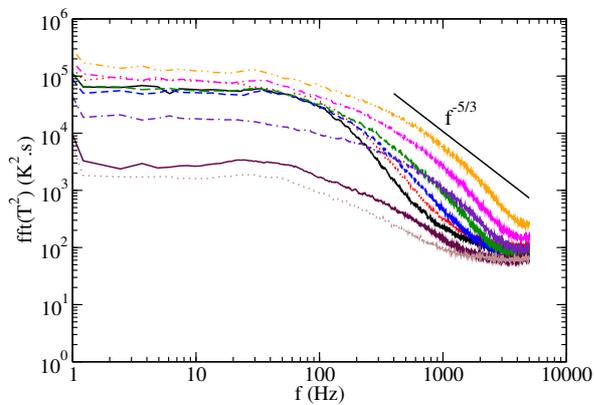


FIG. C.25 – Spectre de température pour $F = 3.0\%$.

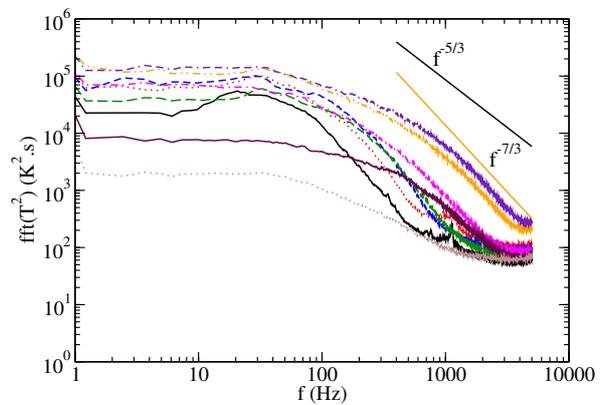


FIG. C.26 – Spectre de température pour $F = 5.0\%$.

Annexe D

SGE l'effusion - Évolution spatiale de U et T

Cette annexe rassemble des figures complémentaires au chapitre 7 relatif à l'étude de la configuration d'effusion par simulation des grandes échelles. Nous avons rassemblé dans cette annexe les évolutions de la vitesse et de la température sur l'ensemble du domaine.

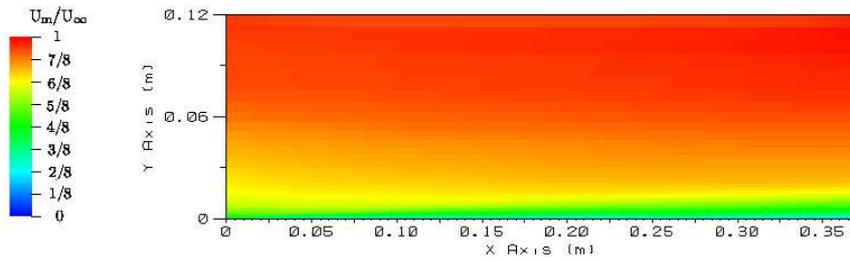


FIG. D.1 – Moyenne de la vitesse longitudinale u_m ($F = 0.5\%$).

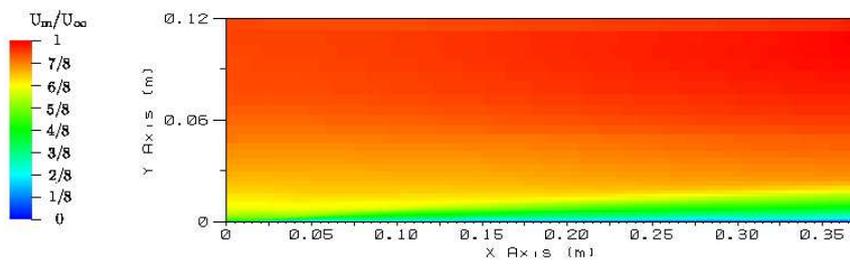


FIG. D.2 – Moyenne de la vitesse longitudinale u_m ($F = 1.0\%$).

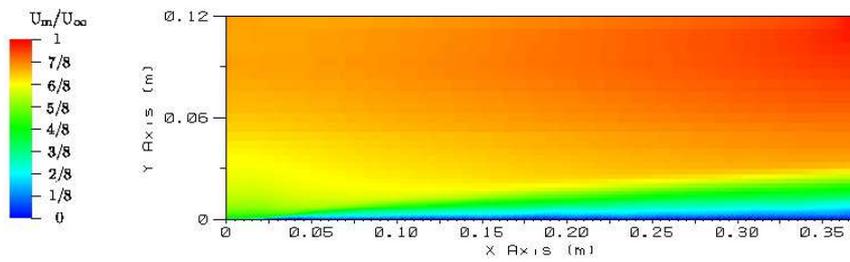


FIG. D.3 – Moyenne de la vitesse longitudinale u_m ($F = 2.0\%$).

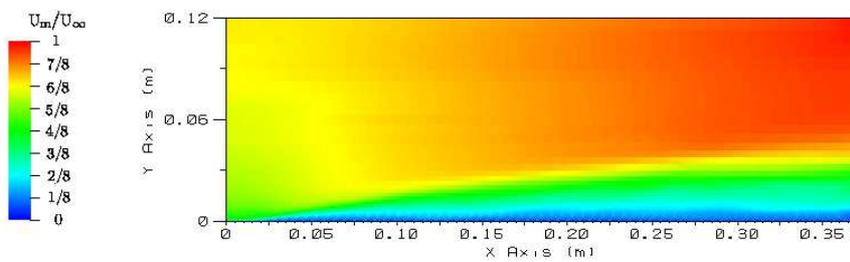


FIG. D.4 – Moyenne de la vitesse longitudinale u_m ($F = 5.0\%$).

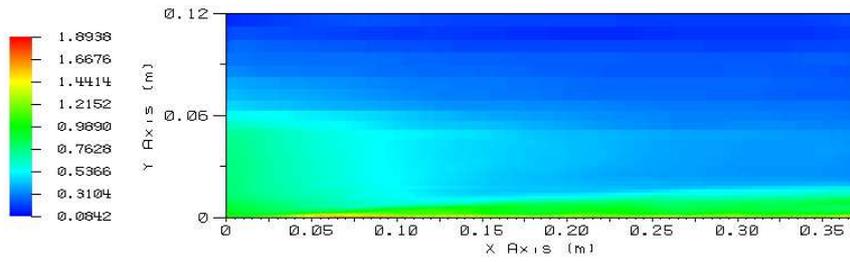


FIG. D.5 – Écart type de la vitesse longitudinale u_{rms} ($F = 0.5\%$).

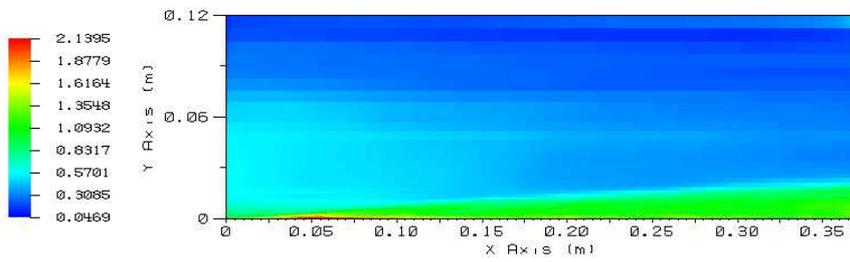


FIG. D.6 – Écart type de la vitesse longitudinale u_{rms} ($F = 1.0\%$).

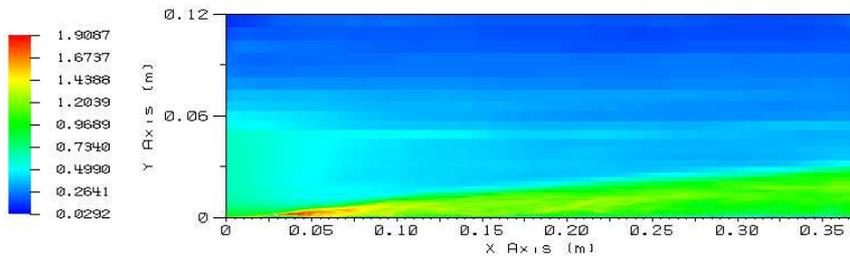


FIG. D.7 – Écart type de la vitesse longitudinale u_{rms} ($F = 2.0\%$).

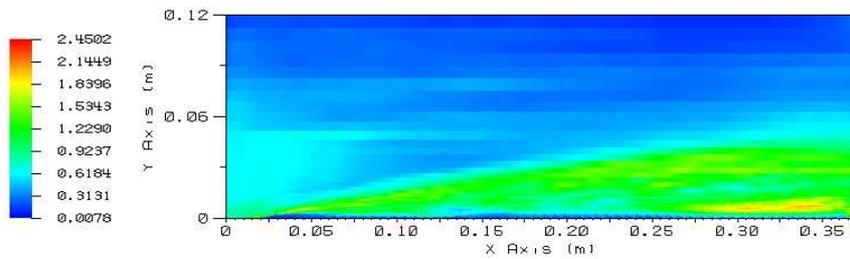


FIG. D.8 – Écart type de la vitesse longitudinale u_{rms} ($F = 5.0\%$).

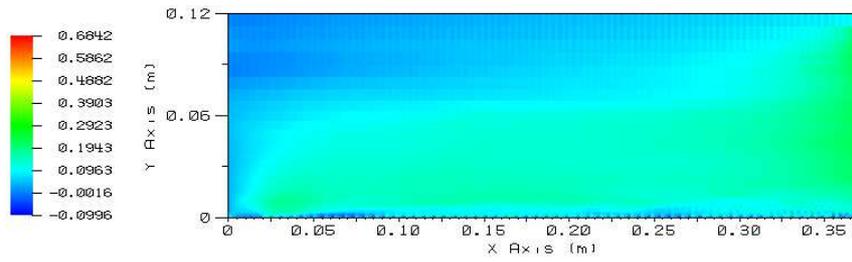


FIG. D.9 – Moyenne de la vitesse verticale v_m ($F = 0.5\%$).

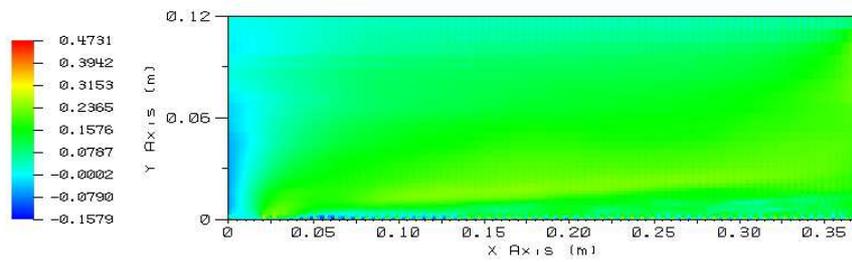


FIG. D.10 – Moyenne de la vitesse verticale v_m ($F = 1.0\%$).

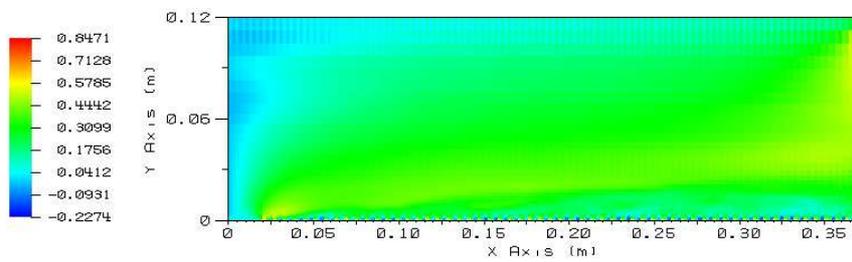


FIG. D.11 – Moyenne de la vitesse verticale v_m ($F = 2.0\%$).

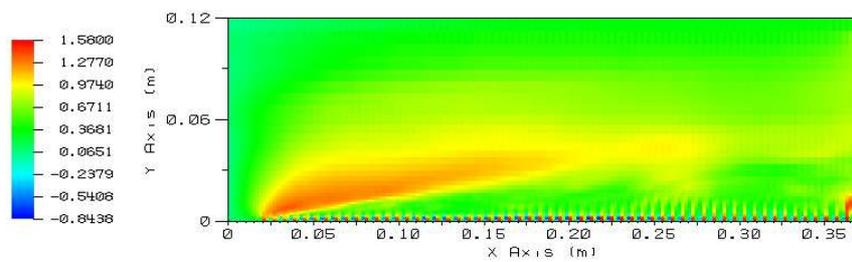


FIG. D.12 – Moyenne de la vitesse verticale v_m ($F = 5.0\%$).

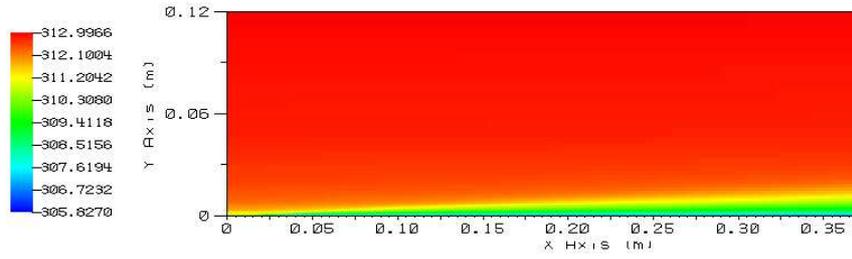


FIG. D.13 – Température moyenne T_m ($F = 0.5\%$).

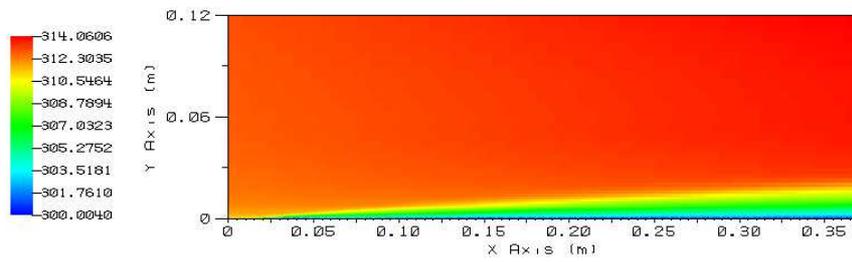


FIG. D.14 – Température moyenne T_m ($F = 1.0\%$).

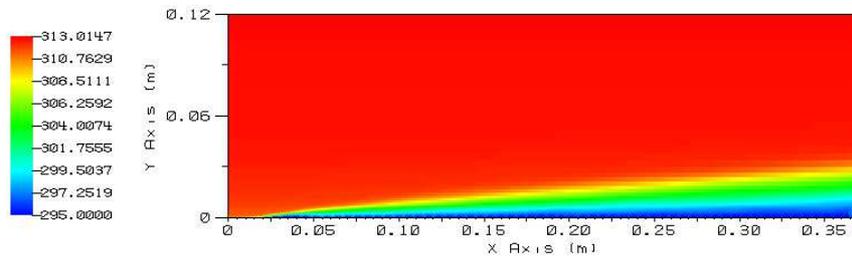


FIG. D.15 – Température moyenne T_m ($F = 2.0\%$).

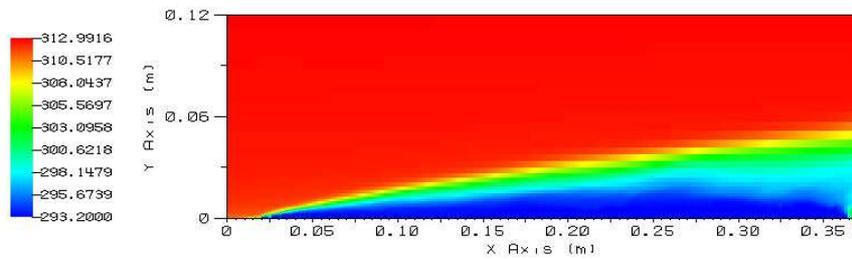


FIG. D.16 – Température moyenne T_m ($F = 5.0\%$).

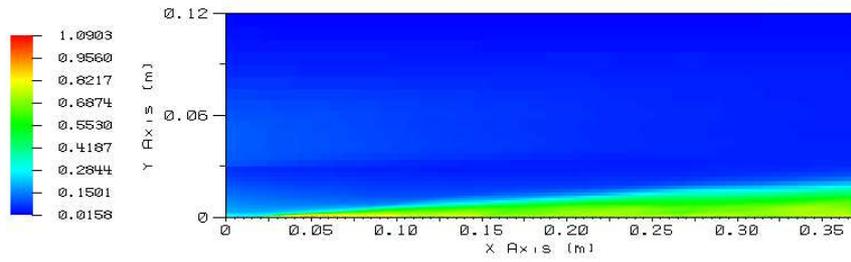


FIG. D.17 – Écart type de la température T_{rms} ($F = 0.5 \%$).

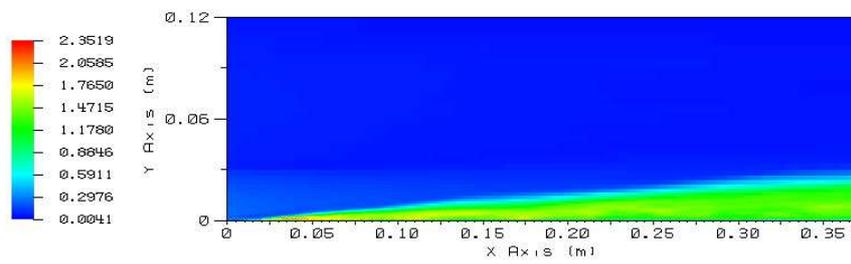


FIG. D.18 – Écart type de la température T_{rms} ($F = 1.0 \%$).

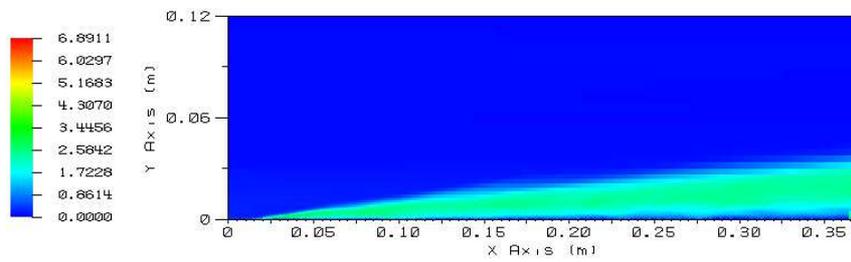


FIG. D.19 – Écart type de la température T_{rms} ($F = 2.0 \%$).

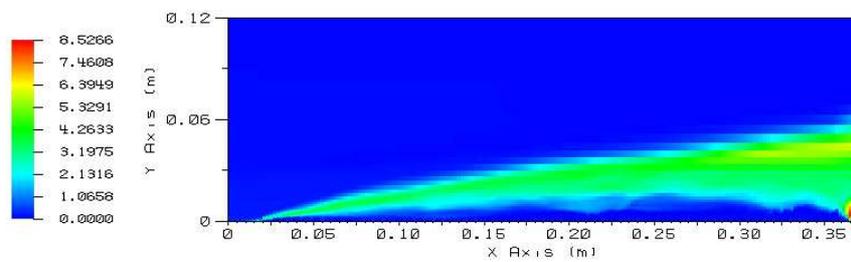


FIG. D.20 – Écart type de la température T_{rms} ($F = 5.0 \%$).

Résumé

La présente étude a pour objectif de développer des outils et des modèles pour la simulation des grandes échelles en thermique dans le cadre d'un écoulement turbulent perturbé par de l'effusion anisotherme. En outre, des mesures expérimentales sont effectuées en vue de compléter et de valider les résultats obtenus. Dans un premier temps, nous avons développé une condition limite d'entrée de fluide pour la vitesse et la température qui permet l'établissement d'une couche limite thermique turbulente nécessaire à l'étude de l'effusion. Nous avons ensuite étudié le comportement asymptotique de la vitesse et de la température filtrées en proche paroi et avons déterminé le comportement pariétal des flux thermiques sous-maïlles. Nous avons alors choisi d'utiliser et de tester des méthodes dynamiques du calcul de la diffusivité sous-maïlle sur la configuration d'un canal plan turbulent avec des conditions de paroi à température imposée, flux imposé et de paroi adiabatique. L'étude, à la fois numérique et expérimentale, de l'effusion nous a permis d'évaluer l'impact de l'effusion anisotherme sur une couche limite turbulente. Nous avons notamment étudié l'impact de l'effusion sur les profils moyens et fluctuants de la vitesse et de la température mais aussi sur les profils des fluctuations vitesse-vitesse et vitesse-température. Par ailleurs, nous avons noté que l'effusion favorise le développement des structures tourbillonnaires dans la couche limite.

Mots clefs : simulation des grandes échelles thermique, entrée de fluide turbulente, modèles dynamiques, diffusivité sous-maïlle, effusion anisotherme, anémométrie fils chauds et fils froids, Trio U/PRICELES.

Abstract

The aim of this work is to study thermal large-eddy simulations and to determine the non-isothermal blowing impact on a turbulent boundary layer. An experimental study is also carried out in order to complete and validate simulation results. In a first time, we developed a turbulent inlet condition for the velocity and the temperature, which is necessary for the blowing simulations. We studied the asymptotic behavior of the velocity, the temperature and the thermal turbulent fluxes in a large-eddy simulation point of view. We then considered dynamics models for the eddy-diffusivity and we simulated a turbulent channel flow with imposed temperature, imposed flux and adiabatic walls. The numerical and experimental study of blowing permitted to obtain the modifications of a thermal turbulent boundary layer with the blowing rate. We observed the consequences of the blowing on mean and rms profiles of velocity and temperature but also on velocity-velocity and velocity-temperature correlations. Moreover, we noticed an increase of the turbulent structures in the boundary layer with blowing.

Keywords : large-eddy simulation, turbulent inlet, dynamic model, eddy-diffusivity, thermal blowing, hot and cold wires anemometry, Trio U/PRICELES.